3.1

**a)**  Lasketaan lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä. Lausekkeeseen  sijoitetaan *n*:n arvot 1, 2, 3, 4 ja 5.  
  
  
  
  
Lasketaan lukujonon 10. jäsen.  
  


**b)** Luku –210 on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla . Muodostetaan yhtälö ja   
ratkaistaan *n*.  
  
  
  
Ratkaisu *n* = 42,4 ei ole positiivinen kokonaisluku, joten luku –210 ei ole lukujonon jäsen.

**c)** Luku –413 on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla . Muodostetaan yhtälö ja   
ratkaistaan *n*.  
  
  
  
Ratkaisu *n* = 83 on positiivinen kokonaisluku, joten luku –413 on lukujonon 83. jäsen.

**Vastaus**

**a)** Viisi ensimmäistä jäsentä ovat –3, –8, –13, –18, –23.  
Kymmenes jäsen on –48.

**b)** ei ole

**c)** on, 83. jäsen

3.2

**a)**  Lasketaan lukujonon kolme ensimmäistä jäsentä.   
  
  
  
  
Luku 165 on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla . Muodostetaan yhtälö ja   
ratkaistaan *n*.  
  
  
  
Ratkaisu *n* ≈ 24,14 ei ole positiivinen kokonaisluku, joten luku 165 ei ole lukujonon jäsen.

**b)**  Lasketaan lukujonon kolme ensimmäistä jäsentä.   
  


Luku 165 on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla . Muodostetaan yhtälö ja   
ratkaistaan *n*.  
  
  
  
Ratkaisu *n* =15 on positiivinen kokonaisluku, joten luku 165 on lukujonon 15. jäsen.

**Vastaus**

**a)** kolme ensimmäistä jäsentä 3, 10 ja 17;  
luku 165 ei ole lukujonon jäsen

**b)** kolme ensimmäistä jäsentä –3, 4 ja –3;  
luku 165 on lukujonon 15. jäsen

3.3

Lukujonon ensimmäisen jäsen .

Toisesta jäsenestä alkaen käytetään rekursiokaavaa .

Määritetään lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä.  
  


**Vastaus**

7, 23, 71, 215 ja 647

3.4

**a)** Lukujonon ensimmäisen jäsen .  
  
Toisesta jäsenestä alkaen käytetään rekursiokaavaa .   
  
Määritetään lukujonon neljä ensimmäistä jäsentä.  
  


**b)** Lukujonon ensimmäisen jäsen .  
  
Toisesta jäsenestä alkaen käytetään rekursiokaavaa .   
  
Määritetään lukujonon neljä ensimmäistä jäsentä.  
  


**Vastaus**

**a)** 4, 1, 18, 25

**b)** 4, 28, 196, 1372

3.5

Kirjoitetaan sarakkeeseen A jäsenten järjestysluvut 1, 2, 3, ... , 15.

Lasketaan sarakkeeseen B lukujonon 15 ensimmäistä jäsentä ja niiden summa.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | –6 | ”=A2^2 – 7\*A2 |
| **3** | 2 | –10 |  |
| **4** | 3 | –12 |  |
| **5** | 4 | –12 |  |
| **6** | 5 | –10 |  |
| **7** | 6 | –6 |  |
| **8** | 7 | 0 |  |
| **9** | 8 | 8 |  |
| **10** | 9 | 18 |  |
| **11** | 10 | 30 |  |
| **12** | 11 | 44 |  |
| **13** | 12 | 60 |  |
| **14** | 13 | 78 |  |
| **15** | 14 | 98 |  |
| **16** | 15 | 120 | 15. jäsen |
| **17** | **Summa** | 400 | summa |

Viidestoista jäsen on 120 ja viidentoista ensimmäisen jäsenen   
summa 400.

**Vastaus**

viidestoista jäsen on 120;   
viidentoista ensimmäisen jäsenen summa on 400

3.6

Kirjoitetaan sarakkeeseen A jäsenten järjestysluvut 1, 2, 3, ... , 30.

Lasketaan sarakkeeseen B lukujonon 30 ensimmäistä jäsentä ja niiden summa.

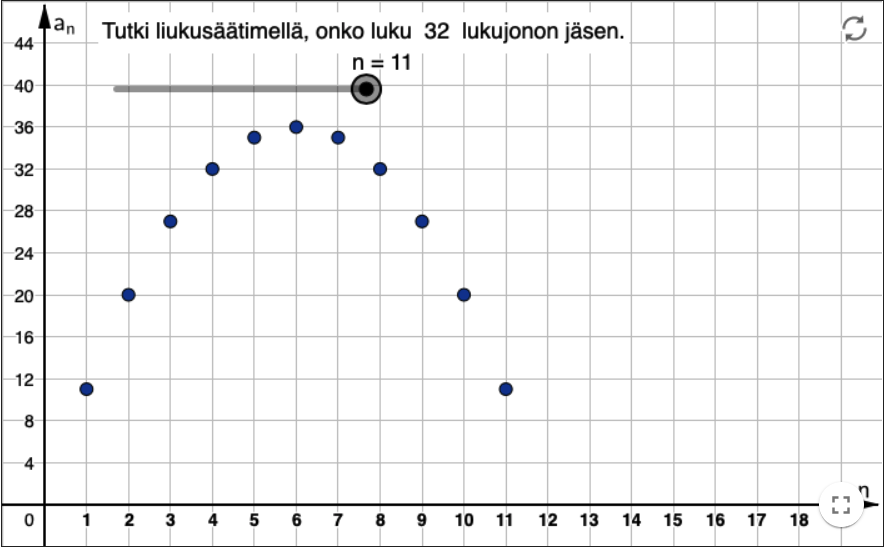
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | –2 |  |
| **3** | 2 | –1 | ”=2\*B2 + 3” |
| **4** | 3 | 1 |  |
| **5** | 4 | 5 |  |
| **6** | 5 | 13 |  |
| **7** | 6 | 29 |  |
| **8** | 7 | 61 |  |
| **9** | 8 | 125 |  |
| **10** | 9 | 253 |  |
| **11** | 10 | 509 |  |
| **12** | 11 | 1021 |  |
| **13** | 12 | 2045 |  |
| **…** | … | … |  |
| **30** | 29 | 268 435 453 |  |
| **31** | 30 | 536 870 909 | 30. jäsen |
| **32** | **Summa** | 1 073 741 733 | summa |

Kolmaskymmenes jäsen on 536 870 909 ja kolmenkymmenen ensimmäisen jäsenen summa 1 073 741 733.

**Vastaus**

kolmaskymmenes jäsen on 536 870 909;  
kolmenkymmenen ensimmäisen jäsenen summa on 1 073 741 733.

3.7

**a)** Appletin perusteella sekä lukujonon 4. että 8. jäsen on 32.  
  


**b)** Luku 32 on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla .  
  
   
  
  
Molemmat ratkaisuista ovat positiivisia kokonaislukuja. Luku 32 on siis lukujonon 4. ja 8. jäsen.

**Vastaus**

on, 4. ja 8. jäsen

3.8

Kirjoitetaan sarakkeeseen A viikkojen järjestysluvut 1, 2, 3, ... .

Lasketaan sarakkeeseen B juoksuohjelman A mukaiset juoksumatkat. Ensimmäinen jäsen on 5,0 km. Seuraava jäsen saadaan aina edellisestä kertomalla luvulla 1,10.

Laskentakaava soluun B3 on ”=1,10\*B2”.

Lasketaan sarakkeeseen C juoksuohjelman B mukaiset juoksumatkat. Ensimmäinen jäsen on 10,0 km. Seuraava jäsen saadaan aina edellisestä lisäämällä luku 1,5.

Laskentakaava soluun C3 on ”=C2 + 1,5”.

Kuva, joka sisältää kohteen pöytä

Kuvaus luotu automaattisesti

**a)** Viikolla 6 juostaan ohjelman A mukaan 8,1 km ja   
ohjelman B mukaan 17,5 km

**b)** Ohjelman A mukainen matka on pidempi ensimmäisen kerran   
viikolla 24.

**Vastaus**

**a)** ohjelma A: 8,1 km; ohjelma B: 17,5 km

**b)** 24. viikko

3.9

Lasketaan Ilpon arvio.



Lasketaan, kuinka monta prosenttia Ilpon arvio on laskimen antamasta luvun  likiarvosta.  


Ilpon arvio on siis 104,3 % – 100 % = 4,3 % liian suuri.

Lasketaan Simon arvio.



Lasketaan, kuinka monta prosenttia Simon arvio on laskimen antamasta luvun  likiarvosta.  


Simon arvio on siis 0,000 041 % liian suuri.

Huomaa, että Simon kohdalla riittää, että vastaus on välillä   
0,000 001 – 0,0001 %. Vastaus riippuu välivaiheissa käytetyistä tarkkuuksista.

**Vastaus**

Ilpo 4,3 %; Simo 0,000 041 %

3.10

**1.** Lasketaan lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä.  


**2.** Lasketaan .  
   
  
Lasketaan    
  


Huomaa, että laskettaessa arvoja *e*2 ja *e*3 voidaan käyttää aiemmin lasketuista arvoista myös tarkkoja arvoja. Desimaaliluvut käyvät, koska kyse on mallista.

**Vastaus**

**1.** 

**2.**  ja 

3.11

**a)**  Lasketaan lukujonon neljä ensimmäistä jäsentä. Lausekkeeseen  sijoitetaan *n*:n arvot 1, 2, 3 ja 4.  
  
  
  
  
Lasketaan lukujonon 50. jäsen.  


**b)** Luku  on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla . Muodostetaan yhtälö ja   
ratkaistaan *n*.  
  
Ratkaisu *n* = 63 on positiivinen kokonaisluku, joten luku  on lukujonon 63. jäsen.

**c)** Luku  on lukujonon jäsen, jos löytyy sellainen positiivinen kokonaisluku *n*, jolla . Muodostetaan yhtälö ja   
ratkaistaan *n*.  
  
  
  
Ratkaisu *n* = 31,75 ei ole positiivinen kokonaisluku, joten luku  ei ole lukujonon jäsen.

**Vastaus**

**a)** Neljä ensimmäistä jäsentä ovat  .  
Viideskymmenes jäsen on  .

**b)** on, 63. jäsen

**c)** ei ole

3.12

Lukujonon ensimmäisen jäsen .

Toisesta jäsenestä alkaen käytetään rekursiokaavaa .

Määritetään lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä.  
  


**Vastaus**

–5, –1, 7, 23 ja 55

3.13

**a)** Kirjoitetaan sarakkeeseen A jäsenten järjestysluvut 1, 2, 3, ... , 15.  
Lasketaan sarakkeeseen B lukujonon 15 ensimmäistä jäsentä ja niiden summa.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | –3 | ”=2^A2 – 5 |
| **3** | 2 | –1 |  |
| **4** | 3 | 3 |  |
| **5** | 4 | 11 |  |
| **6** | 5 | 27 |  |
| **7** | 6 | 59 |  |
| **8** | 7 | 123 |  |
| **9** | 8 | 251 |  |
| **10** | 9 | 507 |  |
| **11** | 10 | 1019 |  |
| **12** | 11 | 2043 |  |
| **13** | 12 | 4091 |  |
| **14** | 13 | 8187 |  |
| **15** | 14 | 16 379 |  |
| **16** | 15 | 32 763 | 15. jäsen |
| **17** | **Summa** | 65 459 | summa |

Viidestoista jäsen on 32 763 ja viidentoista ensimmäisen jäsenen   
summa 65 459.

**b)** Kirjoitetaan sarakkeeseen A jäsenten järjestysluvut 1, 2, 3, ... , 15.  
Lasketaan sarakkeeseen B lukujonon 15 ensimmäistä jäsentä ja niiden summa.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | 450 |  |
| **3** | 2 | –150 | ”=1200 – 3\*B2” |
| **4** | 3 | 1650 |  |
| **5** | 4 | –3750 |  |
| **6** | 5 | 12450 |  |
| **7** | 6 | –36150 |  |
| **8** | 7 | 109650 |  |
| **9** | 8 | –327750 |  |
| **10** | 9 | 984450 |  |
| **11** | 10 | –2952150 |  |
| **12** | 11 | 8857650 |  |
| **13** | 12 | –26571750 |  |
| **14** | 13 | 79716450 |  |
| **15** | 14 | –239148150 |  |
| **16** | 15 | 717 445 650 | 30. jäsen |
| **17** | **Summa** | 538 088 550 | summa |

Viidestoista jäsen on 717 445 650 ja viidentoista ensimmäisen jäsenen summa 530 088 550

**Vastaus**

**a)** viidestoista jäsen on 32 763;  
viidentoista ensimmäisen jäsenen summa on 65 459

**b)** viidestoista jäsen on 717 445 650;  
viidentoista ensimmäisen jäsenen summa on 530 088 550

3.14

**a)** Lukujonon ensimmäisen jäsen  ja toinen jäsen    
Kolmannesta jäsenestä alkaen käytetään rekursiokaavaa .   
  
Määritetään lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä.  


**b)** Kirjoitetaan sarakkeeseen A jäsenten järjestysluvut 1, 2, 3, ... , 30.  
Lasketaan sarakkeeseen B lukujonon 30 ensimmäistä jäsentä.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | 1 |  |
| **3** | 2 | 1 |  |
| **4** | 3 | 2 | ”=B3+B2” |
| **5** | 4 | 3 |  |
| **6** | 5 | 5 |  |
| **7** | 6 | 8 |  |
| **8** | 7 | 13 |  |
| **9** | 8 | 21 |  |
| **10** | 9 | 34 |  |
| **11** | 10 | 55 |  |
| **12** | 11 | 89 |  |
| **13** | 12 | 144 |  |
| **...** | ... | ... |  |
| **30** | 29 | 514 229 |  |
| **31** | 30 | 832 040 | 30. jäsen |

Kolmaskymmenes jäsen on 832 040

**Vastaus**

**a)** 1, 1, 2, 3, 5 **b)** 832 040

3.15

Malliratkaisussa vastaukset on perusteltu, vaikka sitä ei tehtävässä vaadittukaan.

**1.1**     
  
Oikea jono on **C.** (1, 3, 5, 7, ...)

**1.2**   
  
Oikea jono on **D.** (1, 4, 9, 16, ...)

**1.3**   
  
Oikea jono on **E.** (1, 8, 27, 64, ...)

**1.4**   
  
Oikea jono on **G.** (2, 4, 8, 16, ...)

**1.5**   
  
Oikea jono on **F.** (2, 4, 6, 8, ...)

**1.6**   
  
Oikea jono on **B.** (1, 2, 3, 5, ...)

**Vastaus**

**1.1** C

**1.2** D

**1.3** E

**1.4** G

**1.5** F

**1.6** B

3.16

**a)** Lukujonon ensimmäinen jäsen    
  
Pääoma kasvaa vuosittain 1,03-kertaiseksi. Lisäksi pääoma kasvaa uudella 5000 euron talletuksella.  
  
Toisesta jäsenestä alkaen lukujonon jäsen saadaan rekursiokaavalla  
  
.   
  
Lukujonon  rekursiosääntö on  
  


**b)** Lasketaan pääomien suuruuksia taulukkolaskentaohjelmalla.   
  
Kirjoitetaan sarakkeeseen A jäsenten järjestysluvut 1, 2, 3, ... .  
Lasketaan sarakkeeseen B lukujonon jäseniä.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | 5000,00 |  |
| **3** | 2 | 10 150,00 | ”=1,03\*B2 + 5000 |
| **4** | 3 | 15 454,50 |  |
| **5** | 4 | 20 918,14 |  |
| **6** | 5 | 26 545,68 |  |
| **7** | 6 | 32 342,05 |  |
| **8** | 7 | 38 312,31 |  |
| **9** | 8 | 44 461,68 |  |
| **10** | 9 | 50 795,53 |  |
| **11** | 10 | 57 319,40 |  |
| **12** | 11 | 64 038,98 |  |
| **13** | 12 | 70 960,15 |  |
| **14** | 13 | 78 088,95 |  |
| **15** | 14 | 85 431,62 |  |
| **16** | 15 | 92 994,57 |  |
| **17** | 16 | 100 784,41 |  |
| **18** | 17 | 108 807,94 |  |

Pääoma kahdeksannen vuoden alussa on 44 461,68 €.

**c)** Pääoman suuruus on 16. vuoden alussa ensimmäisen kerran yli 100 000 €.

**Vastaus**

**a)** 

**b)** 44 461,68 €

**c)** 16. vuoden

3.17

**a)** Pääoma alussa on 1250 €. Tilin nettokorkokanta on 1,8 %.   
  
Saksalaisessa korkotavassa vuodessa on 360 päivää.  
  
Nettokorko *n*:n päivän kuluttua talletuksesta on   
  


**b)** Pääoma alussa on 1250 €.   
  
Tilin vuotuinen nettokorkokanta on 1,8 %, joten pääoma kasvaa vuosittain 1,018-kertaiseksi.  
  
Pääoman suuruus *n*:n vuoden kuluttua talletuksesta on   
  


**Vastaus**

**a)** 

**b)** 

3.18

**a)** Muodostetaan epäyhtälö ja ratkaistaan, millä muuttujan *n*   
arvoilla   
   
  
Epäyhtälön toteuttavat positiiviset kokonaisluvut ovat   
9, 10, 11, 12 ja 13.  
Negatiivisia jäseniä ovat 

**b)** Määritetään lukujonon jäseniä taulukkolaskentaohjelmalla.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **A** | **B** |  |
| **1** | **n** | **jäsen** |  |
| **2** | 1 | 91,00 | ”=A2^2 – 22\*A2 + 112 |
| **3** | 2 | 72,00 |  |
| **4** | 3 | 55,00 |  |
| **5** | 4 | 40,00 |  |
| **6** | 5 | 27,00 |  |
| **7** | 6 | 16,00 |  |
| **8** | 7 | 7,00 |  |
| **9** | 8 | 0,00 |  |
| **10** | 9 | –5,00 |  |
| **11** | 10 | –8,00 |  |
| **12** | 11 | –9,00 |  |
| **13** | 12 | –8,00 |  |
| **14** | 13 | –5,00 |  |
| **15** | 14 | 0,00 |  |
| **16** | 15 | 7,00 |  |
| **17** | 16 | 16,00 |  |

Negatiivisia jäseniä ovat 

**Vastaus**

Negatiivisia jäseniä ovat 

3.19

**a)** Lukujonon 3, 6, ... toinen jäsen saadaan ensimmäisestä jäsenestä lisäämällä luku 3: 3 + 3 = 6.  
  
Toinen jäsen saadaan, kun luku kolme lisätään ensimmäiseen jäseneen 1 kerran.   
Kolmas jäsen saadaan, kun luku kolme lisätään ensimmäiseen jäseneen 2 kertaa.  
Neljäs jäsen saadaan, kun luku kolme lisätään ensimmäiseen jäseneen   
3 kertaa.   
  
Siis lukujonon kahdeskymmenes jäsen saadaan, kun luku kolme lisätään ensimmäiseen jäseneen 19 kertaa.  
  


**b)** Lukujonon 3, 6, ... toinen jäsen saadaan ensimmäisestä jäsenestä kertomalla luvulla 2: 3 · 2 = 6.  
  
Toinen jäsen saadaan, kun ensimmäinen jäsen kerrotaan luvulla kaksi   
1 kerran.  
Kolmas jäsen saadaan, kun ensimmäinen jäsen kerrotaan luvulla kaksi   
2 kertaa.  
Neljäs jäsen saadaan, kun ensimmäinen jäsen kerrotaan luvulla kaksi   
3 kertaa.  
  
Siis lukujonon kahdeskymmenes jäsen saadaan, kun ensimmäinen jäsen kerrotaan luvulla kaksi 19 kertaa.  
  


**Vastaus**

**a)** lisättävä luku 3; 

**b)** kertoja 2; 

3.20

**a)** Lukujonon yleisen jäsenen lauseke on  Lasketaan lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä.  
  
   
  
Lukujonon viisi ensimmäistä jäsentä ovat –1, 1, –1, 1 ja –1.

**b)** Jono –6, 6, –6, 6, … voidaan kirjoittaa muodossa  
  
   
   
a-kohdan perusteella jonon yleisen jäsenen lauseke on .

**c)** Jono 0, 6, 0, 6, … voidaan kirjoittaa muodossa  
  
   
  
a- ja b-kohtien perusteella jonon yleisen jäsenen lauseke on .

**Vastaus**

**a)** Viisi ensimmäistä jäsentä ovat –1, 1, –1, 1 ja –1.

**b)**  **c)** 

3.21

Lasketaan lukujonon seitsemäs jäsen.  
  


Lasketaan lukujonon 2021. jäsen.



**Vastaus**



3.22

**a)** Lasketaan lukujonon  ensimmäisiä jäseniä.  
  
   
  
Lasketaan erotusjonon  ensimmäisiä jäseniä.  
  
   
  
Lasketaan toisen kertaluvun erotusjonon  ensimmäisiä jäseniä.  
  
  
  
Toisen kertaluvun erotusjono vaikuttaisi olevan vakiojono   
8, 8, 8, 8, ... .

**b)** Olkoon .  
  
Määritetään erotusjonon yleinen jäsen.  
  
   
  
Määritetään toisen kertaluvun erotusjonon yleinen jäsen.  
  
   
  
Koska toisen kertaluvun erotusjonon yleisen jäsenen  arvo ei riipu järjestysluvun *n* arvosta, toisen kertaluvun erotusjono on vakio jono 2*a*, 2*a*, 2*a*, ... .   
  
On osoitettu, että toisen kertaluvun erotusjono on vakiojono, jos  ja *f* on toisen asteen polynomifunktio. 

**c)** Mikäli *f* on toisen asteen polynomifunktio, toisen kertaluvun erotusjono on vakiojono.  
  
  
  
  
Määritetään erotusjonon ensimmäiset jäsenet.  
  
   
  
  
Määritetään toisen kertaluvun erotusjonon ensimmäiset jäsenet.  
  
  
  
Koska toisen kertaluvun erotusjonon ensimmäiset jäsenet 2 ja 3 eivät ole yhtä suuret, funktio *f* ei voi olla toisen asteen polynomifunktio.

**Vastaus**

**a)** Jono vaikuttaa olevan vakiojono 8, 8, 8, 8, ... .

**c)** Ei ole.

3.23

**a)** Lasketaan taulukkolaskentaohjelmalla lukujonon jäseniä, kun ensimmäinen luku on 1.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **A** |  |
| **1** | 1 | Soluun A1 kirjoitetaan 1. jäsen. |
| **2** | 4 | Soluun A2 kirjoitetaan laskukaava  "= JOS(ONPARILLINEN(A1); A1/2; 3·A1 + 1)".  Kopioidaan solussa A2 olevaa kaavaa alaspäin. |
| **3** | 2 |
| **4** | 1 |
| **5** | 4 |  |
| **6** | 2 |  |
| **7** | 1 |  |
| **8** | 4 |  |
| **9** | 2 |  |
| **10** | 1 |  |
|  |  |  |

Havaitaan, että kun ensimmäinen jäsen on 1, alkaa lukujonossa toistua numerosarja 4 2 1.

Perustelut käytetylle funktiolle:   
JOS(ONPARILLINEN(A1); A1/2; 3·A1 + 1)  
- funktio ONPARILLINEN(A1) testaa, onko luku solussa A1 parillinen  
- jos luku on parillinen, suoritetaan laskutoimitus A1/2  
- jos luku ei ole parillinen (eli on pariton), suoritetaan laskutoimitus  
 3 · A1 + 1  
- kopioitaessa kaavaa, testaus ja laskut kohdistuvat aina lukujonon edelliselle luvulle.

Lasketaan taulukkolaskentaohjelmalla lukujonon jäseniä, kun ensimmäinen luku on 2, 3, 4 ja 5.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **B** | **C** | **D** | **E** |
| **1** | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **2** | 1 | 10 | 2 | 16 |
| **3** | 4 | 5 | 1 | 8 |
| **4** | 2 | 16 | 4 | 4 |
| **5** | 1 | 8 | 2 | 2 |
| **6** | 4 | 4 | 1 | 1 |
| **7** | 2 | 2 | 4 | 4 |
| **8** | 1 | 1 | 2 | 2 |
| **9** | 4 | 4 | 1 | 1 |
| **10** | 2 | 2 | 4 | 4 |
| **11** | 1 | 1 | 2 | 2 |
| **12** | 4 | 4 | 1 | 1 |
| **13** | 2 | 2 | 4 | 4 |
| **14** | 1 | 1 | 2 | 2 |
|  |  |  |  |  |

Havaitaan, että kaikissa näissä tapauksissa alkaa toistua   
numerosarja 4 2 1.

**b)** Lasketaan lukujonon jäseniä, kun ensimmäinen jäsen on jokin muu positiivinen kokonaisluku.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **F** | **G** | **H** | **I** |
| **1** | 6 | 11 | 15 | 25 |
| **2** | 3 | 34 | 46 | 76 |
| **3** | 10 | 17 | 23 | 38 |
| **4** | 5 | 52 | 70 | 19 |
| **5** | 16 | 26 | 35 | 58 |
| **6** | 8 | 13 | 106 | 29 |
|  |  |  |  |  |
| **16** | 4 | 4 | 4 | 40 |
| **17** | 2 | 2 | 2 | 20 |
| **18** | 1 | 1 | 1 | 10 |
| **19** | 4 | 4 | 4 | 5 |
| **20** | 2 | 2 | 2 | 16 |
| **21** | 1 | 1 | 1 | 8 |
| **22** | 4 | 4 | 4 | 4 |
| **23** | 2 | 2 | 2 | 2 |
| **24** | 1 | 1 | 1 | 1 |

Havainto numerosarjan 4 2 1 toistuvuudesta näyttäisi pätevän muillakin positiivisilla kokonaisluvuilla.

**Vastaus**

**a)** Lukujonossa alkaa toistua numerosarja 4 2 1.

**b)** Havainto näyttäisi pätevän muillakin positiivisilla kokonaisluvuilla.