

Kotivaativat 1.

Olkoon funktiot $f(x) = (x + 4)(x + 4)$ ja $g(x) = \frac{3^{\frac{11}{3}}}{x^{\frac{11}{3}}}$.

a) Ratkaise yhtälö $f(x) = 49$ (4 p.)

b) Ratkaise yhtälö $g(x) = 27$ (4 p.)

c) Ratkaise yhtälö $f(-11) + 2g(2) = f(a)$. Anna vastaus kahden merkitsevän numeron tarkkuudella. (4 p.)

a)

$$(x + 4)(x + 4) = 49 \text{ (potenssi)}$$

$$(x + 4)^2 = 49 \text{ (Binomin neliö)} \quad (1 \text{ p.})$$

$$x^2 + 8x - 33 = 0 \quad 1 \text{ p.}$$

$$\text{Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava: } a=1, b=8 \text{ ja } c=-33 \quad 1 \text{ p.}$$

$$x = 3 \text{ tai } x = -11 \quad 1 \text{ p.}$$

(Sulkeissa olevan pisteen saa, jos seuraava rivi on kunnossa.)

TAI

$$(x + 4)(x + 4) = 49$$

$$(x + 4)^2 = 49 \quad 1 \text{ p.}$$

$$x + 4 = \pm\sqrt{49} \quad 1 \text{ p.}$$

$$x + 4 = \pm 7 \quad 1 \text{ p.}$$

$$x = 7 - 4 = 3 \text{ tai } x = -7 - 4 = -11 \quad 1 \text{ p.}$$

TAI

$$\text{Koska } 7^2 = (-7)^2 = 49, / \text{ niin } x + 4 = 7 \text{ tai } x + 4 = -7, \text{ jolloin } x = 3 \text{ tai } x = -11. \quad 2 \text{ p.}$$

$$\text{Muita ratkaisuja ei ole, / koska toisen asteen yhtälöllä on enintään kaksi ratkaisua.} \quad 2 \text{ p.}$$

(Katkoviiva erottaa rivin ensimmäisen pisteen toisesta.)

b)

$$\frac{3^{\frac{11}{3}}}{3^{\frac{x}{3}}} = 27$$

$$3^{\frac{11}{3} - \frac{x}{3}} = 3^3 \quad (\text{tai muu yhtälö, jossa sama kantaluku molemmin puolin}) \quad 2 \text{ p.}$$

$$\frac{11}{3} - \frac{x}{3} = 3 \quad (\text{tai muu vastaava yhtälö}) \quad 1 \text{ p.}$$

$$\frac{11 - x}{3} = 3$$

$$11 - x = 9$$

$$x = 11 - 9 = 2 \quad 1 \text{ p.}$$

c)

$$f(-11) + 2g(2) = 49 + 2 \cdot 27 = 49 + 54 = 103 \quad 1 \text{ p.}$$

$$f(a) = 103$$

$$(a + 4)(a + 4) = 103$$

$$a^2 + 8a + 16 = 103$$

$$a^2 + 8a - 87 = 0 \quad 1 \text{ p.}$$

Sijoitus toisen asteen yhtälön ratkaisukaavaan, josta saadaan

$$a = -4 \pm \sqrt{103} \Rightarrow a = 6,1488 \dots \text{ tai } a = -14,1488 \dots$$

$$\text{Pyöristys } a = 6,1 \text{ tai } a = -14. \quad 1+1 \text{ p.}$$