

A-OSA

1. Suora kulkee pisteiden $(23, -32)$ ja $(-17, -7)$ kautta. Muodosta suoran yhtälö normaalimuodossa.

RATKAISU: Suoran kulmakerroin on

$$k = \frac{-7 - (-32)}{-17 - 23} = -\frac{5}{8}.$$

Suoran yhtälö on

$$y - (-32) = -\frac{5}{8}(x - 23)$$

$$y + 32 = -\frac{5}{8}(x - 23) \quad \Big| \cdot 8$$

$$8y + 256 = -5(x - 23)$$

$$8y + 256 = -5x + 115$$

$$5x + 8y + 141 = 0$$

VASTAUS: $5x + 8y + 141 = 0$.

2. Ratkaise yhtälö.

a) $|2x^2 - 3| = 1$

b) $|x^2 - 5x| = |2x|$

RATKAISU: a)

$$|2x^2 - 3| = 1$$

$$2x^2 - 3 = 1$$

tai

$$2x^2 - 3 = -1$$

$$2x^2 = 4$$

tai

$$2x^2 = 2$$

$$x^2 = 2$$

tai

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

tai

$$x = \pm 1$$

b)

$$|x^2 - 5x| = |2x|$$

$$x^2 - 5x = 2x$$

tai

$$x^2 - 5x = -2x$$

$$x^2 - 7x = 0$$

tai

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 7) = 0$$

tai

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = 7$$

tai

$$x = 0 \quad \text{tai} \quad x = 3.$$

VASTAUS: a) $x = \pm\sqrt{2}$ tai $x = \pm 1$, b) $x = 0$ tai $x = 3$ tai $x = 7$.

3. a) Ympyrän keskipiste on $(-3, 1)$ ja säde $\sqrt{10}$. Muodosta ympyrän yhtälö. (3p)

b) Mitä pistejoukkoa esittää yhtälö $x^2 + y^2 + 8x - 14y - 1 = 0$? (9p)

RATKAISU: a)

$$(x - (-3))^2 + (y - 1)^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 10.$$

b)

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 8x - 14y - 1 &= 0 \\x^2 + 8x + 4^2 + y^2 - 14y + 7^2 &= 1 + 4^2 + 7^2 \\(x + 4)^2 + (y - 7)^2 &= 66\end{aligned}$$

Siis yhtälö esittää ympyrää, jonka keskipiste on $(-4, 7)$ ja säde $\sqrt{66}$.

4. Ratkaise yhtälöryhmä.

$$\begin{cases} 5x + 7y = 11 \\ x - 2y = -8 \\ 4x + 9y = 19 \end{cases}$$

RATKAISU: Otetaan yhtälöistä kaksi ensimmäistä

$$\begin{array}{rcl} \begin{cases} 5x + 7y = 11 \\ x - 2y = -8 \end{cases} & \Big| \cdot (-5) & \\ \begin{cases} 5x + 7y = 11 \\ -5x + 10y = 40 \end{cases} & \Big| \cdot (-5) & \\ \hline + & & \\ & & 17y = 51 \\ & & y = 3 \end{array}$$

Sijoitetaan toiseen yhtälöön:

$$\begin{aligned}x - 2 \cdot 3 &= -8 \\ x &= -8 + 6 \\ x &= -2\end{aligned}$$

Testataan viimeinen yhtälö

$$4 \cdot (-2) + 9 \cdot 3 = 19,$$

mikä on tosi.

$$\text{VASTAUS: } \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases}.$$

B-OSA

5. Määritä GeoGebralla pisteen $(3, 2)$ etäisyys suorasta $y = \frac{1}{3}x - 5$.

RATKAISU: erillisessä tiedostossa.