$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{7}{3}\right)^{2x} = \lim_{\substack{\uparrow\\ y=-x\\ y\to\infty}}\left(\frac{7}{3}\right)^{-2y} = \lim_{y\to\infty}\frac{1}{\left(\frac{7}{3}\right)^{2y}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

($\left(\frac{7}{3}\right)^{2y} \to \infty$, since $\frac{7}{3} > 1$)

8.19 a) $\lim_{x\to\infty}\frac{\overbrace{9\sin 6x}^{-1\le\,\cdot\,\le 1}}{\underbrace{x+2}_{\to\infty}} \left(\frac{?}{\infty}\right) = 0$

Osoittaja pysyy rajoitettuna $[-9, 9]$ ja nimittäjä $\to \infty$
$\Rightarrow$ osamäärä $\to 0$

b) $\lim_{x\to\infty} x\underbrace{e^{\overbrace{\sin x}^{-1\le\,\cdot\,\le 1}}}_{e^{-1}\le\,\cdot\,\le e} = \infty$

$e^{-1} \approx 0{,}37$, $e \approx 2{,}7$

$e^{\sin x}$ on koko ajan välillä $[\frac{1}{e}, e]$
Koska $x \to \infty$, on mäkä kuitenkin tulo tän iso eli $\to \infty$

$\Rightarrow$ ei raja-arvoa, ääbelliren raja-arvo ∞

8.20 $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x = e$

a) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-x} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{x}\right)^x} = \frac{1}{e}$

b) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2x} = \lim_{x\to\infty}\Big[\underbrace{\left(1+\frac{1}{x}\right)^x}_{\to e}\Big]^2 = e^2$

c) $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{2x}\right)^x = \lim_{x\to\infty}\Big[\underbrace{\left(1+\frac{1}{2x}\right)^{2x}}_{\to e}\Big]^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e}$

8.22 $y_1 = \ln(1+e^x)$, $y_2 = x$

$\ln(a\cdot b) = \ln a + \ln b$

$\ln\frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$y_1 - y_2 = \ln(1+e^x) - x$

$= \ln(1+e^x) - \ln e^x = \ln\frac{1+e^x}{e^x} = \ln\left(\frac{1}{e^x} + \frac{e^x}{e^x}\right)$

$= \ln\left(\underbrace{\frac{1}{e^x}}_{\frac{1}{e^\infty}=\frac{1}{\infty}=0} + 1\right) \xrightarrow{x\to\infty} \ln(0+1) = \ln 1 = 0$

$\Rightarrow$ väite