

Välitest 3

MAB8 Tilastot ja todennäköisyys 2

Tee välitestin tehtävät vihkosi loppuun. Älä kysy opettajalta, kaverilta äläkä kirjasta apua. Kun olet valmis, tarkasta ja pisteytä vastauksesi erillisen pisteytysohjeen avulla. Jos sait vähintään 8/12p, olet valmis siirtymään seuraavaan osioon!

1. Ohessa on kuva eräästä funktiosta $f(x)$, joka liittyy satunnaismuuttujaan X .

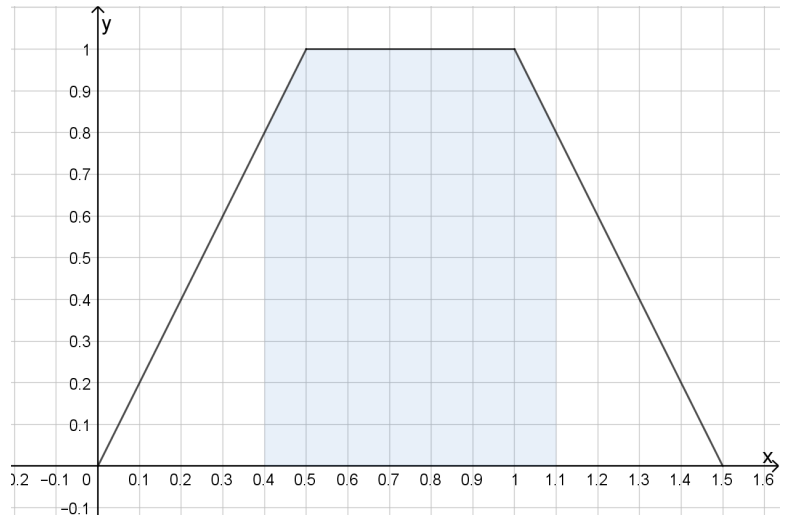
a) Onko funktio tiheys- vai kertymäfunktio? (1p)

Tiheysfunktio. (1p)

b) Laske todennäköisyys $P(X < 0.5)$ (1p)

$$\frac{0,5 \cdot 1}{2} = 0,25 \quad (1p)$$

Vastaus: 0,25



c) Merkitse sellainen satunnaismuuttujan

X todennäköisyys, että vastaukseksi saat kuvaan väritetyn alueen pinta-alan. (1p)

$$P(0,4 < X < 1,1) \quad (1p)$$

Myös $P(0,4 \leq X \leq 1,1)$ on yhtä hyvä.

d) Päätele jakauman mediaani. (1p)

$$\text{Koska jakauma on symmetrinen, mediaani on } \frac{1,5}{2} = 0,75 \quad (1p)$$

(Perustelua ei tarvita)

2. Eräästä järvestä kalastettujen siikojen paino (g) noudattaa likimain normaalijakaumaa $N(170,30)$. Kalastaja saa saaliiksi 20 siikaa.

a) arvioi yli 200 g painavien siikojen lukumäärä kalansaaliissa. (2p)

b) Arvioi saaliin kokonaispaino. (2p)

Satunnaismuuttuja X = "siian paino (g)".

$$X \sim N(170, 30)$$

a) Lasketaan todennäköisyys, että siika painaa yli 200 g, eli $X > 200$.

$$P(X > 200) = 0,1586 \dots$$

Laskinohjelmiston normaali-jakaumatointoon syötetään: alaraja 200, yläraja ∞ sekä $\mu = 170$ ja $\sigma = 30$.

(1p)

Todennäköisyys ilmaisee myös yli 200 g painavien siikojen prosenttiosuuden.

$$0,1586 \dots \cdot 20 = 3,173 \dots \approx 3$$

(1p)

Yli 200 g painavia siikoja on kalasaaliissa kolme.

b) Yhden siian painon odotusarvo on $\mu = 170$ g.

Tällöin 20 siian yhteispainon odotusarvo on

$$20 \cdot 170 \text{ g} = 3400 \text{ g} = 3,4 \text{ kg}$$

(2p)

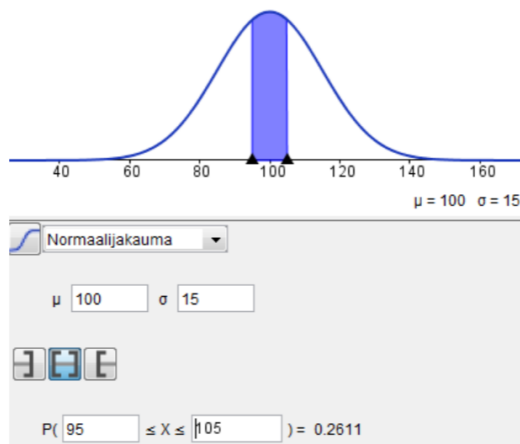
Kalasaaliin kokonaispaino on arviolta 3,4 kiloa.

3. Älykkyystesti laaditaan yleensä niin, että sen tulokset noudattavat normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on 100 ja keskihajonta 15 pistettä.

a) Kuinka monta prosenttia testin suorittaneista saavuttaa pistemäärään, joka on välillä $[95, 105]$? (2 p.)

b) Halutaan, että keskimääräinen 80% väestöstä on älykkyydeltään "normaaleja". Mikä kokonaislukupistemäärä pitäisi vähintään saavuttaa älykkyystestissä, jotta henkilö olisi "normaalia" älykkäämpi? (2 p.)

a) Ratkaistaan kyseistä väliä vastaava prosenttiosuus GeoGebralla:



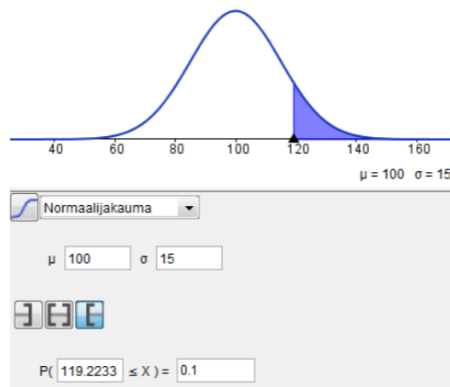
(1 p.)

Vastaus: Pistemäärän väliltä $[95, 105]$ saavuttaa n. 26,1% testin suorittaneista.

(1 p.)

b) Koska keskimäinen 80% on normaaleja, niin oikeanpuoleinen 10% on normaalia älykkäämpiä.

Lasketaan kysytty pistemäärä GeoGebralla:



(1 p.)

Vastaus: Ollakseen normaalia älykkäämpi, testistä on saatava vähintään 120 pistettä.

(1 p.)