

- 5-5. Oletetaan, että Maa kiertää Aurinkoa pitkin ympyrärataa. Laske Maan ratanopeus. Vertaa vastausta taulukkoarvoon.

$$r = 149,598 \cdot 10^9 \text{ m}, T = 365,2564 \text{ d}$$

Maan ratanopeus on

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 149,598 \cdot 10^9 \text{ m}}{365,2564 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \approx 29,78 \text{ km/s}.$$

Useissa taulukkokirjoissa Maan keskinopeus radallaan on 29,78 km/s.

- 5-9. a) Pieni satelliitti kiertää planeettaa ympyräradalla, jonka säde on 9370 km. Satelliitin kiertoaika on 7 h 39 min. Laske planeetan massa.
b) Mistä planeetasta on kyse?

$$r = 9370 \text{ km}, T = 7 \text{ h } 39 \text{ min}, \\ \gamma = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

- a) Satelliitin kiertoaika planeetan ympäri on 7 h 39 min = 27 540 s. Satelliitin kiertoradan pituus on $2\pi r = 2\pi \cdot 9\,370\,000 \text{ m} = 58,8734 \cdot 10^6 \text{ m}$ ja ratanopeus $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{58,8734 \cdot 10^6 \text{ m}}{27\,540 \text{ s}} \approx 2137,74 \text{ m/s}$.

Gravitaatiovuorovaikutus pitää satelliitin radallaan. Newtonin II lain mukaan on $\sum \vec{F} = m_2 \vec{a}_n$, jossa gravitaatiovoiman suuruus on

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ ja normaalikiikhtyvyyden suuruus } a_n = \frac{v^2}{r}.$$

Koska sekä gravitaatiovoima että kiihtyvyys kumpikin suuntautuvat radan keskipisteeseen, saadaan yhtälö

$$\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{m_2 v^2}{r}, \text{ josta planeetan massaksi saadaan}$$

$$m_1 = \frac{v^2 r}{\gamma} = \frac{(2137,74 \text{ m/s})^2 \cdot 9\,370\,000 \text{ m}}{6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2} \approx 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}.$$

- b) Kohdassa a laskettu massa on lähellä taulukoitua Marsin massaa. Planeetta on Mars.

- 5-13. a) Miten ympyräliike ja pyöriminen eroavat toisistaan? Entä miten ne liittyvät toisiinsa?
b) Pluto pyörähtää akselinsa ympäri 10 kertaa 63,8723 vuorokaudessa. Millä i) pyörimisnopeudella Pluto pyörii?
ii) kulmanopeudella Pluto pyörii? Ilmoita vastaukset 3 merkitsevän numeron tarkkuudella.



- a) Ympyräliike on etenemisliikettä, eli ympyräliikkeessä ollessaan kappaleen paikka muuttuu. Pyörimisliikkeessä kappaleen asento muuttuu. Aurinkokunnan planeettojen liikettä voidaan mallintaa yhdistettynä ympyrä- ja pyörimisliikkeenä: planeetat kiertävät Aurinkoa ja pyörivät samalla oman akselinsa ympäri. Kun kappale on pyörimisliikkeessä, sen jokainen osa on erikseen ympyräliikkeessä. Esimerkiksi kellon viisarin kärki on ympyräliikkeessä ja viisari kokonaisuudessaan pyörimisliikkeessä.

- b) $N = 10$, $T = 63,8723 \text{ d}$
Kymmeneen kierrokseen kuluva aika on sekunteina $63,8723 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 5\,518\,567 \text{ s}$.

- i) Pluton pyörimisnopeus on

$$n = \frac{N}{\Delta t} = \frac{10}{5\,518\,567 \text{ s}} = 1,81206 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{s}} \approx 1,81 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{s}}$$

- ii) ja kulmanopeus

$$\omega = 2\pi n = 2\pi \cdot 1,81206 \cdot 10^{-6} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \approx 1,14 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

- 5-11. Avaruusteleskooppi Hubble kiertää Maata 590 km:n korkeudella.



- a) Laske Hubblen kiertoaika ja kiihtyvyys. Käytä Maan säteenä 6370 km.
b) Minkä vuoksi teleskooppi kannattaa sijoittaa avaruuteen?

$$\gamma = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2, M = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}, R = 6370 \text{ km}, h = 590 \text{ km}$$

- a) Newtonin II lain mukaan on $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_n$, jossa gravitaatiovoiman suuruus on $F = \gamma \frac{Mm}{r^2}$ ja normaalikiihtyvyyden suuruus $a_n = \frac{v^2}{r}$.

Koska sekä gravitaatiovoima että kiihtyvyys kumpikin suuntautuvat radan keskipisteeseen, saadaan yhtälö

$$\gamma \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}, \text{ josta Hubblen ratanopeudeksi saadaan}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}.$$

Hubblen kiertoaika Maan ympäri on

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{\gamma M}{r}}} = \frac{2\pi \cdot (6370 \cdot 10^3 \text{ m} + 590 \cdot 10^3 \text{ m})}{\sqrt{\frac{6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{6370 \cdot 10^3 \text{ m} + 590 \cdot 10^3 \text{ m}}}} = 5777,74 \text{ s}$$

$$\approx 1 \text{ h } 36 \text{ min.}$$

Satelliitin kiihtyvyys on normaalikiihtyvyyttä.

Kiihtyvyyden suuruus on

$$a = a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(\sqrt{\frac{\gamma M}{r}}\right)^2}{r} = \frac{\gamma M}{r^2}$$

$$= \frac{6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(6370 \cdot 10^3 \text{ m} + 590 \cdot 10^3 \text{ m})^2} \approx 8,2 \text{ m/s}^2.$$

Kiihtyvyyden suunta on kohti radan keskipistettä.

- b) Teleskooppi kannattaa sijoittaa avaruuteen, koska ilmakehä aiheuttaa häiriötä kuvaan teleskoopin ollessa Maan pinnalla.