

A-osa

VALITSE KOLME TEHTÄVÄÄ. Tehtävät arvostellaan pistein 0–6. Kunkin tehtävän ratkaisu kirjoitetaan tehtävän alla olevaan tilaan. Mikäli se ei riitä, voit jatkaa erilliselle puoliarkille. Apuvälineenä saat käyttää taulukkokirjaa. Laskimen käyttö ei ole sallittua sinä aikana, kun tämä koevihko on hallussasi.

Lukion nimi _____

Opiskelijan sukunimi ja kaikki etunimet selvästi kirjoitettuna _____

Opiskelijan allekirjoitus _____

1. Anna kuhunkin kohtaan vain vastaus.

a) Ratkaise yhtälö $7x + 1 = 2x - 3$.

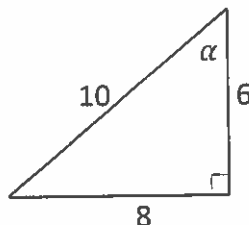
Vastaus: $x = -\frac{4}{5}$

b) Ratkaise yhtälö $x^2 = 49$.

Vastaus: $x = \pm 7$

c) Määritä kuvasta $\cos \alpha$.

Vastaus: $\cos \alpha = \frac{3}{5}$



d) Derivoi funktio $f(x) = 5x^4 - 2x + 1$.

Vastaus: $f'(x) = 20x^3 - 2$

e) Paistinpannun alkuperäinen hinta oli 50 euroa. Tyhjennysmyynnissä kaikki tuotteet myytiin 40 % alennuksella. Laske paistinpannun alennettu hinta.

Vastaus: 30 €

f) Kirjoita jonkin alaspäin aukeavan paraabelin yhtälö.

Vastaus: $y = ax^2 + bx + c$ $a < 0$

esim $y = -3x^2 + 5x + 1$

$$a) 7x + 1 = 2x - 3$$

$$5x = -4 \quad | :5$$

$$x = -\frac{4}{5}$$

$$b) x^2 = 49 \quad | \sqrt{} \quad \text{altava}$$

$$x = \pm \sqrt{49} = \pm 7$$

$$c) \cos \alpha = \frac{\text{vier}}{\text{hyp}} \quad \text{ei palku suorasta}$$

$$\cos \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$e) 100\% - 40\% = 60\%$$

$$\frac{60}{100} \cdot 50 = 6 \cdot 5 = 30$$

2. a) Laske $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{3}$.

b) Kartan mittakaava on 1 : 500 000. Kaupunkien välimatka kartalla on 27 cm. Mikä on kaupunkien välimatka luonnossa?

c) Suorakulmion muotoisen metsäpalstan pituus on 600 metriä ja leveys 130 metriä. Laske metsäpalstan pinta-ala 0,1 hehtaarin tarkkuudella.

a) $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{3} = \frac{13}{4} - \frac{7}{3} = \frac{39}{12} - \frac{28}{12} = \frac{11}{12}$ 1 p

b) 1 cm kartalla on 500 000 cm luonnossa siis tulo 1 p
 joten 27 cm kartalla on $27 \cdot 500\,000$ cm
 $= 27 \cdot 5$ km $= 135$ km 1 p

TÄI
 kartalla: $\frac{1}{500\,000} = \frac{27}{x} \Leftrightarrow x = 27 \cdot 500\,000$
 luonnossa: $= 13\,500\,000 = 135$ km

c) A = kanta · korkeus 

$A = 600 \text{ m} \cdot 130 \text{ m} = 78\,000 \text{ m}^2 = 7,8$ ha 1 p

TÄI

$600 \text{ m} = 6 \text{ hm}$
 $130 \text{ m} = 1,3 \text{ hm}$

$6 \text{ hm} \cdot 1,3 \text{ hm} = 7,8 \text{ ha}$

$10 \cdot 13 = 130$

$5 \cdot 1,3$ ↑ puolet tuosta 6,5

$6 \cdot 1,3$ ↑ lisätään 1,3
 $7,8$

10.
 mm cm dm m dam hm km
 mm² cm² dm² m² a ha km²
 100.

3. a) Määritä lukujen 5, 8, 9, 1 ja 9 keskiarvo.
 b) Viestijoukkueessa on viisi hiihtäjää. Kuinka monta erilaista hiihtojärjestystä he voivat muodostaa?
 c) Korissa oli 16 omenaa, joista 12 oli makeita ja 4 happamia. Juhani poimi korista kaksi omenaa. Millä todennäköisyydellä molemmat olivat happamia?

$$a) \frac{5+8+9+1+9}{5} = \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5} = 6,4$$

1p

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$

$$b) 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

1p

1. hiihtäjä 2. 3. 4. 5.
 5 vaihtoehtoa 4 jäljellä 3 2 1

Kertolaskusääntöä koska valitaan 1. ja 2. ja 3. ja 4. ja 5.

$$c) P(1. omena on hapen \text{ ja } 2. omena on hapen) \\ = P(1. hapen) \cdot P(2. hapen) \\ = \frac{4}{16} \cdot \frac{3}{15} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ tai } 5\%$$

1p

4. a) Piirrä valmiiseen koordinaatistoon suora $y = -\frac{1}{3}x + 3$.
 b) Muodosta laskemalla pisteiden $(2, -1)$ ja $(4, 5)$ kautta kulkevan suoran yhtälö.
 c) Määritä laskemalla sen kolmion pinta-ala, jonka rajaavat a- ja b-kohtien suorat sekä y-akseli. Voit piirtää myös b-kohdan suoran alla olevaan koordinaatistoon.

b)

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

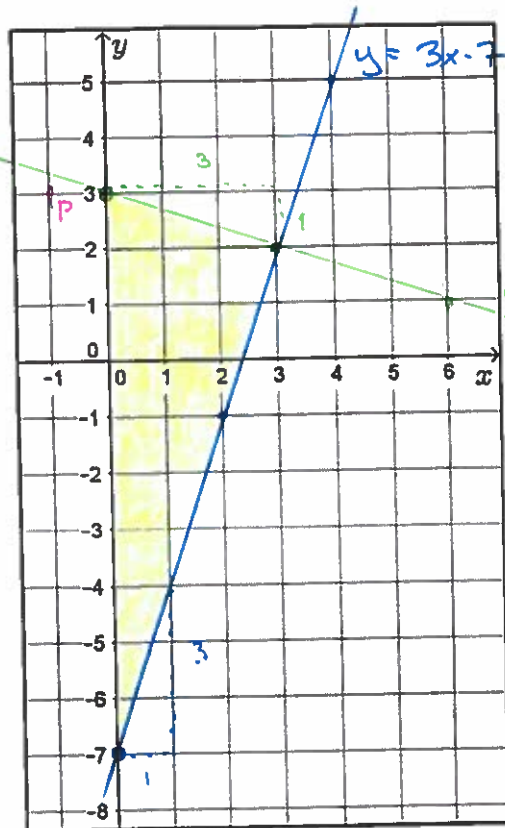
$$k = \frac{5 - (-1)}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3 \quad 1p$$

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

$$y - (-1) = 3(x - 2)$$

$$y + 1 = 3x - 6$$

$$y = 3x - 7 \quad 1p$$



c)

Väritetyn kolmion kanta y-akselilla $3 - (-7) = 10$

Korkeus suorien leikkauspisteen x-koordinaatti

$$\begin{cases} y = 3x - 7 \\ y = -\frac{1}{3}x + 3 \end{cases}$$

$$y = y \quad 3x - 7 = -\frac{1}{3}x + 3 \quad | \cdot 3$$

$$9x = -x + 30$$

$$10x = 30 \quad | : 10$$

$$x = 3 \quad 1p$$

KUASTA KATSOEN VAIN 1p

$$A = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15 \quad 1p$$

TÄI

A₁
A
A₂

$$A_{\square} = 3 \cdot 10 = 30$$

$$A = A_{\square} - A_1 - A_2$$

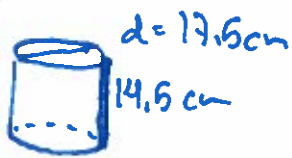
$$= 30 - 15 = 15$$

$$A_1 = \frac{3 \cdot 1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$A_2 = \frac{3 \cdot 1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Pöytä 5-16 (5)

⑤



$$V = Ah = \pi r^2 h$$

$$1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$$

a)

$$\pi \cdot \left(\frac{17.5}{2}\right)^2 \cdot 14.5 \text{ cm} = 3487.658... \text{ cm}^3 \\ \approx 3.49 \text{ l} \quad 1 \text{ p}$$

päivässä poimittiin

$$\frac{100 \cdot 3487.658...}{7} = 49823.685... \approx 49.8 \text{ l} \quad 1 \text{ p}$$

$$b) \quad 57 \cdot 10 \text{ €} + (100 - 57) \cdot 20 \text{ €} = 1430 \text{ €} \quad 1 \text{ p}$$

$$c) \quad \frac{1430 \text{ €}}{100 \cdot 3.4876... \text{ l}} = 4.10017... \text{ €/l} \approx \underline{\underline{4.10 \text{ €/l}}} \quad 1 \text{ p}$$

⑥ tammikuun 5,8 kg
helmikuun
⋮
K_n joulukuun ? kg

$$q = 1 + \frac{P}{100}$$

$$q = 1 + \frac{-5}{100} = 0,95$$

$$t = 11 \text{ kk } 1p$$

$$K_n = K q^n$$

$$5,8 \text{ kg} \cdot 0,95^{11} = 3,299... \text{ kg} \approx \underline{\underline{3,3 \text{ kg}}} 1p$$

↓
↓

$$K_n < 0,600 \text{ kg}$$

$$5,8 \cdot 0,95^n = 0,600 \quad | : 5,8$$

$$0,95^n = \frac{0,6}{5,8} \quad | \lg$$

$$\lg 0,95^n = \lg \left(\frac{0,6}{5,8} \right)$$

$$n \lg 0,95 = \lg \left(\frac{0,6}{5,8} \right) \quad | : \lg 0,95$$

$$n = \frac{\lg \left(\frac{0,6}{5,8} \right)}{\lg 0,95} = 44,229...$$

jotta 0,600 kg alittu, kuluu aikaa 45 kk ^{1p}

$$2016 \text{ aikana } 45 - 11 \text{ kk} = 34 \text{ kk}$$

$$34 \text{ kk} = 2 \text{ vuotta } 10 \text{ kk}$$

Eli vuoden 2019 lokakuussa ^{1p}

⑦ $X \sim N(\mu, \sigma)$ $15 \sim N(10 \text{ min}, 2.5 \text{ min})$

$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ $Z_{15} = \frac{15 - 10}{2.5} = \frac{5}{2.5} = 2.0$ 2p

$P(\text{valmistusaika yli } 15 \text{ min})$

$= P(X > 15)$ 1p

$= P(Z > 2.0)$ (taulukosta voi katsoa vain pienenymiä arvoja eli tehdään "1-" temppu)

$= 1 - P(Z \leq 2.0)$

$= 1 - \Phi(2.00)$ 1p Katsotaan normaali jakauman taulukosta
2.00 $\rightarrow$ 0.9772

$= 1 - 0.9772$ 1p

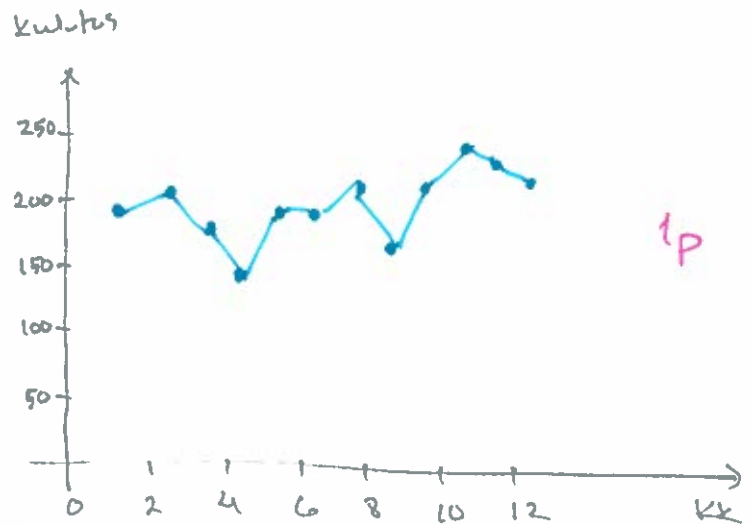
$= 0.0228$

$= \underline{\underline{2.3\%}}$ 1p

⑧ Kuukausittaiset kulutukset

a)

TAMMI	$24335 - 24138 = 197$
HELMI	$24540 - 24335 = 205$
MALIS	$24726 - 24540 = 186$
HUHTI	$24897 - 24726 = 171$
TOUKO	$25033 - 24897 = 136$
KESÄ	$25207 - 25033 = 174$
HEINÄ	$25404 - 25207 = 197$
ELO	$25554 - 25404 = 150$
SYYS	$25750 - 25554 = 196$
LOKA	$25978 - 25750 = 228$
MARRAS	$26198 - 25978 = 220$
JOULU	$26394 - 26198 = 196$



b) LASKINESTA:

$$\bar{X} = 188 \quad \sigma = 26,204... \approx 26,2 \quad (\text{KWh})$$

1P

c) merkitsevän poikkeaman rajat

$$-2\sigma \leftarrow \bar{X} \rightarrow +2\sigma$$

$$188 - 2 \cdot 26,204... = 135,53...$$

$$188 + 2 \cdot 26,204... = 240,46$$

1P

eli jotta poikkeama on merkitsevä
kulutuksen on oltava välin

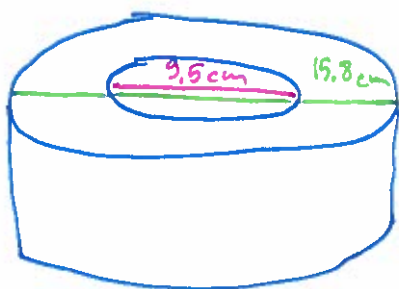
$$135,5 - 240,5$$

ulkopuolella

Ainoastaan huhtikuun poikkeaa merkitsevästi

1P

9)
a)



nauhanpaksuus $h = 0.05 \text{ mm}$
 $= 0.005 \text{ cm}$

lasketaan nauhakerrosten lukumäärä n

$$r_o = \frac{15.8 \text{ cm}}{2} = 7.9 \text{ cm}$$

$$r_s = \frac{9.5 \text{ cm}}{2} = 4.75 \text{ cm}$$

$$n = \frac{7.9 \text{ cm} - 4.75 \text{ cm}}{0.005 \text{ cm}} = 630 \text{ (n)}$$

1p

ARITMEETTISELLÄ SUMMALLA

lasketaan sisimmän ja ulomman nauhakerroksen pituus

$$p = 2\pi r$$

$$p_o = 2 \cdot \pi \cdot 7.9 \text{ cm} = 49.637... \text{ cm (a)}$$

$$p_s = 2 \cdot \pi \cdot 4.75 \text{ cm} = 29.845... \text{ cm (a)}$$

1p

perustellaan jonon aritmeettisyys

$$p_n = 2\pi (r_s + (n-1)h) = 2\pi r_s + 2\pi (n-1)h$$

$$p_{n+1} = 2\pi (r_s + (n+1-1)h) = 2\pi r_s + 2\pi nh$$

Aritmeettisessä jonoissa $a_{n+1} - a_n = \text{vakio}$

$$\begin{aligned} \text{joten } & 2\pi r_s + 2\pi nh - (2\pi r_s + 2\pi (n-1)h) \\ &= 2\pi nh - (2\pi nh - 2\pi h) \\ &= 2\pi h \quad (\text{kaikki vakioita!}) \end{aligned}$$

$$S_n = n \frac{a_1 + a_n}{2}$$

$$S_{630} = 630 \cdot \frac{29.845... + 49.637...}{2}$$

$$= 25036.9... \text{ cm} \approx 250 \text{ m}$$

1p

TAI RULLAN POIKKILEIKKAUKSEN PINTA-ALALU

$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi r_o^2 - \pi r_s^2 = \pi \cdot 7.9^2 - \pi \cdot 4.75^2 = 125.18... \text{ cm}^2$$

TOISAALTA sama pinta-ala muodostuu nauhan paksuudesta ja pituudesta (a)

$$a \cdot 0.005 \text{ cm} = 125.18... \text{ cm}^2 \quad | : 0.005 \text{ cm}$$

$$a = 25036.9... \approx 250 \text{ m}$$

1p

9

Muiss alussa on nauha

b) nauhoja tarvitaan $\frac{21,5 \text{ km}}{20 \text{ m}} + 1 = \frac{21500 \text{ m}}{20 \text{ m}} + 1 = 1076$

tarvittavan nauhan pituus on $1076 \cdot 1,5 \text{ m} = 1614 \text{ m}$

tarvittavat rollat

$\frac{1614 \text{ m}}{250 \text{ m}} = 6,456 \approx 7 \text{ rollaa}$

10

① Kerätään tiedot taulukkoon

	kpl	vilja (kg)	hedelmät (kg)	hinta
perusmysti	x	0,3	0,1	5,80
hedelmä-m.	y	0,2	0,2	7,20
Käytettävissä		14,4	9,6	

② tavoitefunktio "paljon rahaa"

$$5,80x + 7,20y \quad 1p \text{ mahdollisimman suuren}$$

③ rajoite-epäyhtälöt

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \text{pussien määrä ei voi olla negatiivinen}$$

$$\begin{cases} 0,3x + 0,2y \leq 14,4 \\ 0,1x + 0,2y \leq 9,6 \end{cases} \quad \begin{matrix} 1p \\ \text{viljaa} \\ \text{hedelmiä} \end{matrix} \quad \text{eivöi käyttää enempää kuin mitä on}$$

④ rajasuorat

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ 0,3x + 0,2y = 14,4 \\ 0,1x + 0,2y = 9,6 \end{cases}$$

⑤ akselien liikkauspisteet

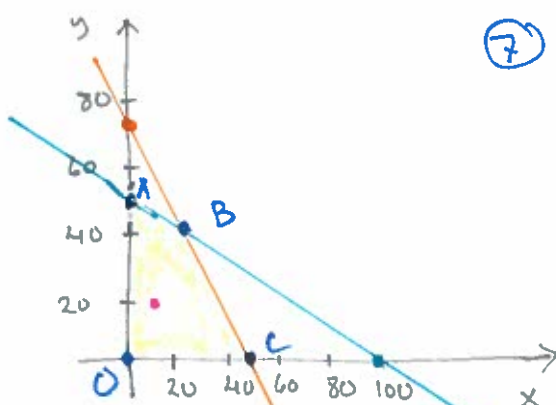
$$\begin{aligned} y=0 \quad 0,3x + 0 &= 14,4 \quad |:0,3 & (48,0; 0) \\ x &= 48,0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x=0 \quad 0 + 0,2y &= 14,4 \quad |:0,2 & (0, 72) \\ y &= 72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y=0 \quad 0,1x + 0 &= 9,6 \quad |:0,1 & (96, 0) \quad 1p \\ x &= 96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x=0 \quad 0 + 0,2y &= 9,6 \\ y &= 48 & (0, 48) \end{aligned}$$

⑥ Piirretään suorat



(piirrä isomman kokeessa!!)

⑦ Valitaan tasoalue ja tarkastetaan se tarkastuspisteen avulla

$$(10, 20) \quad \begin{aligned} x &\geq 0 \quad \text{OK} \\ y &\geq 0 \quad \text{OK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,3 \cdot 10 + 0,2 \cdot 20 &\leq 14,4 \quad \text{OK} \\ 0,1 \cdot 10 + 0,2 \cdot 20 &\leq 9,6 \quad \text{OK} \end{aligned}$$

⑧ selvitetään tasoalueen kärkipisteet O, A ja C tiedetään

B lasketaan yhtälöparina

$$\begin{cases} 0,3x + 0,2y = 14,4 \\ 0,1x + 0,2y = 9,6 \end{cases} \quad | \cdot -1$$

$$+ \begin{cases} 0,3x + 0,2y = 14,4 \\ -0,1x - 0,2y = -9,6 \end{cases}$$

$$0,2x = 4,8 \quad | : 0,2$$

$$x = 24 \quad \text{sijoitetaan}$$

$$\begin{aligned} 0,1 \cdot 24 + 0,2y &= 9,6 \\ 0,2y &= 9,6 - 2,4 \\ 0,2y &= 7,2 \quad | : 0,2 \\ y &= 36 \end{aligned}$$

leikkauspisteiden mukaan $(24, 36)$ 1p

⑨ tutkitaan tavoitefunktion arvot monikulmion kärkipisteissä

	$5,80x + 7,20y$
$(0,0)$	$0 + 0 = 0$
$(48,0)$	$5,80 \cdot 48 + 0 = 278,40$
$(24,36)$	$5,80 \cdot 24 + 7,20 \cdot 36 = 398,40 \leftarrow \text{suurin}$
$(0,48)$	$0 + 7,20 \cdot 48 = 345,60$

⑩ annetaan vastaus

✓: Valmistetaan 24 pussia perusmursliä ja 36 pussia hedelmämursliä 1p

⑪ X : monenko päivän päästä peronut myydään

Kilohinta $6.20 - 0.20 \times (\leq 1 \text{ kg})$ 1p

$$f(x) = (120 + 8x)(6,20 - 0,20x)$$
$$= -1,6x^2 + 25,6x + 744 \quad 1P$$
$$0 < x < 31$$
$$\begin{aligned} 6,20 - 0,20x &> 0 \\ -0,20x &> -6,20 \quad | : (-0,20) \\ x &< 31 \end{aligned}$$

PÄIVIEN LUKUMÄÄRÄ EI VOI
OLLA NEGATIIVINEN
 $x > 0$

Polynomifunktio
saa suurimman ja
pienen arvoensa
välillä päätepisteissä
tai välille osuvassa
derivaatan nolokohdassa!



$$f'(x) = -3,2x + 25,6 \quad 1p$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \quad \text{Kun} & -3,2x + 25,6 &= 0 \\ & & -3,2x &= -25,6 \quad |:(-3,2) \\ & & x &= 8 \end{aligned}$$

Osun tarkasteluvälille



	0	8	31
$f'(x)$	+	-	
$f(x)$		↗	↘

Suurin arvo derivaatan nollakohdassa voidaan perustella 1p
 f:n kuvaajalla.
 TÄI

merkki/kulku kaavilla f' kuva-avulle (tai laskemalla)
testipistein

suurin arvo $f(8) = -1.6 \cdot 8^2 + 25.6 \cdot 8 + 744 = 846,40 \text{ €}$ (olisi voitu myös selvittää sijoittamalla päätepisteet ja f' nolalle) 1p

1: perunat myydään 8 pu kullua, jolloin saadaan 846,40