

ARITMEETTINEN LUKUJONO

Seuraava jäsen saadaan aina **lisäämällä** edeltävään lukuun joku sama luku.

Esim. 2, 4, 6, 8, 10, ... (lisätään 2)
15, 10, 5, 0, -5, ... (lisätään -5)
2, 2, 2, 2, 2, ... (lisätään 0)

YLEINEN JÄSEN

Aritmeettisen jonon yleinen jäsen: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

a_1 ensimmäinen jäsen
 d differenssi eli erotusluku

SUMMA

Aritmeettisen summan $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ summakaava: $S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2}$

n summattavien lukumäärä
 a_1 ensimmäinen summattava
 a_n viimeinen summattava

GEOMETRINEN LUKUJONO

Seuraava jäsen saadaan aina **kertomalla** edeltävää lukua jollain samalla luvulla.

Esim. 1, 2, 4, 8, 16, ... (kerrotaan 2)
200, 100, 50, 25, ... (kerrotaan 0,5)
1, -3, 9, -27, 81, ... (kerrotaan -3)
5, 5, 5, 5, 5, ... (kerrotaan 1)

YLEINEN JÄSEN

Geometrisen jonon yleinen jäsen: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

a_1 ensimmäinen jäsen
 q suhdeluku

SUMMA

Geometrisen summan $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ summakaava: $S_n = a_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$

n summattavien lukumäärä
 a_1 ensimmäinen summattava
 q suhdeluku

ARITMEETTINEN LUKUJONO

1. Voiko lukujono olla aritmeettinen? Perustele sanallisesti.
 - a) 10, 20, 30, ...
 - b) 85, 81, 77, ...
 - c) 8, 3, -4, ...
 - d) 6, 6, 6, ...
2. Mikä on aritmeettisen lukujonon differenssi eli erotusluku? Perustele laskutoimitusten avulla.
 - a) 2, 7, 12, ...
 - b) 134, 107, 80, ...
 - c) $\frac{2}{5}$, $1\frac{1}{5}$, 2, ...
3. Lukujono 5, 11, 17, 23, ... on aritmeettinen.
 - a) Mikä on lukujonon ensimmäinen jäsen?
 - b) Mikä on lukujonon differenssi?
 - c) Mikä on lukujonon yleinen jäsen?
4. Lukujono 66, 63, 60, 57, ... on aritmeettinen.
 - a) Mikä on lukujonon ensimmäinen jäsen?
 - b) Mikä on lukujonon differenssi?
 - c) Mikä on lukujonon yleinen jäsen?
5. Aritmeettisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 7n + 2$. Määritä lukujonon jäsenet a_2 , a_5 ja a_{10} .
6. Määritä aritmeettisen lukujonon 3. jäsen, kun lukujonon yleinen jäsen on
 - a) $a_n = 10n + 2$
 - b) $a_n = -3n + 5$
 - c) $a_n = -6n - 20$
7. Määritä aritmeettisen lukujonon 12. jäsen, kun lukujonon
 - a) ensimmäinen jäsen on $a_1 = 10$ ja differenssi on $d = 3$
 - b) ensimmäinen jäsen on $a_1 = 5$ ja seuraava jäsen saadaan vähentämällä edellisestä jäsenestä luku 2
 - c) kaksi ensimmäistä jäsentä ovat $a_1 = 4$ ja $a_2 = 15$
 - d) kolmas jäsen on $a_3 = 17,5$ ja kahdeksas jäsen on $a_8 = 20$.
8. Aritmeettisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 3n + 15$. Kuinka mones jäsen luku
 - a) 45
 - b) 195
 - c) 81on lukujonossa?
9. Aritmeettisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 10n - 4$. Onko luku 67 lukujonon jäsen?
10. Kuinka moni lukujonon $a_n = 2n + 12$ jäsenistä on pienempi kuin 1000?

GEOMETRINEN LUKUJONO

11. Voiko lukujono olla geometrinen? Perustele sanallisesti.

- a) 7, 14, 28, ...
- b) 2, 4, 9, ...
- c) 10, -20, 40, ...
- d) -3, -3, -3, ...

12. Mikä on geometrisen lukujono suhdeluku? Perustele laskutoimitusten avulla.

- a) 30, 60, 120, ...
- b) 256, 64, 16, ...
- c) $-\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \dots$

13. Lukujono 4, 20, 100, 500, ... on geometrinen.

- a) Mikä on lukujonon ensimmäinen jäsen?
- b) Mikä on lukujonon suhdeluku?
- c) Mikä on lukujonon yleinen jäsen?

14. Lukujono 5, -15, 45, -135, ... on geometrinen.

- a) Mikä on lukujonon ensimmäinen jäsen?
- b) Mikä on lukujonon suhdeluku?
- c) Mikä on lukujonon yleinen jäsen?

15. Geometrisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 10 \cdot 2^{n-1}$. Määritä lukujonon jäsenet a_3 , a_4 ja a_5 .

16. Määritä geometrisen lukujonon 4. jäsen, kun lukujonon yleinen jäsen on

- a) $a_n = 5 \cdot 4^{n-1}$
- b) $a_n = 9 \cdot (-4)^{n-1}$
- c) $a_n = -4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

17. Määritä geometrisen lukujonon 9. jäsen, kun lukujonon

- a) ensimmäinen jäsen on $a_1 = 0,25$ ja suhdeluku on $q = 2$
- b) ensimmäinen jäsen on $a_1 = 8$ ja seuraava jäsen saadaan kertomalla edellistä luvulla -2
- c) kaksi ensimmäistä jäsentä ovat $a_1 = 3$ ja $a_2 = 6$

18. Geometrisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = 10 \cdot 2^{n-1}$. Kuinka mones jäsen luku

- a) 80
- b) 320
- c) 5120

on lukujonossa?

(Jos et ole käynyt MAB4-kurssia, tarvitset GeoGebran CAS-laskinta)

19. Geometrisen lukujonon yleinen jäsen on $a_n = -3 \cdot 7^{n-1}$. Onko luku -140 lukujonon jäsen?

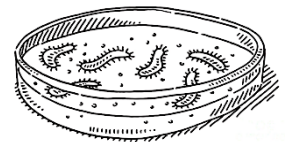
(Jos et ole käynyt MAB4-kurssia, tarvitset GeoGebran CAS-laskinta)

20. Kuinka mones lukujonon $a_n = 5 \cdot 2^{n-1}$ jäsenistä on ensimmäinen, joka on suurempi kuin 1000?

(Jos et ole käynyt MAB4-kurssia, tarvitset GeoGebran CAS-laskinta)

SANALLISIA TEHTÄVIÄ LUKUJONOISTA

21. Erään radioaktiivisen aineen määrä puolittuu tunnissa. Lukujonon $a_n = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ jäsenet kuvaavat jäljellä olevan aineen määrää (mg), kun n on tarkasteluhetken alusta kulunut aika tunneissa.
- Kuinka paljon radioaktiivista ainetta on jäljellä kuuden tunnin kuluttua?
 - Kuinka monen kokonaisen tunnin kuluttua radioaktiivista ainetta on jäljellä alle 2,5 mg?
22. Kuntoilija aloittaa harjoitusohjelman, jossa hän lisää punnerrusten määrää tasaisesti. Ensimmäisenä päivänä hän tekee 18 punnerrusta, ja jokaisena seuraavana päivänä hän tekee neljä punnerrusta enemmän kuin edellisenä päivänä.
- Muodosta lauseke a_n , joka kuvaa punnerrusten määrää n :ntenä päivänä.
 - Kuinka monta punnerrusta hän tekee 9. päivänä?
 - Kuinka monentena päivänä hän tekee ensimmäisen kerran yli 100 punnerrusta päivässä?
23. Lääkäri määrää potilaalle lääkekuurin. Ohjeen mukaan lääkettä otetaan ensimmäisenä päivänä 350 mg ja tämän jälkeen lääkeannosta pienennetään 7 mg päivässä, kunnes lääkkeet loppuvat.
- Muodosta lauseke a_n , joka kuvaa lääkkeen päiväannoksen määrää (milligrammoissa) lääkekuurin n :ntenä päivänä.
 - Kuinka paljon lääkettä otetaan lääkekuurin 23. päivänä?
 - Kuinka kauan lääkekuuri kestää?
24. Laboratorion bakteeriviljelmässä on tarkasteluhetken alussa 100 bakteeria. Bakteerien määrä 1,5-kertaistuu tunnissa.
- Kuinka monta bakteeria viljelmässä on neljän tunnin kuluttua?
 - Kuinka monen kokonaisen tunnin kuluttua bakteerien määrä ylittää miljoonan?
25. Erään indeksirahaston keskimääräinen tuotto on ollut historiallisesti 7 % vuodessa. Rahastoon sijoitetaan vuoden alussa 5 000 euroa. Kuinka monen kokonaisen vuoden kuluttua sijoitus on tuplaantunut?



ARITMEETTINEN SUMMA

26. Laske aritmeettisen lukujonon

- a) 2, 4, 6, ...
- b) 100, 95, 90, ...

kymmenen ensimmäisen jäsenen summa.

27. Jos halutaan laskea yhteen suuri määrä lukujonon jäseniä, kannattaa summa laskea summakaavalla.

- a) Mikä on aritmeettisen lukujonon summakaava? Kirjoita ylös.
- b) Mitkä kolme tietoa tarvitaan aritmeettisen summan laskemiseksi?

28. Tarkastellaan aritmeettista summaa $12 + 19 + 26 + 33 + 40 + 47 + 54 + 61 + 68$.

- a) Kuinka monta yhteenlaskettavaa summassa on?
- b) Mikä on summan ensimmäinen yhteenlaskettava?
- c) Mikä on summan viimeinen yhteenlaskettava?
- d) Laske summa summakaavalla.

29. Laske summakaavalla aritmeettinen summa, jossa yhteenlaskettavien määrä on $n = 100$, ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1 = 5$ ja viimeinen yhteenlaskettava on $a_{100} = 50$.

30. Laske summakaavalla aritmeettisen lukujonon 150 ensimmäisen jäsenen summa, kun $a_n = \frac{1}{5}n + 4$.

31. Aritmeettisen lukujonon toinen jäsen on $a_2 = \frac{3}{4}$ ja viides jäsen on $a_5 = 2\frac{1}{4}$. Mikä on lukujonon 50 ensimmäisen jäsenen summa?

32. Kuinka monta aritmeettisen lukujonon $a_n = 3n + 12$ jäsentä on laskettava yhteen, jotta summa olisi vähintään 5000?

GEOMETRINEN SUMMA

33. Laske geometrisen lukujonon

- a) 3, 6, 12, ...
- b) 800, 400, 200, ...

kuuden ensimmäisen jäsenen summa.

34. Tarkastellaan geometrasta summaa $20 + 60 + 180 + 540 + 1620 + 4860 + 14460$.

- a) Kuinka monta yhteenlaskettavaa summassa on?
- b) Mikä on summan ensimmäinen yhteenlaskettava?
- c) Mikä on lukujonon suhdeluku?
- d) Laske summa summakaavalla.

35. Laske summakaavalla geometrinen summa, jossa yhteenlaskettavien määrä on $n = 10$, ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1 = 7$ ja suhdeluku $q = 3$.

36. Geometrisen lukujonon toinen jäsen on $a_2 = 6$ ja viides jäsen on $a_5 = 48$. Mikä on lukujonon 20 ensimmäisen jäsenen summa?

37. Kuinka monta geometrisen lukujonon $a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$ jäsentä voidaan laskea yhteen niin, että summa on maksimissaan 200 000?

SANALLISIA TEHTÄVIÄ LUKUJONOISTA

38. Juoksuohjelma alkaa kilometrin juoksumatkalla, jonka jälkeen juoksumatkaa kasvatetaan 500 metrillä päivässä.
- a) Muodosta lauseke a_n , joka kuvaa juostun matkan pituutta (kilometreinä) ohjelman n :ntenä päivänä.
 - b) Kuinka monentena päivänä juoksumatkan pituus on ensimmäisen kerran yli 10 kilometriä?
 - c) Kuinka monta kilometriä ohjelmassa juostaan ensimmäisen kahden viikon aikana yhteensä?
39. Johannes on kesätöissä marjaviljelmällä poimimassa vadelmia. Ensimmäisenä työpäivänä hän kerää 45 kg vadelmia. Seuraavina päivinä työtahti hiipuu ja Johanneksen keräämien vadelmien määrä vähenee 3 kg päivässä.
- a) Muodosta lauseke a_n , joka kuvaa kerättyjen vadelmien määrää (kilogrammoina) n :ntenä työpäivänä.
 - b) Kuinka paljon vadelmia Sami kerää kahdeksantena työpäivänä?
 - c) Kuinka paljon vadelmia Sami kerää yhteensä kahdeksan ensimmäisen työpäivän aikana?
40. Mainostoimisto suunnittelee mainosvideota. Tuottajan ajatuksena on asettaa suuri määrä juomalaseja kolmion muotoiseen kuvioon siten, että ensimmäisellä rivillä on yksi lasi ja seuraavalla rivillä on aina yksi lasi enemmän kuin edellisellä rivillä.
- a) Kuinka monta lasia on ensimmäisellä kymmenellä rivillä yhteensä?
 - b) Kuinka monta lasiriviä on 3916 juomalasin muodostelmassa?
41. Artisti julkaisee kappaleen, joka kerää julkaisupäivänään 200 kuuntelua. Julkaisupäivän jälkeen kuuntelijamäärät kaksinkertaistuvat päivittäin.
- a) Kuinka monta kuuntelua kappale kerää seitsemän ensimmäisen päivän aikana yhteensä?
 - b) Kuinka monentena päivänä kuuntelijamäärä saavuttaa kokonaisuudessaan miljoonan katselun rajan?
42. Mobiilisovellus ladataan julkaisupäivänään 3,2 miljoonaa kertaa. Julkaisun jälkeen sovelluksen latausmäärien odotetaan kasvavan noin 8 % kuukaudessa. Kuinka monen kokonaisen vuoden kuluttua latauksia on tehty yhteensä yli 20 miljoonaa?

