

1

Mausteita yhteensä 5 erilaista.

a) Valintoja, kun viidestä valitaan kolme, on $\binom{5}{3} = 10$.

A: kolmen maustetta ovat kaneli, inkivääri ja neilikka.

$$n(A) = \binom{3}{3} = 1$$

$$P(A) = \frac{1}{10} = 0,1$$

b) B: mausteiden joukossa on joko chiliä tai currya.

$$P(B) = \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{2}}{\binom{5}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{10} = \frac{6}{10} = 0,6$$

Vastaus a) 0,1 b) 0,6

2

a) Jokainen numero voidaan valita väliltä 0–9. Neljän numeron yhdistelmiä on siten $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$.

b) Ensimmäinen numero voidaan valita 10 eri tavalla, toinen yhdeksällä, kolmas kahdeksalla ja neljäs seitsemällä eri tavalla.

Erilaisia yhdistelmiä saadaan siten $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$.

c) Vuodessa on 365 päivää, joten varkaalle jää kokeiltavaksi 365 yhdistelmää.

Vastaus a) 10 000 b) 5040 c) 365

3

Kun sadasta arvasta mainostetaan joka viidennen voittavan, voittoarpoja on

$$\frac{1}{5} \cdot 100 = 20.$$

a) A: Ainakin yksi on voittoarpa.

$\bar{A}$: Viiden arvan joukossa ei ole yhtään voittoarpaa.

$$P(\bar{A}) = \frac{\binom{80}{5}}{\binom{100}{5}} = \frac{24040016}{75287520} = 0,3193... \approx 0,32$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,319... = 0,6806... \approx 0,68$$

b) B: Täsmälleen yksi on voittoarpa.

$$P(A) = \frac{\binom{80}{4} \binom{20}{1}}{\binom{100}{5}} = \frac{31631600}{75287520} = 0,4201... \approx 0,42$$

Vastaus a) 0,68 b) 0,42

4

palkka (€/kk)	f	Σf
1670	3	3
2180	7	10
2740	6	16
3210	4	20
4120	2	22
5200	1	23

a)

Suurin frekvenssi on 2180 euron palkalla.

$M_o = 2180 \text{ €}$

b) Suuruusjärjestyksessä keskimäinen on 12. havaintoarvo, jonka palkan suuruus on 2740 €.

$M_d = 2740 \text{ €}$

c)

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 1670 + 7 \cdot 2180 + 6 \cdot 2740 + 4 \cdot 3210 + 2 \cdot 4120 + 5200}{23}$$

$$\approx 2739$$

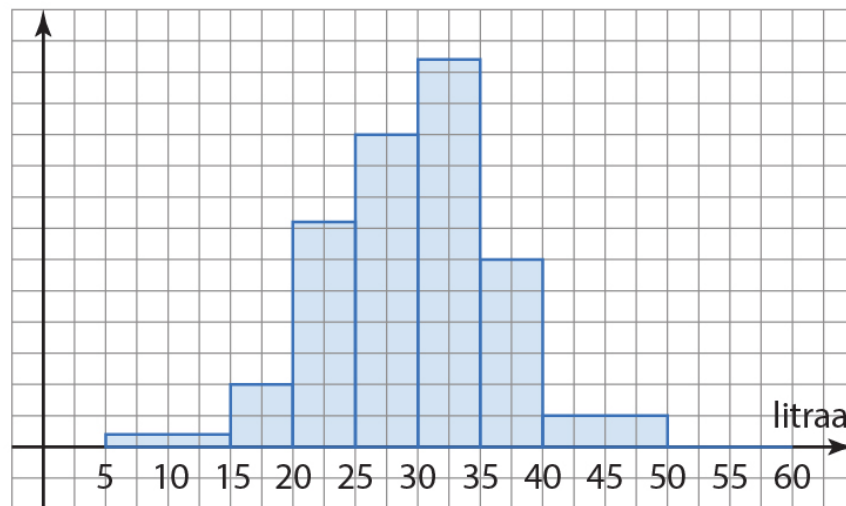
Palkkojen keskiarvo on 2739 €.

Vastaus a) 2180 € b) 2740 € c) 2739 €

5

Luokka	Todelliset luokkarajat	Luokkakeskuss	f	$f\%$
5–14	4,5 ja 14,5	9,5	11	1
15–19	14,5 ja 19,5	17	45	5
20–24	19,5 ja 24,5	22	156	18
25–29	24,5 ja 29,5	27	211	25
30–34	29,5 ja 34,5	32	264	31
35–39	34,5 ja 39,5	37	127	15
40–49	39,5 ja 49,5	44,5	42	5
50–59	49,5 ja 59,5	54,5	4	0
			860	100

a)



b) Lasketaan laskimella havaintoarvoina luokkakeskukset.

Keskiarvo $\bar{x} = 29,5 \text{ l}$ Keskihajonta $\sigma = 7,0 \text{ l}$ Vastaus b) $\bar{x} = 29,5 \text{ l}, \sigma = 7,0 \text{ l}$

6

Satunnaismuuttuja X noudattaa binomijakaumaa $\text{Bin}(10; 0,85)$.

Odotusarvo $E(X) = 10 \cdot 0,82 = 8,2$.

Määritetään satunnaismuuttujan X jakauma.

X	p
0	$0,18^{10} = 3,570... \cdot 10^{-8}$
1	$\binom{10}{1} \cdot 0,82 \cdot 0,18^9 = 1,626... \cdot 10^{-6}$
2	$\binom{10}{2} \cdot 0,82^2 \cdot 0,18^8 = 3,334... \cdot 10^{-5}$
3	$\binom{10}{3} \cdot 0,82^3 \cdot 0,18^7 = 0,000405...$
4	$\binom{10}{4} \cdot 0,82^4 \cdot 0,18^6 = 0,003229...$
5	$\binom{10}{5} \cdot 0,82^5 \cdot 0,18^5 = 0,01765...$
6	$\binom{10}{6} \cdot 0,82^6 \cdot 0,18^4 = 0,06701...$
7	$\binom{10}{7} \cdot 0,82^7 \cdot 0,18^3 = 0,1744...$
8	$\binom{10}{8} \cdot 0,82^8 \cdot 0,18^2 = 0,2980...$
9	$\binom{10}{9} \cdot 0,82^9 \cdot 0,18 = 0,3017...$
10	$0,82^{10} = 0,1374...$

Suurin todennäköisyys on 9 sipulin kasvuunlähdölle, joten moodi on 9.

Vastaus: odotusarvo 8,2; moodi 9

7

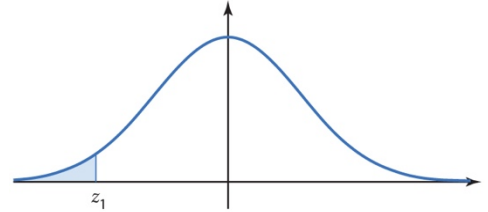
Olkoon arvoa $x = 498$ vastaava normitettu arvo z_1 .

$$P(X < 498) = P(Z < z_1) = 0,04$$

Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0,1)$.

Ratkaistaan z_1 laskimella.

$$P(Z < z_1) = 0,04, \text{ kun } z_1 = -1,75069... \approx -1,7507$$



Olkoon arvoa $x = 530$ vastaava normitettu arvo z_2 .

$$P(X > 530) = P(Z > z_2) = 0,02$$

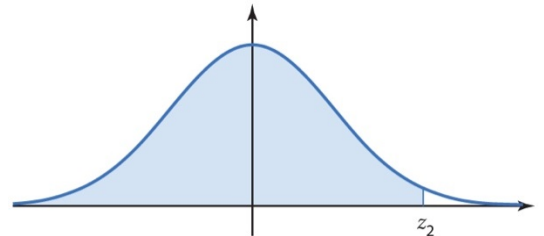
$$P(X \leq 530) = P(Z \leq z_2) = 1 - 0,02$$

$$P(Z \leq z_2) = 0,98$$

Satunnaismuuttuja $Z \sim N(0,1)$.

Ratkaistaan z_2 laskimella.

$$P(Z \leq z_2) = 0,98, \text{ kun } z_2 = 2,05375... \approx 2,0538$$



Muodostetaan normitusyhtälöt.

$$\begin{cases} \frac{498 - \mu}{\sigma} = -1,7507 \\ \frac{530 - \mu}{\sigma} = 2,0538 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 498 - \mu = -1,7507\sigma \\ 530 - \mu = 2,0538\sigma \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\mu + 1,7507\sigma = -498 \\ -\mu - 2,0538\sigma = -530 \end{cases}$$

Ratkaistaan yhtälöpari laskimella.

$$\mu = 512,725... \approx 513 \text{ ja } \sigma = 8,411... \approx 8,4$$

Painon keskiarvo oli 513 g ja keskihajonta 8,4 g.

Vastaus keskiarvo 513 g, keskihajonta 8,4 g