

7. Alkuluvut

Alkuluku (määritelmä)

Lukua 1 suurempi kokonaisluku on alkuluku, jos se on jaollinen vain itsellään ja luvulla 1.

Lause

Luku n on alkuluku, jos se ei ole jaollinen millään luvulla, joka on pienempi tai yhtä suuri kuin $\sqrt{n}$

Esim1.

Tutki onko annettu luku alkuluku

a) 97

b) 91

Ratk.

Kun tutkitaan, onko luku 97 alkuluku, se on jaettava lukua $\sqrt{97} = 9,84\dots$ pienemmillä alkuluvuilla 2, 3, 5 ja 7

$$\frac{97}{2} \rightarrow 48.5$$

$$\frac{97}{3} \rightarrow 32.333333$$

$$\frac{97}{5} \rightarrow 19.4$$

$$\frac{97}{7} \rightarrow 13.857143$$

Koska mikään jakolasku ei mene tasan, luku 97 on alkuluku.

b) Kun tutkitaan, onko luku 91 alkuluku, se on jaettava lukua $\sqrt{91} = 9,53\dots$ pienemmillä alkuluvuilla 2, 3, 5 ja 7

$$\frac{91}{2} \triangleright 45.5$$

$$\frac{91}{3} \triangleright 30.333333$$

$$\frac{91}{5} \triangleright 18.2$$

$$\frac{91}{7} \triangleright 13.$$

Koska luku 91 on jaollinen luvulla 7, niin se ei ole alkuluku.

Katsotaan kirjan esimerkki2.

Aritmetiikan peruslause (lause)

jokainen lukua 1 suurempi kokonaisluku voidaan jakaa alkutekijöihin yksikäsitteisellä tavalla, kun tekijöiden järjestystä ei huomioida.

Esim3.

Jaa luku 1170 alkutekijöihin

Ratk.

$$\begin{aligned} 1170 &= 10 \cdot 117 \\ &= 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot (40 - 1) \\ &= 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 39 \\ &= 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13 \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 \\ &= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13 \end{aligned}$$

$$\text{V: } 1170 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$$

Nspire:

$$\text{factor}(1170) \triangleright 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$$

Tehtävät: 1, 3, 4, 6, 10