

MAB2 (Eerikan ryhmä)

A-osassa valitaan neljästä tehtävästä kolme. B-osassa valitaan kolmesta tehtävästä kaksi. Yhteensä tehdään viisi tehtävää. Kukin tehtävä on 12 pisteen arvoinen. Kokeen maksimipistemäärä on siten 60 pistettä.

Jos tehtävässä on useita kohtia, pisteet jakautuvat tasan kohtien kesken, ellei tehtävässä ilmoiteta muuta.

MUISTA kirjoittaa näkyviin, miten olet vastaukseen päätenyt - ratkaisu täytyy olla esillä vastauksen lisäksi ellei tehtävänannossa erikseen pyydetä pelkkää vastausta.

Lisää riittävän isokokoiset kuvankaappaukset laskinohjelmistoista vastaukseesi.

Kun olet valmis, päätä koe painamalla "Päätä koe" -painiketta.

Sisälllys

Osa 1: A-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

- | | |
|----------------------------|----------------|
| 1. Monivalinta | 12 p. |
| 2. Ratkaise yhtälöt | 12 p. |
| 3. Funktio | 12 p. |
| 4. Juomalaseja mainoksessa | Aineisto 12 p. |

Osa 2: B-osa

Vastaa kahteen tehtävään.

- | | |
|------------------|-------|
| 5. Koulutuspäivä | 12 p. |
| 6. Lukujono | 12 p. |
| 7. Lipputulot | 12 p. |

Koe yhteensä

60 p.

Osa 1: A-osa

 Vastaa kolmeen tehtävään.

A-osassa käytössäsi ei ole kaikkia laskinohjelmia. Kun palautat A-osan, saat kaikki ohjelmistot käyttöösi.

1. Monivalinta 12 p.

Valitse sopivin vaihtoehto.

Jos tarvitset suttupaperia tehtävien ratkaisemiseen, pyydä opettajalta.

1.1 Polynomi $(2x - 3) - (3x + 5)$ sievenee muotoon 1 p.

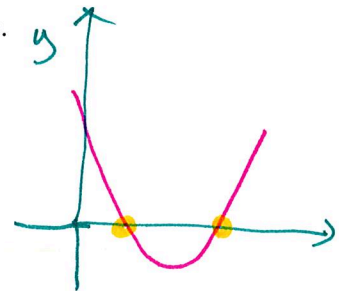
$$\begin{aligned} &= 2x - 3 - 3x - 5 \\ &= -x - 8 \end{aligned}$$

~~$-x - 8$~~

- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- $-x + 2$
- $5x + 2$
- $6x^2 + x + 15$

1.2 Funktion nollakohta tarkoittaa koordinaatiston kohtaa, jossa funktion kuvaaja 1 p.

- katoaa kuvasta.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- leikkaa y-akselin.
- leikkaa x-akselin.
- saa x-koordinaatiksi nollan.



1.3 Funktion $f(x) = 2x + 20$ nollakohta on 1 p.

- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- $y = 20$.
- $x = 0$.
- $x = -10$.
- $x = -20$.

$$\begin{aligned} 2x + 20 &= 0 \\ 2x &= -20 \quad | :2 \\ x &= -10 \end{aligned}$$

1.4 Funktion $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x$ nollakohdat ovat 1 p.

- $x = 0$.
- $x = \pm\sqrt{4}$.
- $x = 4$.
- $x = 0$ ja $x = 16$.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.

$$\begin{aligned} -\frac{1}{4}x^2 + 4x &= 0 \\ x(-\frac{1}{4}x + 4) &= 0 \\ x = 0 \quad -\frac{1}{4}x + 4 &= 0 \\ -\frac{1}{4}x &= -4 \quad | \cdot -4 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

1.5 Funktion $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4x$ kuvaaja kulkee pisteen 1 p.

- (40, 40) kautta.
- (4, 4) kautta.
- (-4, 6) kautta.
- (4, 12) kautta.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.

$$-\frac{1}{4} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 = -\frac{1}{4} \cdot 16 + 16 = -4 + 16 = 12$$

1.6 Kun toisen asteen polynomifunktion korkeimman asteen termin kerroin on positiivinen, on funktion kuvaaja 1 p.

- alaspäin aukeava paraabeli.
- ylöspäin aukeava paraabeli.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- nouseva suora.
- laskeva suora.

$$\begin{aligned} ax^2 \quad a > 0 & \quad \cup \\ a < 0 & \quad \cap \end{aligned}$$

1.7 Kun lukujonon perättäisten jäsenten erotus on vakio, kyseessä on 1 p.

- Fibonaccin lukujono.
- geometrinen lukujono.
- toisen asteen yhtälö.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- aritmeettinen lukujono.

$$a_1, a_2, a_3, \dots$$

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1 = d$$

1.8 Teet ensimmäisenä päivänä yhden vatsalihasliikkeen. Se sujuu helposti ja päätät tehdä seuraavana kaksi. Koska sekin sujuu helposti, teet kolmantena päivänä neljä vatsalihasliikettä. Vatsalihasliikkeiden päivittäisestä lukumäärästä muodostuu 1 p.

- vakiolukujono.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- geometrinen lukujono.
- aritmeettinen lukujono.
- toisen asteen yhtälö.

$$1, 2, 4, \dots$$

$$\frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2 = q$$

1.9 Tiedetään, että lukujonon neljäs jäsen on $\frac{1}{81}$. 1 p.

- Geometrisen lukujonon alku on tällöin $1, \frac{1}{3}, \dots$
- Kyseessä on aritmeettinen lukujono, jonka ensimmäinen jäsen on $\frac{1}{3}$ ja suhdeluku on $\frac{1}{3}$.
- Aritmeettisen lukujonon alku on tällöin $1, \frac{1}{3}, \dots$
- Kyseessä on geometrinen lukujono, jonka ensimmäinen jäsen on $\frac{1}{3}$ ja suhdeluku on $\frac{1}{3}$.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$$

1.10 Lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 3n + 5$, kun $n = 1, 2, 3, \dots$ 1 p.

- Kyseessä on geometrinen lukujono.
- Luku 209 on lukujonon jäsen.
- Jonon ensimmäinen jäsen on 5.
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- Jonon suhdeluku on 5.

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 5 = 3 + 5 = 8$$

$$a_n = 209$$

$$3n + 5 = 209$$

$$3n = 204 \quad | :3$$

$$n = 68$$

1.11 Kun $a_n = 2 \cdot 0,5^{n-1}$, laske $\sum_{i=1}^3 a_i$. 1 p.

- 1,25
- 3,5
- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- 1,75
- 3

$$a_1 = 2 \cdot 0,5^{1-1} = 2 \cdot 1 = 2$$

$$a_2 = 2 \cdot 0,5^{2-1} = 2 \cdot 0,5 = 1$$

$$a_3 = 2 \cdot 0,5^{3-1} = 2 \cdot 0,25 = 0,5$$

$$\underline{2 + 1 + 0,5 = 3,5}$$

1.12 Montako lukujonon jäsentä lasketaan yhteen, kun jonolle 3, 7, 11, ... summaksi saadaan 78. 1 p.

- Ei mikään annetuista vaihtoehdoista.
- 10
- 12
- 6

$$3, 7, 11, 15, 19, 23$$

$$\underbrace{3 + 7}_{10} + \underbrace{11 + 15}_{26} + \underbrace{19 + 23}_{42} = 78$$

2. Ratkaise yhtälöt 12 p.

2.1 4 p.

$4x^2 = 16x$

$4x^2 - 16x = 0 \quad | :4$

$x^2 - 4x = 0 \quad (1p)$

$x(x-4) = 0 \quad (1p)$

$x=0 \quad (1p)$

$x-4=0$

$x=4 \quad (1p)$

2.2 4 p.

$x^2 + 14 = 9x$

$x^2 - 9x + 14 = 0 \quad (1p) \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 $a=1 \quad b=-9 \quad c=14$

$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2 \cdot 1} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2}$ $(1p)$

$x = \frac{9+5}{2} = 7 \quad (1p)$

$x = \frac{9-5}{2} = 2 \quad (1p)$

2.3 4 p.

$(x+1)(x+4) = 4$

$x^2 + 4x + x + 4 = 4 \quad (1p)$

$x^2 + 5x = 0 \quad (1p)$

$x(x+5) = 0$

$x+5=0$

$x=0 \quad (1p)$

$x = -5 \quad (1p)$

3. Funktio 12 p.

Tarkastellaan funktiota $f(x) = (x-2)(x+3)$.

a) Laske $f(4)$.

$a) f(4) = (4-2)(4+3) = 2 \cdot 7 = 14$ $(1p \quad 1p)$

b) Ratkaise yhtälö $f(x) = 0$.

c) Ratkaise yhtälö $f(x) = -6$.

$b) x-2=0 \quad (1p) \quad x+3=0 \quad (1p)$
 $x=2 \quad (1p) \quad x=-3 \quad (1p)$

(yo mab s18)

$(x-2)(x+3) = -6$
 $x^2 - 2x + 3x - 6 = -6$
 $x^2 + x - 6 = -6$ $(1p)$

$x^2 + x = 0$
 $x(x+1) = 0 \quad (1p)$
 $x=0 \quad (1p) \quad x+1=0$
 $x=-1 \quad (1p)$

4. Juomalaseja mainoksessa 12 p.

Aineisto

4.A Kuva: Esimerkkimuodostelma

$$1. \quad 1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$$
$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10(10+1)}{2} = 55 \quad 2+1 \text{ p}$$

Mainostoimisto suunnittelee astianpesuaineen mainosvideon. Tuottajan ajatuksena on asettaa suuri määrä juomalaseja kolmion muotoiseen kuvioon kuvan 4.A mukaisesti. Ensimmäisellä rivillä on yksi lasi, toisella rivillä kaksi, kolmannella rivillä kolme ja niin edelleen siten, että seuraavalla rivillä on aina yksi lasi enemmän kuin edellisellä rivillä.

1. Kuinka monta juomalasia on kymmenellä ensimmäisellä lasirivillä yhteensä? (3 p.)

$$2. \quad a_1 = 1 \quad d = 1 \quad 1 \text{ p}$$
$$a_n = n$$

2. Määritä lauseke juomalasien kokonaismäärälle, kun lasirivejä on n kappaletta. (4 p.)

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \quad 1 \text{ p}$$

3. Kuinka monta lasiriviä on 3 916 juomalasin muodostelmassa? (5 p.)

$$\Rightarrow S_n = \frac{n(1+n)}{2} \quad 2 \text{ p}$$

(yo mab s24) 3. $\frac{n(n+1)}{2} = 3916 \quad 1 \text{ p}$

$$\frac{n^2 + n}{2} = 3916$$

$$n^2 + n = 7382$$

$$n^2 + n - 7382 = 0 \quad 1 \text{ p}$$
$$a=1 \quad b=1 \quad c=-7382$$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7382)}}{2} \quad 1 \text{ p}$$

$$n = 88 \quad \text{tai} \quad n = -89 \quad 1 \text{ p}$$

$$V: 88 \quad 1 \text{ p}$$

Voit käydä tarkastelemassa A-osan vastauksiasi nyt.
Palautettuasi A-osan et voi enää muokata A-osan vastauksia.

Siirry tarkastelemaan vastauksiasi

Tarkastelun jälkeen voit palata kokeeseen jatkamaan tehtäviin vastaamista.

...

Saat estetyt laskinohjelmat käyttöösi palautettuasi A-osan.

osallistajat \times 1 p Palauta A-osa

Maksut $30 \times 2 \text{ p}$

ruokailukulut $\frac{11,50 \times}{2} 3 \text{ p}$

$$1000 + \frac{11,50 \times}{2} = 30 \times \quad 3 \text{ p}$$

$$\times \approx 41,2 \quad 2 \text{ p}$$

$$V: 42 \quad 1 \text{ p}$$

Osa 2: B-osa

Vastaa kahteen tehtävään.

Voit vastata B-osan tehtäviin palauttamatta A-osaa, mutta saat kaikki laskinohjelmat käyttöösi vasta palautettuasi A-osan

5. Koulutuspäivä 12 p.

Ohjelmistoyhtiö järjestää koulutuspäivän, jonka tilavuokrat ovat 1 000 euroa. Osallistumismaksu on 30 euroa, joka sisältää ruokailun koulutuspäivän loppuksi. Ruokailun järjestäminen maksaa ohjelmistoyhtiölle 11,50 euroa jokaista ruokailijaa kohti, mutta järjestäjät arvioivat, että puolet osallistujista lähtee kotiin heti koulutuksen päätyttyä eikä osallistu ruokailuun. Kuinka monta osallistujaa koulutuspäivään pitäisi saada, jotta se ei tuottaisi tappiota ohjelmistoyhtiölle? Vastaa kysymykseen muodostamalla ongelmaa kuvaava yhtälö tai epäyhtälö ja ratkaisemalla se. Tehtävässä ei huomioida veroja.

(yo mab k24)

$$4, 9, \dots \quad d = 9 - 4 = 5 \quad 1p$$

$$1. \quad a_n = 4 + (n-1)5 = 4 + 5n - 5 = 5n - 1 \quad 2p$$

$$5n - 1 < 1000 \quad 1p$$

$$5n < 1001 \quad | :5$$

$$n < 200,2 \quad 1p$$

$$n: 200 \quad 1p$$

6. Lukujono 12 p.

Lukujono alkaa luvuilla 4 ja 9. Kuinka moni lukujonon jäsen on pienempi kuin 1000, jos lukujono on

1. aritmeettinen (6 p.)

$$2. \quad 4, 9, \dots \quad q = \frac{9}{4} \quad 1p$$

2. geometrinen? (6 p.)

$$a_n = 4 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{n-1} \quad 2p$$

(yo mab k22)

$$4 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{n-1} < 1000 \quad 1p$$

$$n < 7,8 \quad 1p$$

$$n: 7 \quad 1p$$

7. Lipputulot 12 p.

Maaotteluun on ostettu 4802 lippua. Pääkatsomon lippu maksaa 35 euroa ja ylä- ja sivukatsomoiden liput 25 euroa. Ottelun lipputulot kertyi yhteensä 136900 euroa. Kuinka moni katsojista istui pääkatsomossa?

(yo mab k21)

$$1p \quad \begin{cases} x + y = 4802 & 2p \\ 35x + 25y = 136900 & 4p \end{cases}$$

$$x = 1685 \quad 2p$$

$$n: 1685 \text{ katsojia} \quad 1p$$

Kokeen tehtävät loppuvat tähän.

Siirry tarkastelemaan vastauksiasi

Tarkastelun jälkeen voit vielä palata muokkaamaan vastauksia, tai päättää kokeen.