Harmonisen voiman energia

Energia on kyky tehdä työtä ja työnteko on riippuvainen voimasta ja matkasta. Energiaa ei voida tehdä lisää tai hävittää, vaan ainoastaan muuntaa muodosta toiseen. Tätä samaa voidaan soveltaa harmoniselle voimallekin, esim. jouselle. Kirjassa on s. 87 johdettu jousen energialle lauseke.

MAFY

harmonisen värähtelijän potentiaalienergia	$E_p = \frac{1}{2}kx^2$	$E_p =$ potentiaalienergia $k =$ harmonisen systeemin vakio (jousivakio) $x =$ värähtelijän etäisyys tasapainoasemasta

Esim. Benjihypyssä jalkoihin sidottavat narut voidaan ajatella jousiksi, joiden jousivakio on 130 N/m ja pituus lepotilassa on 10 m. Kuinka paljon ne venyvät, kun hyppääjä (97 kg) on alimmassa pisteessään?

Hyppääjällä on aluksi potentiaalienergiaa. Hypyn aikana alun energia muuttuu liike-energiaksi ja jousen energiaksi, kun liikettä vastustavia voimia ei huomioida. Hypyn alimmassa pisteessä liikkeen suunta muuttuu, eli nopeus on hetkellisesti 0 -> Alimmassa pisteessä potentiaalienergia on muuttunut kokonaan jousen energiaksi.

$E_{pot} = E_{jousi}$

MAFY:

$E_p = mgh \; ja \; E_j = \frac{1}{2}kx^2$

$-> \; mgh = \frac{1}{2}kx^2$

Kokokonaismatka, jonka hyppääjä tippuu on narun pituus (l) ja jousen venymä (x)

$mg(l+x) = \frac{1}{2}kx^2$

$mgl + mgx = \frac{1}{2}kx^2$

$-\frac{1}{2}kx^2 + mgx + mgl = 0$ Tulee toisen asteen yhtälö

$$\text{solve}\left(-\frac{1}{2}k \cdot x^2 + m \cdot g \cdot x + m \cdot g \cdot l = 0, x\right)$$

$$\rightarrow \left\{x = \frac{-\sqrt{g^2\,m^2 + 2\,g\,k\,l\,m} + g\,m}{k}, x = \frac{\sqrt{g^2\,m^2 + 2\,g\,k\,l\,m} + g\,m}{k}\right\}$$

Negatiivinen (1. vaihtoehto) ei kelpaa)

$$x = \frac{\sqrt{\left(9{,}81\ \frac{m}{s^2}\right)^2 \cdot (97\ kg)^2 + 2 \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 130\ \frac{N}{m} \cdot 10\ m \cdot 97\ kg} + 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 97\ kg}{130\ \frac{N}{m}} = 21{,}416\ldots\ m \approx 21{,}5\ m$$

Lopputunti: Perustehtäviä (kpl 8 alun tehtävät) tai haastavampia 8-10 tai haastavin 8-11 (esim. 4.)