

6. Sipsipussin rapistelu 15 p.

Yhdysvaltalainen yritys toi vuonna 2010 markkinoille biohajoavan Sun Chips -perunalastupussin. Pussin ongelmana oli voimakas rapisteluääni, jonka intensiteettitaso ylsi peräti 95 desibeliin. Oletetaan, että intensiteettitaso mitattiin 1,0 metrin etäisyydeltä.

6.1 Mikä on intensiteettitaso, kun viisi ihmistä rapistelee kukin omaa sipsipussiaan samanaikaisesti 1,0 metrin etäisyydellä mittarista? 4 p.

Lasketaan ensin yhden sipsipussin rapinan intensiteetti I_1 intensiteettitason $L_1 = 95$ dB avulla.

Intensiteetit (yksikkö W/m^2) voidaan summata, mutta intensiteettitasoja ei voida, koska asteikko on logaritminen.

Ratkaistaan I_1 intensiteettitason kaavan avulla:

$$L_1 = 10 \lg \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \text{ dB},$$

missä $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ on kuulokynnyksen (0 dB) intensiteetti.



$$L_1 = 10 \lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \text{ dB}$$

Lasketaan välivaiheet (matematiikan harjoituksena) malliksi:

$$\lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) = \frac{L_1}{10 \text{ dB}}$$

Käytetään puolittain funktiota 10^x .

$$10^{\lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right)} = 10^{\frac{L_1}{10 \text{ dB}}}$$

EkspONENTTIFUNKTIO ja vastaava logaritmi kumoavat toisensa.

$$\frac{I_1}{I_0} = 10^{\frac{L_1}{10 \text{ dB}}}$$

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10 \text{ dB}}}$$

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{95 \text{ dB}}{10 \text{ dB}}}$$

$$I_1 = I_0 \cdot 10^{9,5}$$

(Intensiteetin likiarvoa ei välttämättä tarvitse laskea.)

Viiden sipsipussin rapinan intensiteetti on $I_5 = 5I_1 = I_0 \cdot 5 \cdot 10^{9,5}$.

Sijoitetaan intensiteetti I_5 intensiteettitason kaavaan.

Viiden sipsipussin rapistelun intensiteettitaso on

$$L_5 = 10 \lg \left(\frac{I_5}{I_0} \right) \text{ dB},$$

$$L_5 = 10 \lg \left(\frac{I_0 \cdot 5 \cdot 10^{9,5}}{I_0} \right) \text{ dB},$$

$$L_5 = 10 \lg(5 \cdot 10^{9,5}) \text{ dB} \approx 101,99 \text{ dB}$$

Vastaus: Kysytty intensiteettitaso on n. 100 dB.

Kahden merkitsevän numeron tarkkuus.

Vaihtoehtoisesti tehtävän ratkaisu TI-Nspirellä mahdollisimman vähillä laskuteknisillä välivaiheilla:

$$\text{solve}\left(l1=10 \cdot \log_{10}\left(\frac{i1}{i0}\right), i1\right) \quad i1=i0 \cdot 10^{\frac{l1}{10}}$$

Tässä ei kannata vielä sijoittaa lukuarvoja tai merkitä yksikköä dB.

$$i0:=\frac{10^{-12} \cdot \text{_W}}{\text{_m}^2} \quad 1 \cdot \mathbf{E}-12 \cdot \frac{\text{_kg}}{\text{_s}^3}$$

TI-Nspire "sieventää" intensiteetin yksikön. (Yksikköä ei tässä välttämättä tarvittaisi, mutta merkitään yksikkö kuten yleensäkin.)

$$i1:=i0 \cdot 10^{\frac{95 \cdot \text{_db}}{10 \cdot \text{_db}}} \quad 0.00316227766 \cdot \frac{\text{_kg}}{\text{_s}^3}$$

Tässä voi (selkeyden vuoksi) käyttää omaa yksikköä _dB.

$$i5:=5 \cdot i1 \quad 0.015811388301 \cdot \frac{\text{_kg}}{\text{_s}^3}$$

$$l1:=10 \cdot \text{_db} \cdot \log_{10}\left(\frac{i5}{i0}\right) \quad 101.989700043 \cdot \text{_db}$$

6.2 Tuotekehityksellä rapisteluäänen intensiteettitaso saatiin laskettua 75 desibeliin. Kuinka monta prosenttia äänen intensiteetti oli tällöin alkuperäisestä intensiteetistä? **3 p.**

Edellisen kohdan perusteella uusi intensiteetti on

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10 \text{ dB}}}$$

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{75 \text{ dB}}{10 \text{ dB}}} = I_0 \cdot 10^{7,5}.$$

Suhteessa alkuperäiseen intensiteettiin I_1 tämä on

$$\frac{I_0 \cdot 10^{7,5}}{I_0 \cdot 10^{9,5}} = \frac{1}{100} = 1 \text{ \%}.$$

Vastaus: Uusi intensiteetti on 1,0 % alkuperäisestä.

Tuloksen voi päätellä myös suoraan tiedosta, että intensiteetin kymmenkertaistuminen nostaa aina intensiteettitasoa kymmenellä desibelillä. (Tämän voi huomata intensiteettitason kaavasta ja myös MAOL:n taulukkokirjan kuuloaluetta havainnollistavasta diagrammista.)

6.3 Arvioi, millä etäisyydellä alkuperäisen sipsipussin intensiteettitaso (95 dB) vastaa tuulen huminaa, jonka intensiteettitaso on 30 dB. **5 p.**

Kuten edellä, tuulen huminaa vastaava intensiteetti on

$$I_t = I_0 \cdot 10^{\frac{30 \text{ dB}}{10 \text{ dB}}} = I_0 \cdot 10^3.$$

(0 dB \Rightarrow 30 dB tarkoittaa intensiteetin kymmenkertaistumista kolmesti.)

Toisaalta intensiteetti on kääntäen verrannollinen etäisyyden neliöön.

Tämä pätee teoreettisessa tilanteessa, jossa muita ääntä vaimentavia tekijöitä ei ole. Tällöin äänen teho jakaantuu etäisyyden kasvaessa aina suuremmalle yhdenmuotoiselle pinta-alalle, joka kasvaa verrannollisesti mittakaavan (etäisyyden) neliöön.

Kysytyn etäisyyden x määrittämiseksi voidaan siis muodostaa verranto

$$\frac{d^2}{x^2} = \frac{I_t}{I_1},$$

missä $d = 1,0$ m on alkuperäinen etäisyys ja $I_1 = I_0 \cdot 10^{9,5}$ alkuperäinen intensiteetti.

Ratkaistaan x .

$$\frac{d^2}{x^2} = \frac{I_t}{I_1},$$

$$x^2 = d^2 \frac{I_1}{I_t},$$

$$x = (\pm) d \sqrt{\frac{I_1}{I_t}},$$

$$x = 1,0 \text{ m} \cdot \sqrt{\frac{I_0 \cdot 10^{9,5}}{I_0 \cdot 10^3}} = 1,0 \text{ m} \cdot \sqrt{10^{6,5}} \approx 1\,778 \text{ m} \approx 1,8 \text{ km} \quad (10^{3,25} \text{ m})$$

Vastaus: Sipsipussin rapina on vaimentunut tuulen huminan tasolle n. 1,8 kilometrin etäisyydellä.

6.4 Miksi osatehtävässä 6.3 laskettu etäisyyden arvio ei ole realistinen käytännön tilanteessa? **3 p.**

Etäisyyden arvio ei ole realistinen, koska todellisuudessa äänen energiaa absorboituu ilmaan ja mahdollisiin esteisiin. (Ääniaalto voi myös heijastua esteestä.)