

7.1

- a) Maksueriä on yhteensä $5 \cdot 2 = 10$ kappaletta.

$$\text{Kertalyhennys on } \frac{40\,000 \text{ €}}{10} = 4000 \text{ €}.$$

- b) Lasketaan ensimmäisen puolivuotiskauden korko.

$$40\,000 \cdot 0,036 \cdot \frac{1}{2} = 720 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 40\,000, \\ i = 0,036 \text{ ja } t = \frac{1}{2}. \end{array}$$

Lasketaan ensimmäinen takaisinmaksuerä.

$$4000 + 720 = 4720 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

- c) Viimeisen 4000 euron takaisinmaksuerän jälkeen lainapääoma on 0 €. Lasketaan viimeisen puolivuotiskauden korko.

$$4000 \cdot 0,036 \cdot \frac{1}{2} = 72 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 4000, \\ i = 0,036 \text{ ja } t = \frac{1}{2}. \end{array}$$

Lasketaan viimeinen takaisinmaksuerä.

$$4000 + 72 = 4072 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

- d) Lasketaan jäljellä oleva lainan määrä kolmen vuoden kuluttua, kun lainaa on lyhennetty kaikkiaan 6 kertaa.

$$40\,000 \text{ €} - 6 \cdot 4000 \text{ €} = 16\,000 \text{ €}$$

Vastaus

- a) 4000 € b) 4720 € c) 4072 € d) 16 000 €

7.2

- a) Takaisinmaksueriä on $5 \cdot 2 = 10$ kappaletta ja kertalyhennys on $\frac{40\,000 \text{ €}}{10} = 4000 \text{ €}$. Vuosikorko $3,6 \% = 0,036$.

	A	B	C	D	E
1	Erä	Pääoma ennen lyh (€)	Lyhennys (€)	Korko (€)	Maksuerä (€)
2	1	40000	4000	720	4720
3	2	36000	4000	648	4648
4	3	32000	4000	576	4576
5	4	28000	4000	504	4504
6	5	24000	4000	432	4432
7	6	20000	4000	360	4360
8	7	16000	4000	288	4288
9	8	12000	4000	216	4216
10	9	8000	4000	144	4144
11	10	4000	4000	72	4072
12		Yhteensä	40000	3960	43960

Kirjoitetaan sarakkeeseen A takaisinmaksuerien numerot 1, ..., 12 ja sarakkeeseen C kertalyhennykset 4000 €. Kirjoitetaan soluun B2 lainan alkuperäinen pääoma 40 000 € ja lasketaan soluun B3 jäljellä oleva lainapääoma edellisen lyhennyksen jälkeen.

Lasketaan soluun D2 ensimmäisen takaisinmaksujakson korko ($=B2*0,036*0,5$) ja soluun E2 ensimmäisen maksuerän suuruus ($=C2+D2$).

Kopioidaan kaavoja riville 13 asti.

Lasketaan lopuksi solujen C2-C13 summa soluun C14 ja

kopioidaan kaava soluihin D14 ja E14.

- b) Maksusuunnitelman mukaan korkoa maksetaan laina-aikana kaikkiaan 3960 euroa.

Vastaus

b) 3960 €

7.3

Maksueriä on yhteensä $2 \cdot 12 = 24$ kappaletta.

Kertalyhennys on $\frac{13\,298 \text{ €}}{24} = 554,08 \text{ €}$.

Lainapääoma pienenee kuukausittain aina 554,08 eurolla, joten kuukausittaiset lainapääomat muodostavat aritmeettisen jonon. Lasketaan lainan koron yhteismäärä.

$$\begin{aligned} & 13\,298 \cdot 0,0386 \cdot \frac{1}{12} + 12\,743,92 \cdot 0,0386 \cdot \frac{1}{12} + \dots + 554,08 \cdot 0,0386 \cdot \frac{1}{12} \\ &= 0,0386 \cdot \frac{1}{12} \cdot \underbrace{(13\,298 + 12\,743,92 + \dots + 554,08)}_{\substack{\text{aritmeettinen summa, jossa} \\ \text{on 36 termiä, } S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}}} \\ &= 0,0386 \cdot \frac{1}{12} \cdot 24 \cdot \frac{13\,298 + 554,08}{2} \\ &\approx 534,69 \approx 530 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Laurin laina-aikana maksaman koron määrä on kymmenen euron tarkkuudella 530 €.

Lainan kokonaiskustannukset koostuvat lainan lyhennyksistä, koroista ja laskutuskuluista. Lasketaan kokonaiskulut.

$$13\,298 \text{ €} + 534,69 \text{ €} + 24 \cdot 11,80 \text{ €} = 14\,115,89 \text{ €} \approx 14\,120 \text{ €}$$

Vastaus

korko 530 €, kokonaiskustannukset 14 120 €

7.4

Korot luettu 12.8.2022.

3 kk euribor 0,333 %,
12 kk euribor 1,163 %

a) Korkoprosentti 3 kk euriborin mukaan on

$$0,333 \% + 1,45 \% = 1,783 \%$$

b) Korkoprosentti 12 kk euriborin mukaan on

$$1,163 \% + 1,45 \% = 2,613 \%$$

Vastaus

a) 1,783 %

b) 2,613 %

7.5

- a) Takaisinmaksueriä on $6 \cdot 12 = 72$ kappaletta ja kertalyhennys on $\frac{30\,000 \text{ €}}{72} \approx 416,67 \text{ €}$. Vuosikorko $7,2 \% = 0,072$.

	A	B	C	D	E
1	Erä	Pääoma ennen lyh (€)	Lyhennys (€)	Korko (€)	Maksuerä (€)
2	1	30000	416,67	180,00	596,67
3	2	29583,33	416,67	177,50	594,17
4	3	29166,66	416,67	175,00	591,67
5	4	28749,99	416,67	172,50	589,17
6	5	28333,32	416,67	170,00	586,67
7	6	27916,65	416,67	167,50	584,17
8	7	27499,98	416,67	165,00	581,67
9	8	27083,31	416,67	162,50	579,17
10	9	26666,64	416,67	160,00	576,67
11	10	26249,97	416,67	157,50	574,17
12	11	25833,3	416,67	155,00	571,67
13	12	25416,63	416,67	152,50	569,17
14	13	24999,96	416,67	150,00	566,67
15	14	24583,29	416,67	147,50	564,17
16	15	24166,62	416,67	145,00	561,67
17	16	23749,95	416,67	142,50	559,17
18	17	23333,28	416,67	140,00	556,67
19	18	22916,61	416,67	137,50	554,17
20	19	22499,94	416,67	135,00	551,67
21	20	22083,27	416,67	132,50	549,17
22	21	21666,6	416,67	130,00	546,67
23	22	21249,93	416,67	127,50	544,17
24	23	20833,26	416,67	125,00	541,67
25	24	20416,59	416,67	122,50	539,17
26	25	19999,92	416,67	120,00	536,67
27	26	19583,25	416,67	117,50	534,17
28	27	19166,58	416,67	115,00	531,67
29	28	18749,91	416,67	112,50	529,17
30	29	18333,24	416,67	110,00	526,67
31	30	17916,57	416,67	107,50	524,17
32	31	17499,9	416,67	105,00	521,67
33	32	17083,23	416,67	102,50	519,17
34	33	16666,56	416,67	100,00	516,67
35	34	16249,89	416,67	97,50	514,17
36	35	15833,22	416,67	95,00	511,67
37	36	15416,55	416,67	92,50	509,17
38	37	14999,88	416,67	90,00	506,67
39	38	14583,21	416,67	87,50	504,17
40	39	14166,54	416,67	85,00	501,67
41	40	13749,87	416,67	82,50	499,17
42	41	13333,2	416,67	80,00	496,67
43	42	12916,53	416,67	77,50	494,17
44	43	12499,86	416,67	75,00	491,67
45	44	12083,19	416,67	72,50	489,17
46	45	11666,52	416,67	70,00	486,67

47	46	11249,85	416,67	67,50	484,17
48	47	10833,18	416,67	65,00	481,67
49	48	10416,51	416,67	62,50	479,17
50	49	9999,84	416,67	60,00	476,67
51	50	9583,17	416,67	57,50	474,17
52	51	9166,5	416,67	55,00	471,67
53	52	8749,83	416,67	52,50	469,17
54	53	8333,16	416,67	50,00	466,67
55	54	7916,49	416,67	47,50	464,17
56	55	7499,82	416,67	45,00	461,67
57	56	7083,15	416,67	42,50	459,17
58	57	6666,48	416,67	40,00	456,67
59	58	6249,81	416,67	37,50	454,17
60	59	5833,14	416,67	35,00	451,67
61	60	5416,47	416,67	32,50	449,17
62	61	4999,8	416,67	30,00	446,67
63	62	4583,13	416,67	27,50	444,17
64	63	4166,46	416,67	25,00	441,67
65	64	3749,79	416,67	22,50	439,17
66	65	3333,12	416,67	20,00	436,67
67	66	2916,45	416,67	17,50	434,17
68	67	2499,78	416,67	15,00	431,67
69	68	2083,11	416,67	12,50	429,17
70	69	1666,44	416,67	10,00	426,67
71	70	1249,77	416,67	7,50	424,17
72	71	833,1	416,67	5,00	421,67
73	72	416,43	416,67	2,50	419,17
74	yhteensä		30000,24	6569,95	36570,19

b) Maksusuunnitelman mukaan korkoa maksetaan laina-aikana kaikkiaan 6569,95 € \approx 6570 €.

Vastaus

b) 6570 €

7.6

a) Maksueriä on yhteensä $8 \cdot 12 = 96$ kappaletta.

$$\text{Kertalyhennys on } \frac{240\,000 \text{ €}}{96} = 2500 \text{ €}.$$

Lasketaan ensimmäisen kuukauden korko.

$$240\,000 \cdot 0,0674 \cdot \frac{1}{12} = 1348 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 240\,000, \\ i = 0,0674 \text{ ja } t = \frac{1}{12}. \end{array}$$

Lasketaan ensimmäinen takaisinmaksuerä.

$$2500 + 1348 = 3848 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

b) Viimeisen 2500 euron takaisinmaksuerän jälkeen lainapääoma on 0 €. Lasketaan viimeisen puolivuotiskauden korko.

$$2500 \cdot 0,0674 \cdot \frac{1}{12} \approx 14,04 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 2500, \\ i = 0,0674 \text{ ja } t = \frac{1}{12}. \end{array}$$

Lasketaan viimeinen takaisinmaksuerä.

$$2500 + 14,04 = 2514,04 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

- c) Kuukausittaiset korot muodostavat aritmeettisen summan, jonka ensimmäinen jäsen on 1348 € ja viimeinen jäsen on 14,04 €.

Summassa on jäseniä 96 kappaletta.

Lasketaan maksetun koron määrä.

$$\begin{aligned} n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} & \qquad n = 96, a_1 = 1348 \text{ €}, a_{96} = 14,04 \text{ €} \\ &= 96 \cdot \frac{1348 \text{ €} + 14,04 \text{ €}}{2} \\ &= 65\,377,92 \text{ €} \\ &\approx 65\,378 \text{ €} \end{aligned}$$

Vastaus

a) 3848 € **b)** 2514,41 € **c)** 65 378 €

7.7

Maksuerien lukumäärä on $15 \cdot 2 = 30$.

Kertalyhennys on $\frac{90\,000\text{ €}}{30} = 3000\text{ €}$.

Ensimmäisen korkojakson ajan lainakorko on

$$2,75\% + 2,25\% = 5,00\%.$$

Lasketaan ensimmäisen korkojakson korko.

$$90\,000\text{ €} \cdot 0,0500 \cdot \frac{1}{2} = 2250\text{ €}$$

Ensimmäinen maksuerä on $3000\text{ €} + 2250\text{ €} = 5250\text{ €}$.

Toisen korkojakson ajan lainakorko on

$$2,75\% + 2,25\% + 1,20\% = 6,20\%.$$

Pääoma toisen korkojakson ajan on $90\,000\text{ €} - 3000\text{ €} = 87\,000\text{ €}$.

Lasketaan toisen korkojakson korko.

$$87\,000\text{ €} \cdot 0,0620 \cdot \frac{1}{2} = 2697\text{ €}$$

Toinen maksuerä on $3000\text{ €} + 2697\text{ €} = 5697\text{ €}$.

Vastaus

1. maksuerä 5250 €

2. maksuerä 5697 €

7.8

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Lyhenne	120	(=10*12)										
2	Pääoma alussa	100000											
3	Kertalyyhen	833,333333	(=82/81)										
4	ILMAN KORKOKATTOA:												
5	erä	pääoma ennen lyh (€)	lyhenne (€)	korko (€)	Korko-%	korko (= B1*(E6/100)/12 €)		KORKOKATTO 4,5 %:	erä	pääoma enn lyhenne (€)	korko (€)	Korko-%	korko (= I1*(M6/100)/12 €)
6	1	100000,00	833,33	200,00	2,4			1	100000,00	833,33	200,00	2,4	
7	2	99166,67	833,33	198,33	2,4			2	99166,67	833,33	198,33	2,4	
8	3	98333,33	833,33	196,67	2,4			3	98333,33	833,33	196,67	2,4	
9	4	97500,00	833,33	195,00	2,4			4	97500,00	833,33	195,00	2,4	
10	5	96666,67	833,33	193,33	2,4			5	96666,67	833,33	193,33	2,4	
11	6	95833,33	833,33	191,67	2,4			6	95833,33	833,33	191,67	2,4	
12	7	95000,00	833,33	190,00	2,4			7	95000,00	833,33	190,00	2,4	
13	8	94166,67	833,33	188,33	2,4			8	94166,67	833,33	188,33	2,4	
14	9	93333,33	833,33	186,67	2,4			9	93333,33	833,33	186,67	2,4	
15	10	92500,00	833,33	185,00	2,4			10	92500,00	833,33	185,00	2,4	
16	11	91666,67	833,33	183,33	2,4			11	91666,67	833,33	183,33	2,4	
17	12	90833,33	833,33	181,67	2,4			12	90833,33	833,33	181,67	2,4	
18	13	90000,00	833,33	180,00	2,5			13	90000,00	833,33	180,00	2,5	
19	14	89166,67	833,33	178,33	2,5			14	89166,67	833,33	178,33	2,5	
20	15	88333,33	833,33	176,67	2,5			15	88333,33	833,33	176,67	2,5	
21	16	87500,00	833,33	175,00	2,5			16	87500,00	833,33	175,00	2,5	
22	17	86666,67	833,33	173,33	2,5			17	86666,67	833,33	173,33	2,5	
23	18	85833,33	833,33	171,67	2,5			18	85833,33	833,33	171,67	2,5	
24	19	85000,00	833,33	170,00	2,5			19	85000,00	833,33	170,00	2,5	
25	20	84166,67	833,33	168,33	2,5			20	84166,67	833,33	168,33	2,5	
26	21	83333,33	833,33	166,67	2,5			21	83333,33	833,33	166,67	2,5	
27	22	82500,00	833,33	165,00	2,5			22	82500,00	833,33	165,00	2,5	
28	23	81666,67	833,33	163,33	2,5			23	81666,67	833,33	163,33	2,5	
29	24	80833,33	833,33	161,67	2,5			24	80833,33	833,33	161,67	2,5	
30	25	80000,00	833,33	160,00	2,5			25	80000,00	833,33	160,00	2,5	
31	26	79166,67	833,33	158,33	2,5			26	79166,67	833,33	158,33	2,5	
32	27	78333,33	833,33	156,67	2,5			27	78333,33	833,33	156,67	2,5	
33	28	77500,00	833,33	155,00	2,5			28	77500,00	833,33	155,00	2,5	
34	29	76666,67	833,33	153,33	2,5			29	76666,67	833,33	153,33	2,5	
35	30	75833,33	833,33	151,67	2,5			30	75833,33	833,33	151,67	2,5	
36	31	75000,00	833,33	150,00	2,5			31	75000,00	833,33	150,00	2,5	
37	32	74166,67	833,33	148,33	2,5			32	74166,67	833,33	148,33	2,5	
38	33	73333,33	833,33	146,67	2,5			33	73333,33	833,33	146,67	2,5	
39	34	72500,00	833,33	145,00	2,5			34	72500,00	833,33	145,00	2,5	
40	35	71666,67	833,33	143,33	2,5			35	71666,67	833,33	143,33	2,5	
41	36	70833,33	833,33	141,67	2,5			36	70833,33	833,33	141,67	2,5	
42	37	70000,00	833,33	140,00	2,5			37	70000,00	833,33	140,00	2,5	
43	38	69166,67	833,33	138,33	2,5			38	69166,67	833,33	138,33	2,5	
44	39	68333,33	833,33	136,67	2,5			39	68333,33	833,33	136,67	2,5	
45	40	67500,00	833,33	135,00	2,5			40	67500,00	833,33	135,00	2,5	
46	41	66666,67	833,33	133,33	2,5			41	66666,67	833,33	133,33	2,5	
47	42	65833,33	833,33	131,67	2,5			42	65833,33	833,33	131,67	2,5	
48	43	65000,00	833,33	130,00	2,5			43	65000,00	833,33	130,00	2,5	
49	44	64166,67	833,33	128,33	2,5			44	64166,67	833,33	128,33	2,5	
50	45	63333,33	833,33	126,67	2,5			45	63333,33	833,33	126,67	2,5	
51	46	62500,00	833,33	125,00	2,5			46	62500,00	833,33	125,00	2,5	
52	47	61666,67	833,33	123,33	2,5			47	61666,67	833,33	123,33	2,5	
53	48	60833,33	833,33	121,67	2,5			48	60833,33	833,33	121,67	2,5	
54	49	60000,00	833,33	120,00	2,5			49	60000,00	833,33	120,00	2,5	
55	50	59166,67	833,33	118,33	2,5			50	59166,67	833,33	118,33	2,5	
56	51	58333,33	833,33	116,67	2,5			51	58333,33	833,33	116,67	2,5	
57	52	57500,00	833,33	115,00	2,5			52	57500,00	833,33	115,00	2,5	
58	53	56666,67	833,33	113,33	2,5			53	56666,67	833,33	113,33	2,5	
59	54	55833,33	833,33	111,67	2,5			54	55833,33	833,33	111,67	2,5	
60	55	55000,00	833,33	110,00	2,5			55	55000,00	833,33	110,00	2,5	
61	56	54166,67	833,33	108,33	2,5			56	54166,67	833,33	108,33	2,5	
62	57	53333,33	833,33	106,67	2,5			57	53333,33	833,33	106,67	2,5	
63	58	52500,00	833,33	105,00	2,5			58	52500,00	833,33	105,00	2,5	
64	59	51666,67	833,33	103,33	2,5			59	51666,67	833,33	103,33	2,5	
65	60	50833,33	833,33	101,67	2,5			60	50833,33	833,33	101,67	2,5	

66	61	50000,00	833,33	141,67	3,4				61	50000,00	833,33	141,67	3,4
67	62	49166,67	833,33	139,31	3,4				62	49166,67	833,33	139,31	3,4
68	63	48333,33	833,33	136,94	3,4				63	48333,33	833,33	136,94	3,4
69	64	47500,00	833,33	134,58	3,4				64	47500,00	833,33	134,58	3,4
70	65	46666,67	833,33	132,22	3,4				65	46666,67	833,33	132,22	3,4
71	66	45833,33	833,33	129,86	3,4				66	45833,33	833,33	129,86	3,4
72	67	45000,00	833,33	127,50	3,4				67	45000,00	833,33	127,50	3,4
73	68	44166,67	833,33	125,14	3,4				68	44166,67	833,33	125,14	3,4
74	69	43333,33	833,33	122,78	3,4				69	43333,33	833,33	122,78	3,4
75	70	42500,00	833,33	120,42	3,4				70	42500,00	833,33	120,42	3,4
76	71	41666,67	833,33	118,06	3,4				71	41666,67	833,33	118,06	3,4
77	72	40833,33	833,33	115,69	3,4				72	40833,33	833,33	115,69	3,4
78	73	40000,00	833,33	183,33	5,5				73	40000,00	833,33	150,00	4,5
79	74	39166,67	833,33	179,51	5,5				74	39166,67	833,33	146,88	4,5
80	75	38333,33	833,33	175,69	5,5				75	38333,33	833,33	143,75	4,5
81	76	37500,00	833,33	171,88	5,5				76	37500,00	833,33	140,63	4,5
82	77	36666,67	833,33	168,06	5,5				77	36666,67	833,33	137,50	4,5
83	78	35833,33	833,33	164,24	5,5				78	35833,33	833,33	134,38	4,5
84	79	35000,00	833,33	160,42	5,5				79	35000,00	833,33	131,25	4,5
85	80	34166,67	833,33	156,60	5,5				80	34166,67	833,33	128,13	4,5
86	81	33333,33	833,33	152,78	5,5				81	33333,33	833,33	125,00	4,5
87	82	32500,00	833,33	148,96	5,5				82	32500,00	833,33	121,88	4,5
88	83	31666,67	833,33	145,14	5,5				83	31666,67	833,33	118,75	4,5
89	84	30833,33	833,33	141,32	5,5				84	30833,33	833,33	115,63	4,5
90	85	30000,00	833,33	142,50	5,7				85	30000,00	833,33	112,50	4,5
91	86	29166,67	833,33	138,54	5,7				86	29166,67	833,33	109,38	4,5
92	87	28333,33	833,33	134,58	5,7				87	28333,33	833,33	106,25	4,5
93	88	27500,00	833,33	130,63	5,7				88	27500,00	833,33	103,13	4,5
94	89	26666,67	833,33	126,67	5,7				89	26666,67	833,33	100,00	4,5
95	90	25833,33	833,33	122,71	5,7				90	25833,33	833,33	96,88	4,5
96	91	25000,00	833,33	118,75	5,7				91	25000,00	833,33	93,75	4,5
97	92	24166,67	833,33	114,79	5,7				92	24166,67	833,33	90,63	4,5
98	93	23333,33	833,33	110,83	5,7				93	23333,33	833,33	87,50	4,5
99	94	22500,00	833,33	106,88	5,7				94	22500,00	833,33	84,38	4,5
100	95	21666,67	833,33	102,92	5,7				95	21666,67	833,33	81,25	4,5
101	96	20833,33	833,33	98,96	5,7				96	20833,33	833,33	78,13	4,5
102	97	20000,00	833,33	83,33	5,0				97	20000,00	833,33	75,00	4,5
103	98	19166,67	833,33	79,86	5,0				98	19166,67	833,33	71,88	4,5
104	99	18333,33	833,33	76,39	5,0				99	18333,33	833,33	68,75	4,5
105	100	17500,00	833,33	72,92	5,0				100	17500,00	833,33	65,63	4,5
106	101	16666,67	833,33	69,44	5,0				101	16666,67	833,33	62,50	4,5
107	102	15833,33	833,33	65,97	5,0				102	15833,33	833,33	59,38	4,5
108	103	15000,00	833,33	62,50	5,0				103	15000,00	833,33	56,25	4,5
109	104	14166,67	833,33	59,03	5,0				104	14166,67	833,33	53,13	4,5
110	105	13333,33	833,33	55,56	5,0				105	13333,33	833,33	50,00	4,5
111	106	12500,00	833,33	52,08	5,0				106	12500,00	833,33	46,88	4,5
112	107	11666,67	833,33	48,61	5,0				107	11666,67	833,33	43,75	4,5
113	108	10833,33	833,33	45,14	5,0				108	10833,33	833,33	40,63	4,5
114	109	10000,00	833,33	42,50	5,1				109	10000,00	833,33	37,50	4,5
115	110	9166,67	833,33	38,96	5,1				110	9166,67	833,33	34,38	4,5
116	111	8333,33	833,33	35,42	5,1				111	8333,33	833,33	31,25	4,5
117	112	7500,00	833,33	31,88	5,1				112	7500,00	833,33	28,13	4,5
118	113	6666,67	833,33	28,33	5,1				113	6666,67	833,33	25,00	4,5
119	114	5833,33	833,33	24,79	5,1				114	5833,33	833,33	21,88	4,5
120	115	5000,00	833,33	21,25	5,1				115	5000,00	833,33	18,75	4,5
121	116	4166,67	833,33	17,71	5,1				116	4166,67	833,33	15,63	4,5
122	117	3333,33	833,33	14,17	5,1				117	3333,33	833,33	12,50	4,5
123	118	2500,00	833,33	10,63	5,1				118	2500,00	833,33	9,38	4,5
124	119	1666,67	833,33	7,08	5,1				119	1666,67	833,33	6,25	4,5
125	120	833,33	833,33	3,54	5,1				120	833,33	833,33	3,13	4,5
126		Yhteensä	100000,00	15929,17						Yhteensä	100000,00	15160,42	

Ilman korkokattoa Elisa olisi maksanut korkoa $15\,929,17\text{ €}$,
korkokaton kanssa hän maksoi $15\,160,42\text{ €}$.

Korkokaton kanssa Elisan korkokulut olivat $15\,160,42\text{ €} + 5000\text{ €} =$
 $20\,160,42\text{ €}$.

Kun huomioidaan säästötililtä saatava 700 € korko, ilman korkokattoa
Elisan korkokulut olisivat olleet $15\,929,17\text{ €} - 700\text{ €} = 15\,229,17\text{ €}$.

Elisa olisi säästänyt $20\,160,42\text{ €} - 15\,229,17\text{ €} = 4931,25\text{ €}$ jättämällä
korkokaton ottamatta. Siis korkokaton ottaminen ei kannattanut.

Vastaus

ei kannattanut.

7.9

- a) Maksueriä on yhteensä $15 \cdot 12 = 180$ kappaletta.

$$\text{Kertalyhennys on } \frac{180\,000 \text{ €}}{180} = 1000 \text{ €}.$$

- b) Lasketaan ensimmäisen kuukauden korko.

$$180\,000 \cdot 0,0295 \cdot \frac{1}{12} = 442,50 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 180\,000, \\ i = 0,0295 \text{ ja } t = \frac{1}{12}. \end{array}$$

Lasketaan ensimmäinen takaisinmaksuerä.

$$1000 + 442,50 = 1442,50 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

- c) Viimeisen 1000 euron takaisinmaksuerän jälkeen lainapääoma on 0 €. Lasketaan viimeisen kuukauden korko.

$$1000 \cdot 0,0295 \cdot \frac{1}{12} \approx 2,46 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 1000, \\ i = 0,0295 \text{ ja } t = \frac{1}{12}. \end{array}$$

Lasketaan viimeinen takaisinmaksuerä.

$$1000 + 2,46 = 1002,46 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

- d) Lasketaan jäljellä oleva lainan määrä viiden vuoden kuluttua, kun lainaa on lyhennetty kaikkiaan $5 \cdot 12 = 60$ kertaa.

$$180\,000 \text{ €} - 60 \cdot 1000 \text{ €} = 120\,000 \text{ €}$$

Vastaus

- a) 1000 € b) 1442,50 € c) 1002,46 € d) 120 000 €

7.10

- a) Takaisinmaksueriä on $15 \cdot 12 = 180$ kappaletta ja kertalyhennys on $\frac{180\,000 \text{ €}}{180} = 1000 \text{ €}$. Vuosikorko $2,95 \% = 0,0295$.

	A	B	C	D	E
1	Erä	Pääoma ennen lyh (€)	Lyhennys (€)	Korko (€)	Maksuerä (€)
2	1	180000	1000	442,50	1442,50
3	2	179000	1000	440,04	1440,04
4	3	178000	1000	437,58	1437,58
5	4	177000	1000	435,13	1435,13
6	5	176000	1000	432,67	1432,67
7	6	175000	1000	430,21	1430,21
8	7	174000	1000	427,75	1427,75
9	8	173000	1000	425,29	1425,29
10	9	172000	1000	422,83	1422,83
11	10	171000	1000	420,38	1420,38
12	11	170000	1000	417,92	1417,92
13	12	169000	1000	415,46	1415,46
14	13	168000	1000	413,00	1413,00
15	14	167000	1000	410,54	1410,54
16	15	166000	1000	408,08	1408,08
17	16	165000	1000	405,63	1405,63
18	17	164000	1000	403,17	1403,17
19	18	163000	1000	400,71	1400,71
20	19	162000	1000	398,25	1398,25
21	20	161000	1000	395,79	1395,79
22	21	160000	1000	393,33	1393,33
23	22	159000	1000	390,88	1390,88
24	23	158000	1000	388,42	1388,42
25	24	157000	1000	385,96	1385,96
26	25	156000	1000	383,50	1383,50
27	26	155000	1000	381,04	1381,04
28	27	154000	1000	378,58	1378,58
29	28	153000	1000	376,13	1376,13
30	29	152000	1000	373,67	1373,67

31	30	151000	1000	371,21	1371,21
32	31	150000	1000	368,75	1368,75
33	32	149000	1000	366,29	1366,29
34	33	148000	1000	363,83	1363,83
35	34	147000	1000	361,38	1361,38
36	35	146000	1000	358,92	1358,92
37	36	145000	1000	356,46	1356,46
38	37	144000	1000	354,00	1354,00
39	38	143000	1000	351,54	1351,54
40	39	142000	1000	349,08	1349,08
41	40	141000	1000	346,63	1346,63
42	41	140000	1000	344,17	1344,17
43	42	139000	1000	341,71	1341,71
44	43	138000	1000	339,25	1339,25
45	44	137000	1000	336,79	1336,79
46	45	136000	1000	334,33	1334,33
47	46	135000	1000	331,88	1331,88
48	47	134000	1000	329,42	1329,42
49	48	133000	1000	326,96	1326,96
50	49	132000	1000	324,50	1324,50
51	50	131000	1000	322,04	1322,04
52	51	130000	1000	319,58	1319,58
53	52	129000	1000	317,13	1317,13
54	53	128000	1000	314,67	1314,67
55	54	127000	1000	312,21	1312,21
56	55	126000	1000	309,75	1309,75
57	56	125000	1000	307,29	1307,29
58	57	124000	1000	304,83	1304,83
59	58	123000	1000	302,38	1302,38
60	59	122000	1000	299,92	1299,92
61	60	121000	1000	297,46	1297,46
62	61	120000	1000	295,00	1295,00
63	62	119000	1000	292,54	1292,54
64	63	118000	1000	290,08	1290,08
65	64	117000	1000	287,63	1287,63
66	65	116000	1000	285,17	1285,17
67	66	115000	1000	282,71	1282,71
68	67	114000	1000	280,25	1280,25
69	68	113000	1000	277,79	1277,79
70	69	112000	1000	275,33	1275,33
71	70	111000	1000	272,88	1272,88
72	71	110000	1000	270,42	1270,42
73	72	109000	1000	267,96	1267,96
74	73	108000	1000	265,50	1265,50
75	74	107000	1000	263,04	1263,04
76	75	106000	1000	260,58	1260,58
77	76	105000	1000	258,13	1258,13
78	77	104000	1000	255,67	1255,67
79	78	103000	1000	253,21	1253,21
80	79	102000	1000	250,75	1250,75
81	80	101000	1000	248,29	1248,29
82	81	100000	1000	245,83	1245,83
83	82	99000	1000	243,38	1243,38
84	83	98000	1000	240,92	1240,92
85	84	97000	1000	238,46	1238,46
86	85	96000	1000	236,00	1236,00
87	86	95000	1000	233,54	1233,54
88	87	94000	1000	231,08	1231,08
89	88	93000	1000	228,63	1228,63
90	89	92000	1000	226,17	1226,17
91	90	91000	1000	223,71	1223,71

92	91	90000	1000	221,25	1221,25
93	92	89000	1000	218,79	1218,79
94	93	88000	1000	216,33	1216,33
95	94	87000	1000	213,88	1213,88
96	95	86000	1000	211,42	1211,42
97	96	85000	1000	208,96	1208,96
98	97	84000	1000	206,50	1206,50
99	98	83000	1000	204,04	1204,04
100	99	82000	1000	201,58	1201,58
101	100	81000	1000	199,13	1199,13
102	101	80000	1000	196,67	1196,67
103	102	79000	1000	194,21	1194,21
104	103	78000	1000	191,75	1191,75
105	104	77000	1000	189,29	1189,29
106	105	76000	1000	186,83	1186,83
107	106	75000	1000	184,38	1184,38
108	107	74000	1000	181,92	1181,92
109	108	73000	1000	179,46	1179,46
110	109	72000	1000	177,00	1177,00
111	110	71000	1000	174,54	1174,54
112	111	70000	1000	172,08	1172,08
113	112	69000	1000	169,63	1169,63
114	113	68000	1000	167,17	1167,17
115	114	67000	1000	164,71	1164,71
116	115	66000	1000	162,25	1162,25
117	116	65000	1000	159,79	1159,79
118	117	64000	1000	157,33	1157,33
119	118	63000	1000	154,88	1154,88
120	119	62000	1000	152,42	1152,42
121	120	61000	1000	149,96	1149,96
122	121	60000	1000	147,50	1147,50
123	122	59000	1000	145,04	1145,04
124	123	58000	1000	142,58	1142,58
125	124	57000	1000	140,13	1140,13
126	125	56000	1000	137,67	1137,67
127	126	55000	1000	135,21	1135,21
128	127	54000	1000	132,75	1132,75
129	128	53000	1000	130,29	1130,29
130	129	52000	1000	127,83	1127,83
131	130	51000	1000	125,38	1125,38
132	131	50000	1000	122,92	1122,92
133	132	49000	1000	120,46	1120,46
134	133	48000	1000	118,00	1118,00
135	134	47000	1000	115,54	1115,54
136	135	46000	1000	113,08	1113,08
137	136	45000	1000	110,63	1110,63
138	137	44000	1000	108,17	1108,17
139	138	43000	1000	105,71	1105,71
140	139	42000	1000	103,25	1103,25
141	140	41000	1000	100,79	1100,79
142	141	40000	1000	98,33	1098,33
143	142	39000	1000	95,88	1095,88
144	143	38000	1000	93,42	1093,42
145	144	37000	1000	90,96	1090,96
146	145	36000	1000	88,50	1088,50
147	146	35000	1000	86,04	1086,04
148	147	34000	1000	83,58	1083,58
149	148	33000	1000	81,13	1081,13
150	149	32000	1000	78,67	1078,67
151	150	31000	1000	76,21	1076,21

152	151	30000	1000	73,75	1073,75
153	152	29000	1000	71,29	1071,29
154	153	28000	1000	68,83	1068,83
155	154	27000	1000	66,38	1066,38
156	155	26000	1000	63,92	1063,92
157	156	25000	1000	61,46	1061,46
158	157	24000	1000	59,00	1059,00
159	158	23000	1000	56,54	1056,54
160	159	22000	1000	54,08	1054,08
161	160	21000	1000	51,63	1051,63
162	161	20000	1000	49,17	1049,17
163	162	19000	1000	46,71	1046,71
164	163	18000	1000	44,25	1044,25
165	164	17000	1000	41,79	1041,79
166	165	16000	1000	39,33	1039,33
167	166	15000	1000	36,88	1036,88
168	167	14000	1000	34,42	1034,42
169	168	13000	1000	31,96	1031,96
170	169	12000	1000	29,50	1029,50
171	170	11000	1000	27,04	1027,04
172	171	10000	1000	24,58	1024,58
173	172	9000	1000	22,13	1022,13
174	173	8000	1000	19,67	1019,67
175	174	7000	1000	17,21	1017,21
176	175	6000	1000	14,75	1014,75
177	176	5000	1000	12,29	1012,29
178	177	4000	1000	9,83	1009,83
179	178	3000	1000	7,38	1007,38
180	179	2000	1000	4,92	1004,92
181	180	1000	1000	2,46	1002,46
182		Yhteensä	180000	40046,25	220046,25

Kirjoitetaan sarakkeeseen A takaisinmaksuerien numerot 1, ..., 180 ja sarakkeeseen C kertalyhennykset 1000 €. Kirjoitetaan soluun B2 lainan alkuperäinen pääoma 180 000 € ja lasketaan soluun B3 jäljellä oleva lainapääoma edellisen lyhennyksen jälkeen.

Lasketaan soluun D2 ensimmäisen takaisinmaksujakson korko ($=B2*0,0295/12$) ja soluun E2 ensimmäisen maksuerän suuruus ($=C2+D2$).

Kopioidaan kaavoja riville 181 asti.

Lasketaan lopuksi solujen C2-C181 summa soluun C182 ja kopioidaan kaava soluihin D182 ja E182.

b) Maksusuunnitelman mukaan korkoa maksetaan laina-aikana kaikkiaan 40 046,25 euroa.

Vastaus

b) 40 046,25 €

7.11

Maksueriä on yhteensä $4 \cdot 12 = 48$ kappaletta.

Kertalyhennys on $\frac{24\,800 \text{ €}}{48} \approx 516,67 \text{ €}$.

Lainapääoma pienenee kuukausittain aina 515,67 eurolla, joten kuukausittaiset lainapääomat muodostavat aritmeettisen jonon. Lasketaan lainan koron yhteismäärä.

$$\begin{aligned} & 24\,800 \cdot 0,0205 \cdot \frac{1}{12} + 24\,283,33 \cdot 0,0205 \cdot \frac{1}{12} + \dots + 515,67 \cdot 0,0205 \cdot \frac{1}{12} \\ &= 0,0205 \cdot \frac{1}{12} \cdot \underbrace{(24\,800 + 24\,283,33 + \dots + 515,67)}_{\substack{\text{aritmeettinen summa, jossa} \\ \text{on 48 termiä, } S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}}} \\ &= 0,0205 \cdot \frac{1}{12} \cdot 48 \cdot \frac{24\,800 + 515,67}{2} \\ &\approx 1037,94 \approx 1040 \text{ (€)} \end{aligned}$$

Laurin laina-aikana maksaman koron määrä on kymmenen euron tarkkuudella 1040 €.

Lainan kokonaiskustannukset koostuvat lainan lyhennyksistä, koroista ja laskutuskuluista. Lasketaan kokonaiskulut.

$$24\,800 \text{ €} + 1037,94 \text{ €} + 48 \cdot 9,90 \text{ €} = 26\,313,14 \text{ €} \approx 26\,310 \text{ €}$$

Vastaus

korko 1040 €, kokonaiskustannukset 26 310 €

7.12

a) Lainan korko oli alussa $3,375 \% + 1,20 \% = 4,575 \%$.

(Lainan korko koronnoston jälkeen on $4,575 \% + 1,000 \% = 5,575 \%$.)

Verrataan koron muutosta alkuperäiseen korkoon.

$$\frac{1,000 \%}{4,575 \%} \approx 0,219 = 21,9 \%$$

Korko nousee $21,9 \%$.

b) Lainan korko oli alussa $4,575 \%$.

(Lainan korko koronnoston jälkeen on $4,575 \% + 0,100 \% = 4,675 \%$.)

Verrataan koron muutosta alkuperäiseen korkoon.

$$\frac{0,100 \%}{4,575 \%} \approx 0,022 = 2,2 \%$$

Korko nousee $2,2 \%$.

Vastaus

a) $21,9 \%$

b) $2,2 \%$

7.13

- a) Takaisinmaksueriä on $12 \cdot 12 = 144$ kappaletta ja kertalyhennys on $\frac{84\,000 \text{ €}}{144} \approx 583,33 \text{ €}$. Vuosikorko $2,87 \% = 0,0287$.

	A	B	C	D	E
1	Erä	Pääoma ennen lyh (€)	Lyhennys (€)	Korko (€)	Maksuerä (€)
2	1	84000,00	583,33	200,90	784,23
3	2	83416,67	583,33	199,50	782,83
4	3	82833,34	583,33	198,11	781,44
5	4	82250,01	583,33	196,71	780,04
6	5	81666,68	583,33	195,32	778,65
7	6	81083,35	583,33	193,92	777,25
8	7	80500,02	583,33	192,53	775,86
9	8	79916,69	583,33	191,13	774,46
10	9	79333,36	583,33	189,74	773,07
11	10	78750,03	583,33	188,34	771,67
12	11	78166,70	583,33	186,95	770,28
13	12	77583,37	583,33	185,55	768,88
14	13	77000,04	583,33	184,16	767,49
15	14	76416,71	583,33	182,76	766,09
16	15	75833,38	583,33	181,37	764,70
17	16	75250,05	583,33	179,97	763,30
18	17	74666,72	583,33	178,58	761,91
19	18	74083,39	583,33	177,18	760,51
20	19	73500,06	583,33	175,79	759,12
21	20	72916,73	583,33	174,39	757,72
22	21	72333,40	583,33	173,00	756,33
23	22	71750,07	583,33	171,60	754,93
24	23	71166,74	583,33	170,21	753,54
25	24	70583,41	583,33	168,81	752,14
26	25	70000,08	583,33	167,42	750,75
27	26	69416,75	583,33	166,02	749,35
28	27	68833,42	583,33	164,63	747,96
29	28	68250,09	583,33	163,23	746,56
30	29	67666,76	583,33	161,84	745,17
31	30	67083,43	583,33	160,44	743,77
32	31	66500,10	583,33	159,05	742,38
33	32	65916,77	583,33	157,65	740,98
34	33	65333,44	583,33	156,26	739,59
35	34	64750,11	583,33	154,86	738,19
36	35	64166,78	583,33	153,47	736,80
37	36	63583,45	583,33	152,07	735,40
38	37	63000,12	583,33	150,68	734,01
39	38	62416,79	583,33	149,28	732,61
40	39	61833,46	583,33	147,89	731,22

41	40	61250,13	583,33	146,49	729,82
42	41	60666,80	583,33	145,09	728,42
43	42	60083,47	583,33	143,70	727,03
44	43	59500,14	583,33	142,30	725,63
45	44	58916,81	583,33	140,91	724,24
46	45	58333,48	583,33	139,51	722,84
47	46	57750,15	583,33	138,12	721,45
48	47	57166,82	583,33	136,72	720,05
49	48	56583,49	583,33	135,33	718,66
50	49	56000,16	583,33	133,93	717,26
51	50	55416,83	583,33	132,54	715,87
52	51	54833,50	583,33	131,14	714,47
53	52	54250,17	583,33	129,75	713,08
54	53	53666,84	583,33	128,35	711,68
55	54	53083,51	583,33	126,96	710,29
56	55	52500,18	583,33	125,56	708,89
57	56	51916,85	583,33	124,17	707,50
58	57	51333,52	583,33	122,77	706,10
59	58	50750,19	583,33	121,38	704,71
60	59	50166,86	583,33	119,98	703,31
61	60	49583,53	583,33	118,59	701,92
62	61	49000,20	583,33	117,19	700,52
63	62	48416,87	583,33	115,80	699,13
64	63	47833,54	583,33	114,40	697,73
65	64	47250,21	583,33	113,01	696,34
66	65	46666,88	583,33	111,61	694,94
67	66	46083,55	583,33	110,22	693,55
68	67	45500,22	583,33	108,82	692,15
69	68	44916,89	583,33	107,43	690,76
70	69	44333,56	583,33	106,03	689,36
71	70	43750,23	583,33	104,64	687,97
72	71	43166,90	583,33	103,24	686,57
73	72	42583,57	583,33	101,85	685,18
74	73	42000,24	583,33	100,45	683,78
75	74	41416,91	583,33	99,06	682,39
76	75	40833,58	583,33	97,66	680,99
77	76	40250,25	583,33	96,27	679,60
78	77	39666,92	583,33	94,87	678,20
79	78	39083,59	583,33	93,47	676,80
80	79	38500,26	583,33	92,08	675,41
81	80	37916,93	583,33	90,68	674,01
82	81	37333,60	583,33	89,29	672,62
83	82	36750,27	583,33	87,89	671,22
84	83	36166,94	583,33	86,50	669,83
85	84	35583,61	583,33	85,10	668,43
86	85	35000,28	583,33	83,71	667,04
87	86	34416,95	583,33	82,31	665,64
88	87	33833,62	583,33	80,92	664,25
89	88	33250,29	583,33	79,52	662,85
90	89	32666,96	583,33	78,13	661,46
91	90	32083,63	583,33	76,73	660,06
92	91	31500,30	583,33	75,34	658,67
93	92	30916,97	583,33	73,94	657,27
94	93	30333,64	583,33	72,55	655,88
95	94	29750,31	583,33	71,15	654,48
96	95	29166,98	583,33	69,76	653,09
97	96	28583,65	583,33	68,36	651,69
98	97	28000,32	583,33	66,97	650,30
99	98	27416,99	583,33	65,57	648,90
100	99	26833,66	583,33	64,18	647,51

101	100	26250,33	583,33	62,78	646,11
102	101	25667,00	583,33	61,39	644,72
103	102	25083,67	583,33	59,99	643,32
104	103	24500,34	583,33	58,60	641,93
105	104	23917,01	583,33	57,20	640,53
106	105	23333,68	583,33	55,81	639,14
107	106	22750,35	583,33	54,41	637,74
108	107	22167,02	583,33	53,02	636,35
109	108	21583,69	583,33	51,62	634,95
110	109	21000,36	583,33	50,23	633,56
111	110	20417,03	583,33	48,83	632,16
112	111	19833,70	583,33	47,44	630,77
113	112	19250,37	583,33	46,04	629,37
114	113	18667,04	583,33	44,65	627,98
115	114	18083,71	583,33	43,25	626,58
116	115	17500,38	583,33	41,86	625,19
117	116	16917,05	583,33	40,46	623,79
118	117	16333,72	583,33	39,06	622,39
119	118	15750,39	583,33	37,67	621,00
120	119	15167,06	583,33	36,27	619,60
121	120	14583,73	583,33	34,88	618,21
122	121	14000,40	583,33	33,48	616,81
123	122	13417,07	583,33	32,09	615,42
124	123	12833,74	583,33	30,69	614,02
125	124	12250,41	583,33	29,30	612,63
126	125	11667,08	583,33	27,90	611,23
127	126	11083,75	583,33	26,51	609,84
128	127	10500,42	583,33	25,11	608,44
129	128	9917,09	583,33	23,72	607,05
130	129	9333,76	583,33	22,32	605,65
131	130	8750,43	583,33	20,93	604,26
132	131	8167,10	583,33	19,53	602,86
133	132	7583,77	583,33	18,14	601,47
134	133	7000,44	583,33	16,74	600,07
135	134	6417,11	583,33	15,35	598,68
136	135	5833,78	583,33	13,95	597,28
137	136	5250,45	583,33	12,56	595,89
138	137	4667,12	583,33	11,16	594,49
139	138	4083,79	583,33	9,77	593,10
140	139	3500,46	583,33	8,37	591,70
141	140	2917,13	583,33	6,98	590,31
142	141	2333,80	583,33	5,58	588,91
143	142	1750,47	583,33	4,19	587,52
144	143	1167,14	583,33	2,79	586,12
145	144	583,81	583,81	1,40	585,21
146		Yhteensä	84000	14565,33	98565,33

Huomaa, että viimeinen lyhennyserä on sentin pyöristyksen takia hieman suurempi kuin muut.

- b)** Maksusuunnitelman mukaan korkoa maksetaan laina-aikana kaikkiaan 14 565,33 € \approx 14 565 €.

Huomaa, että laskettaessa koron määrä aritmeettisella summalla, saadaan kokonaiskoroksi 14 565,25 €. Ero johtuu siitä, että senttien pyöristys tulee huomioitua eri tavalla. Euron tarkkuudella tulos on sama.

Vastaus

- b)** 14 565 €

7.14

- a) Takaisinmaksueriä on kaikkiaan $5 \cdot 2 = 10$.

Kertalyhennys on $\frac{50\,000 \text{ €}}{10} = 5000 \text{ €}$.

Vuosikorko $6,00 \% = 0,06$.

Ensimmäisen kuukauden korko on

$$\begin{aligned} r &= Kit & K &= 50\,000 \text{ €}, i = 0,06, t = \frac{1}{2} \\ &= 50\,000 \text{ €} \cdot 0,06 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 1500 \text{ €} \end{aligned}$$

Viimeisen kuukauden korko on

$$\begin{aligned} r &= Kit & K &= 5000 \text{ €}, i = 0,06, t = \frac{1}{2} \\ &= 5000 \text{ €} \cdot 0,06 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 150 \text{ €} \end{aligned}$$

Kuukausittaiset korot muodostavat aritmeettisen summan.

$$\begin{aligned} n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} & \quad n = 10, a_1 = 1500 \text{ €}, a_{10} = 150 \text{ €} \\ &= 10 \cdot \frac{1500 \text{ €} + 150 \text{ €}}{2} \\ &= 8250 \text{ €} \end{aligned}$$

Timo maksaa korkoa kaikkiaan 8250 € .

- b) Lainan kokonaiskustannukset koostuvat koroista ja pääomasta.

Kokonaiskustannukset ovat $50\,000 \text{ €} + 8250 \text{ €} = 58\,250 \text{ €}$.

Vastaus

a) 8250 €

b) $58\,250 \text{ €}$

7.15

a) Maksueriä on yhteensä $6 \cdot 12 = 72$ kappaletta.

Kertalyhennys on $\frac{68\,000 \text{ €}}{72} \approx 944,44 \text{ €}$.

Lasketaan ensimmäisen kuukauden korko.

$$68\,000 \cdot 0,0486 \cdot \frac{1}{12} = 275,40 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 68\,000, \\ i = 0,0486 \text{ ja } t = \frac{1}{12}. \end{array}$$

Lasketaan ensimmäinen takaisinmaksuerä.

$$944,44 + 275,40 = 1219,84 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

b) Viimeisen 944,44 euron takaisinmaksuerän jälkeen lainapääoma on 0 €. Lasketaan viimeisen kuukauden korko.

$$944,44 \cdot 0,0486 \cdot \frac{1}{12} \approx 3,82 \text{ (€)} \quad \begin{array}{l} r = Kit, \text{ missä } K = 944,44 \text{ €,} \\ i = 0,0486 \text{ ja } t = \frac{1}{12}. \end{array}$$

Lasketaan viimeinen takaisinmaksuerä.

$$944,44 + 3,82 = 948,26 \text{ (€)} \quad \text{kertalyhennys + korko}$$

c) Kuukausittaiset korot muodostavat aritmeettisen summan.

$$\begin{aligned} n \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} \quad n = 72, a_1 = 275,40 \text{ €}, a_{72} = 3,82 \text{ €} \\ = 72 \cdot \frac{275,40 \text{ €} + 3,82 \text{ €}}{2} \\ = 10\,051,92 \text{ €} \end{aligned}$$

d) Kun kuukauden takaisinmaksuerä alittaa 1000 €, niin kuukauden korko on $1000 \text{ €} - 944,44 \text{ €} = 55,56 \text{ €}$.

Lasketaan yhtälön avulla, mikä on lainan pääoma, kun kuukauden korko on 55,56 €. Merkitään pääomaa kirjaimella P .

$$\begin{aligned} P \cdot 0,0486 \cdot \frac{1}{12} = 55,56 \text{ €} \quad \left| \cdot \frac{12}{0,0486} \right. \\ P = \frac{12}{0,0486} \cdot 55,56 \text{ €} \\ \approx 13\,718,52 \text{ €} \end{aligned}$$

Lasketaan, kuinka monen kuukauden päästä lainapääoma alittaa 13 718,52 €.

Lainaa on lyhennetty $68\,000 \text{ €} - 13\,718,52 \text{ €} = 54\,281,48 \text{ €}$.

Tähän kuluneiden kuukausien määrä on

$$\frac{54\,281,48 \text{ €}}{944,44 \text{ €}} \approx 57,5 \text{ (kk)}.$$

Takaisinmaksuerä alittaa 1000 € 57. lyhennyserän jälkeen (58. kuukausi on ensimmäinen, jolloin takaisinmaksuerä on alle 1000 €)

Vastaus

a) 1219,84 €

b) 948,26 €

c) 10 051,92 €

d) 57:n lyhennyskuukauden jälkeen

7.16

i) Lainan vuosikorko $15 \% = 0,15$.

Ensimmäisen vuoden korko on $0,15K$ (mk).

Viimeinen lyhennyserä on $\frac{K}{n}$, joten

viimeisen vuoden korko on $0,15 \cdot \frac{K}{n}$.

Vuosittaiset korot muodostavat aritmeettisen summan.

Lasketaan kokonaiskoron määrä.

$$\begin{aligned} & n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \quad \text{Korot muodostavat aritmeettisen summan.} \\ &= n \cdot \frac{0,15K + 0,15 \cdot \frac{K}{n}}{2} \\ &= \frac{n \cdot 0,15K + n \cdot 0,15 \cdot \frac{K}{n}}{2} \\ &= \frac{0,15Kn + 0,15 \cdot K}{2} \\ &= 0,075Kn + 0,075K \\ &= 0,075K(n+1) \text{ (mk)} \end{aligned}$$

- ii) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan se n , jolla korkomenot ovat yhtä suuret kuin pääoma K .

$$0,075K(n+1) = K \quad | : K (\neq 0)$$

$$0,075(n+1) = 1 \quad | : 0,075$$

$$n+1 = \frac{1}{0,075} \quad | -1$$

$$n = \frac{1}{0,075} - 1 \approx 12,3$$

Kun n kasvaa, korkomenotkin kasvavat. Siis arvosta $n = 13$ lähtien korkomenot ylittävät pääoman suuruuden.

- iii) Kun vuosikorko on 15 %, korkomenot ovat $0,075K(n+1)$ mk.

Kun vuosikorko kasvaa kahdella prosenttiyksiköllä, vuosikorko on 17 %.

Korkomenot ovat tällöin

$$= \frac{0,17Kn + 0,17 \cdot K}{2}$$

$$= 0,085K(n+1) \text{ (mk)}$$

Verrataan uusia korkomenoja alkuperäisiin.

$$\frac{0,085 \cancel{K(n+1)}}{0,075 \cancel{K(n+1)}} = \frac{0,085}{0,075} \approx 1,13 = 113 \%$$

Alkuperäisiä korkomenoja vastaa 100 %, joten korkomenot kasvavat 13 %.

Vastaus

- i) $0,075K(n+1)$ mk

- ii) $n \geq 13$

- iii) 13 %