

4) a) erotusosamäärä: $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$, $f(x) = \frac{2x}{3x+1}$, $x_0 = 1$

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2x}{3x+1} - \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 1 + 1}}{x - 1} &= \frac{\frac{2x}{3x+1} - \frac{1}{2}}{x - 1} = \frac{\frac{4x}{2(3x+1)} - \frac{3x+1}{2(3x+1)}}{x - 1} = \frac{\frac{x-1}{2(3x+1)}}{\frac{x-1}{1}} \\ &= \frac{\cancel{x-1}}{2(3x+1)} \cdot \frac{1}{\cancel{x-1}} = \frac{1}{2(3x+1)} \end{aligned}$$

b) derivaatta: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$

q-lukuta

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{2(3x+1)} = \frac{1}{2(3 \cdot 1 + 1)} = \frac{1}{8}$$

5) a) $D(x^5 - 2x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 0,5x^2 - \frac{x}{2} + 11\frac{1}{2})$

$$= 5x^4 - 2 \cdot 4x^3 + \frac{2}{3} \cdot 3x^2 - 0,5 \cdot 2x - \frac{1}{2} \cdot 1 + 0 = 5x^4 - 8x^3 + 2x^2 - x - \frac{1}{2}$$

b) $D(x^2 - 2)(2x + 5) = 2x(2x + 5) + (x^2 - 2) \cdot 2$
 $= 4x^2 + 10x + 2x^2 - 4 = 6x^2 + 10x - 4$

c) $D \frac{x^3}{x+1} = \frac{3x^2(x+1) - x^3 \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{3x^3 + 3x^2 - x^3}{(x+1)^2} = \frac{2x^3 + 3x^2}{(x+1)^2}$

d) $D(3x + \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2}) = D(3x + x^{-1} - \frac{1}{2}x^{-2})$
 $= 3 \cdot 1 + (-1)x^{-2} - \frac{1}{2} \cdot (-2)x^{-3} = 3 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

e) $D(3x^2 - x)^3 = 3(3x^2 - x)^2 \cdot (3 \cdot 2x - 1) = 3(6x - 1)(3x^2 - x)^2$

6) a) Funktion nollakohdat (x-akselin leikkauspisteet)

$f(x) = 0$, kun $x = -4$ tai $x = 0$ tai $x = 4$

Derivaattafunktion nollakohdat (derivaatta = tangentin kk, nolla $\rightarrow$ vaakasuora)

$f'(x) = 0$, kun $x = -2$ tai $x = 2$

b)

	-4	0	4	
f'	-	+	-	+
f	$\rightarrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
	min	max	min	

Ääriarvokohdat:

minimikohdat: $x = -4$ tai $x = 4$

maksimikohta: $x = 0$

$k_t = f'(2) = -2$ (tangentin kk)
 $\uparrow$ kuvaajasta

c) Piirrä funktiolle tangentti, kohtaan $x = 1$ ja selvitä tangentin kulmakerto

$$f'(1) = \frac{3 - (-1)}{2 - 0} = \frac{4}{2} = 2$$

Sama derivaatta (eli sama tangentti): $x = -2$