

Kertaustehtävien ratkaisuja

1. c) Jaksonaika on

$$T = \frac{300 \text{ s}}{600} = 0,50 \text{ s}, \quad f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,50 \text{ s}} = 2,0 \text{ Hz}.$$

2. b) Lasketaan ensin jousivakion suuruus ja sitten värähdysaika.

$$k = -\frac{mg}{x} = -\frac{1,0 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{-0,10 \text{ m}} = 98,1 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1,0 \text{ kg}}{98,1 \text{ N/m}}} \approx 0,63 \text{ s}$$

3. a) Aallonpituus on

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500 \text{ m/s}}{440 \text{ 1/s}} \approx 3,4 \text{ m}.$$

4. c) Taaittumislaista saadaan

$$\frac{\sin 10^\circ}{\sin \alpha_2} = \frac{340 \text{ m/s}}{1500 \text{ m/s}}, \text{ josta } \alpha_2 \approx 50^\circ.$$

5. b) Taajuus on

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{332 \text{ m/s} \cdot \sqrt{\frac{291 \text{ K}}{273 \text{ K}}}}{4 \cdot 0,550 \text{ m}} \approx 156 \text{ Hz}.$$

6. b) Sovelletaan taaittumislakia

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ josta saadaan}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1 n_1}{n_2} = \frac{\sin 16^\circ \cdot 1,31}{1,33}, \text{ josta saadaan}$$

$$\alpha_2 = 15,8^\circ.$$

7. c) Taaittumislaista $\frac{\sin \alpha_r}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$ saadaan

$$\sin \alpha_r = \frac{\sin \alpha_2 n_2}{n_1} = \frac{\sin 90^\circ \cdot 1,00}{1,61} = \frac{1,00}{1,61}, \text{ josta saadaan}$$

$$\alpha_r = 38,4^\circ.$$

8. b) Viivasuurennos on

$$m = \frac{k}{e} = \frac{|b|}{|a|} = \frac{25 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} \approx 1,7.$$

9. d) Peilin kuvausyhtälöstä $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ saadaan $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$

$$b = \frac{af}{a-f} = \frac{28 \text{ cm} \cdot (-12 \text{ cm})}{28 \text{ cm} - (-12 \text{ cm})} = \frac{-336 \text{ cm}^2}{40 \text{ cm}} = -8,4 \text{ cm}.$$

10. c) $D = \frac{1}{f}$, josta saadaan

$$f = \frac{1}{D} = \frac{1}{+1,9 \text{ 1/m}} \approx 0,53 \text{ m}.$$

11. Lasketaan ensin jousivakion suuruus ja sitten värähdysaika.

$$k = -\frac{mg}{x} = -\frac{0,40 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{-0,012 \text{ m}} \approx 330 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,40 \text{ kg}}{327 \text{ N/m}}} \approx 0,22 \text{ s}$$

12. Ks. s. 157. Jousivakion määrittämisessä on hyvä asettaa mittanauha jousessa tai kuminauhassa roikkuvan kappaleen viereen. Pituuden nollakohdaksi kannattaa määrittää alkutilanteen kohta. Kun jousessa roikkuvan kappaleen painoa lisätään, mitataan aina vastaava venymän arvo. Mittaustulokset sijoitetaan (x, G) -koordinaatistoon ja jousivakion arvo voidaan määrittää kulmakertoimen avulla. Tasapainotilanteessa jousen kappaleeseen kohdistama voima $\overline{F}$ on Maan jouseen kohdistaman painovoiman $\overline{G}$ suuruinen. Jos jousessa tai kuminauhassa roikkuvaan astiaan lisätään vettä, lisättävän aineen massa saadaan yhtälöstä $m = \rho V$.

13. Määritetään ensin jousen jousivakion suuruus.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ josta saadaan } k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1,0 \text{ kg}}{(2,0 \text{ s})^2} \approx 9,87 \text{ N/m}.$$

Lasketaan venymän suuruus:

$$k = -\frac{F}{x}, \text{ josta } x = -\frac{F}{k} = -\frac{-2,0 \text{ N}}{9,87 \text{ N/m}} \approx 0,20 \text{ m}.$$

14. a) Taajuus säilyy, vaikka värähdysliike siirtyy jousesta toiseen. Värähdysliikkeen etenemisnopeus jousessa B on

$$v = \lambda f = 0,8 \text{ m} \cdot 5,0 \text{ Hz} = 4,0 \text{ m/s}.$$

b) B on aalto-opillisesti tiheämpää ainetta, koska nopeus v_B on pienempi. Aallon heijastuessa tiheämmästä aineesta tapahtuu puolen aallon vaihesiirto.

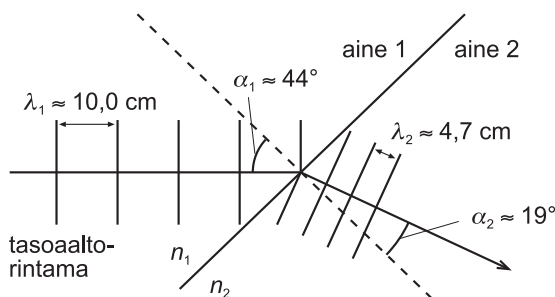
15. a) Lasketaan aallonpituus.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{6,4 \text{ m/s}}{4,01/\text{s}} \approx 1,6 \text{ m}$$

Jousi on kiinnitetty molemmista päistä, joten kiinnityskohtiin muodostuu seisovan aaltoliikkeen solmut. Seinästä lukien solmujen paikat ovat $1,6 \text{ m} / 2 = 0,8 \text{ m}$ ja $1,6 \text{ m}$.

b) Ensimmäinen kupu on kohdassa $1,6 \text{ m} / 4 = 0,4 \text{ m}$ ja toinen kohdassa $0,4 \text{ m} + 1,6 \text{ m} / 2 = 1,2 \text{ m}$.

16.



Taittuneen aallon suunta ja aallonpituus λ_1 määräävät yhdessä taittuneen aallon aallonpituuden λ_2 .

Piirroksesta saadaan mittaamalla

$$\lambda_1 \approx 10,0 \text{ mm ja } \lambda_2 \approx 4,7 \text{ mm sekä } \alpha_1 \approx 44^\circ \text{ ja } \alpha_2 \approx 19^\circ.$$

Lasketaan λ_2 mitattujen kulmien avulla taittumislaista:

$$\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = \lambda_1 / \lambda_2,$$

$$\text{joten } \lambda_2 = \lambda_1 \cdot \sin \alpha_2 / \sin \alpha_1 = 10,0 \text{ mm} \cdot \sin 19^\circ / \sin 44^\circ \approx 4,7 \text{ mm}.$$

Taitekerroin n_{12} saadaan kulmien avulla,

$$n_{12} = \sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = \sin 44^\circ / \sin 19^\circ \approx 2,1,$$

$$\text{tai aallonpituuksien avulla, } n_{12} = \lambda_1 / \lambda_2 = 10,0 \text{ mm} / 4,7 \text{ mm} \approx 2,1.$$

17. Rinteiden väli on s . Kun ääni kulkee kaksi kertaa edestakaisin rinteiden välillä, kuullaan kolme paukahdusta.

Silloin

$$4s = vt, \text{ jossa } v = 343 \text{ m/s on äänen nopeus ja } t = 9,3 \text{ s}.$$

Lasketaan rinteiden välimatka.

$$s = vt/4 = 343 \text{ m/s} \cdot 9,3 \text{ s} / 4 = 797,5 \text{ m} \approx 800 \text{ m}.$$

18. a) Taitesuhde on

$$n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{340 \text{ m/s}}{1500 \text{ m/s}} \approx 0,23.$$

b) Lasketaan kokonaisheijastuksen rajakulma.

$$\sin \alpha_r = \frac{340 \text{ m/s}}{1500 \text{ m/s}}, \text{ josta saadaan } \alpha_r \approx 13^\circ.$$

c) Ei tapahdu vaihesiirtoa (koska nopeus kasvaa äänen edetessä tiheämmästä aineesta harvempaan).

19. a) Lasketaan kokonaisheijastuksen rajakulma. Taittumislain mukaan

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_v} = \frac{v_i}{v_v}.$$
$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin 90^\circ} = \frac{340 \text{ m/s}}{1500 \text{ m/s}}, \text{ josta saadaan } \alpha_i \approx 13^\circ, \text{ joten } 0 \leq \alpha_i \leq 13^\circ.$$

b) Vesi on äänen etenemisen suhteen harvempi aine kuin ilma. Kokonaisheijastusta ei tapahdu, joten $0 \leq \alpha_i \leq 90^\circ$.

20. Matkaero on aallonpituuden puolikas. Ääniaallot sammuttavat toisensa, koska ovat vastakkaisissa vaiheissa.

$$\frac{\lambda}{2} = 4,6 \text{ m} - 3,8 \text{ m}, \text{ josta saadaan } \lambda = 1,6 \text{ m}.$$

Nopeus on

$$v = \lambda f = 1,6 \text{ m} \cdot 210 \frac{1}{\text{s}} \approx 340 \text{ m/s}.$$

21. Lasketaan aallonpituus.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340 \text{ m/s}}{440 \text{ 1/s}} \approx 0,773 \text{ m}$$

a) Avoimeen päähän muodostuu kupu ja suljettuun solmu. Pituus on

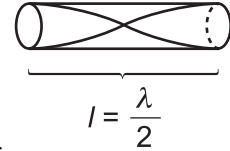
$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{0,773 \text{ m}}{4} \approx 19 \text{ cm}.$$

b) Nyt molempiin päihin muodostuu kuvut. Taajuus on

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{340 \text{ m/s}}{\frac{1}{2} \cdot 0,773 \text{ m}} \approx 880 \text{ Hz}.$$

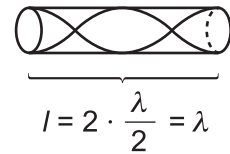
22. a) Interferenssin vaikutuksesta putkeen syntyy seisova aaltoliike. Putken avoimiin päihin syntyy kupukohdat ja välille yksi tai useita solmukohtia. Äänenvoimakkuuden ensimmäinen maksimi syntyy, kun värähtelevän ilmapatsaan pituus on $l = \frac{\lambda}{2}$. Toinen maksimi syntyy, kun ilmapatsaan pituus on kaksi aallonpituuden puolikasta eli

$$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda.$$



b) Tarkastellaan ensimmäistä äänenvoimakkuuden maksimia. Nopeus on

$$v_1 = \lambda_1 f_1 = 2 \cdot l \cdot f_1 = 2 \cdot 1,10 \text{ m} \cdot 150 \frac{1}{\text{s}} = 330 \text{ m/s}.$$



Tarkastellaan toista äänenvoimakkuuden maksimia. Nopeus on

$$v_2 = \lambda_2 f_2 = l \cdot f_2 = 1,10 \text{ m} \cdot 295 \frac{1}{\text{s}} = 324,5 \text{ m/s}.$$

Lasketaan keskiarvo

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{330 \text{ m/s} + 324,5 \text{ m/s}}{2} \approx 327 \text{ m/s}.$$

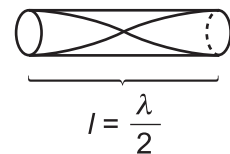
23. a) Matalataajuinen värinä etenee äänen nopeudella kiinteässä maassa, esimerkiksi graniitissa 4 000 m/s. Äänen nopeus on ilmassa vain vajaa kymmenesosa edellisestä, joten värinä havaitaan ennen ääntä.

b) Sopivalla nopeudella ajettaessa tikkaiden ohi virtaava viima saa ilman värähtelemään ja siten synnyttää seisovan aaltoliikkeen molemmista päistä avoimien askelmien sisälle. Tällöin askelmien päissä on seisovan aaltoliikkeen kuvut. Vauhdin kasvaessa syntyy ensin matalin ääni, jolloin askelmien pituus on puolet äänen aallonpituudesta.

$$\text{Pituus } l = \lambda/2, \text{ joten } \lambda = 2l = 2 \cdot 0,55 \text{ m} = 1,1 \text{ m}.$$

Äänen taajuus on $f = v/\lambda$, jossa v on äänen nopeus 343 m/s, kun lämpötila on 20 °C.

$$\text{Taajuus on } f = 343 \text{ m/s} / 1,1 \text{ m} \approx 310 \text{ Hz}.$$



24. Havaitun äänen taajuus on $f = 622 \text{ Hz}$. Aaltolähteen taajuus $f_0 = 596 \text{ Hz}$.
 Äänen etenemisnopeus $c = 343 \text{ m/s}$ ja v on aaltolähteen nopeus.
 Dopplerin ilmiöön liittyvä havaittu taajuus, kun aaltolähde lähestyy havaitsijaa, on

$$f = f_0 c / (c - v) \quad || \cdot (c - v)$$

Ratkaistaan yhtälöstä nopeus v .

$$f(c - v) = f_0 c$$

$$fc - fv = f_0 c$$

$$fc - f_0 c = fv$$

Nopeus on

$$v = (f - f_0)c / f = (622 \text{ Hz} - 596 \text{ Hz}) \cdot 343 \text{ m/s} / 622 \text{ Hz} \\ = 14,615 \text{ m/s} \approx 52 \text{ km/h.}$$

25. a) Ääni etenee ilmassa pitkittäisenä aaltoliikkeenä. Äänen etenemisen suunnassa ilman molekyylit värähtelevät. Silloin syntyy tihentymiä ja harvennusia ilmaan.

b) Äänen intensiteetti sekä äänen taajuus vaikuttavat olennaisesti kuuloaistimuksen voimakkuuteen.

c) Äänen intensiteettitaso on $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$, jossa $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ on

äänien intensiteetti kuulokynnyksellä. Yksikkö 1 dB on intensiteettitaso yksikkö. Intensiteettitaso asteikko on logaritminen, ja se vastaa ihmisen melutason voimakkuuden aistimista. Logaritminen asteikko soveltuu tähän tilanteeseen, koska ihmisen kyky aistia melutasoa ei ole tasainen. Esimerkiksi tuotaessa yhden sähkömoottorin vierelle toinen sähkömoottori melutason aistimisen voimakkuus ei kaksinkertaistu, vaikka intensiteetti kaksinkertaistuu.

26. Äänen intensiteettitaso on

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2}{10^{-12} \text{ W/m}^2} \approx 91 \text{ dB.}$$

27. a) Ks. Fysiikka 2 s. 235.

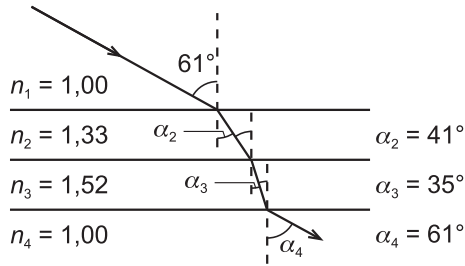
b) Taitesuhde voidaan ilmoittaa aallonpituuksien avulla.

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n_{12}$$

Yhtälöstä saadaan

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n_{12}} = \frac{589 \text{ nm}}{1,647} \approx 358 \text{ nm.}$$

28. Tarvittavat kulmat saadaan taittumislaista.



Sovelletaan taittumislakia eri pintaparien tilanteissa.

Ensimmäinen taittuminen.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ josta saadaan}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \cdot \sin \alpha_1}{n_2} = \frac{1,00 \cdot \sin 61^\circ}{1,33}.$$

$$\alpha_2 \approx 41^\circ$$

Toinen taittuminen.

$$\frac{\sin 41,12^\circ}{\sin \alpha_3} = \frac{n_3}{n_2}, \text{ josta saadaan}$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{n_2 \cdot \sin 41,12^\circ}{n_3} = \frac{1,33 \cdot \sin 41,12^\circ}{1,52}.$$

$$\alpha_3 \approx 35^\circ$$

Kolmas taittuminen.

$$\frac{\sin 35,13^\circ}{\sin \alpha_4} = \frac{n_4}{n_3}, \text{ josta saadaan}$$

$$\sin \alpha_4 = \frac{n_3 \cdot \sin 35,13^\circ}{n_4} = \frac{1,52 \cdot \sin 35,13^\circ}{1,00}.$$

$$\alpha_4 \approx 61^\circ$$

29. Taittumislain mukaan $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}$, josta saadaan

$$\sin \alpha_2 = \frac{n_1 \cdot \sin \alpha_1}{n_2} = \frac{1,00 \cdot \sin 20^\circ}{1,51}.$$

$$\alpha_2 \approx 13,1^\circ$$

Ensimmäisen taittumisen jälkeen taitekulma on $\alpha_2 = 13,1^\circ$.

Kulma $\alpha_3 = 180^\circ - 60^\circ - (90^\circ - 13,1^\circ) = 43,1^\circ$.

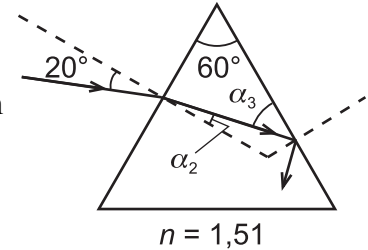
Valon tulokulma valonsäteen osuessa oikeanpuoleiseen sivutahkoon on $90^\circ - \alpha_3 = 90^\circ - 43,1^\circ = 46,9^\circ$.

Tutkitaan, tapahtuuko kokonaisheijastus laskemalla kokonaisheijastuksen rajakulma.

$$\frac{\sin \alpha_r}{\sin 90^\circ} = \frac{1,00}{1,51}$$

Kokonaisheijastuksen rajakulmaksi saadaan $\alpha_r \approx 41^\circ$.

Koska tulokulma on suurempi kuin kokonaisheijastuksen rajakulma, kokonaisheijastus tapahtuu.



30. a) Väliaineen taitekerroin riippuu aallonpituudesta. Tästä syystä eriväriset valonsäteet taittuvat eri suuntiin prismoissa ja linseissä, jolloin kuvan terävyys heikkenee ja ääriviivat voivat näkyä jopa spektrin väreihin hajonneina. Hyvissä optisissa laitteissa dispersion haitat on poistettu.

b) Lasin taitekertoimet erilaisille valoaalloille ovat $n_p = 1,505$ ja $n_v = 1,525$.

Ilman taitekerroin on $n_p = n_v = n = 1,000$.

Punaisen ja violetin valon tulokulma on $\alpha_{1p} = \alpha_{1v} = \alpha_1$.

Punaisen valon taitekulma on $\alpha_{2p} = 30,0^\circ$.

Violetin valon taitekulma on α_{2v} .

Käytetään taittumislakia punaiselle valolle.

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{1p} / \sin \alpha_{2p} &= n_p / n, \text{ josta} \\ \sin \alpha_{1p} &= \sin \alpha_{2p} \cdot n_p / n \\ &= \sin 30,0^\circ \cdot 1,505 / 1,000 \\ &= 0,7525. \end{aligned}$$

Tulokulma on $\alpha_1 = 48,8074^\circ$.

Käytetään taittumislakia violetille valolle.

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{1v} / \sin \alpha_{2v} &= n_v / n, \text{ josta} \\ \sin \alpha_{2v} &= \sin \alpha_{1v} \cdot n / n_v \\ &= \sin 48,8074^\circ \cdot 1,000 / 1,525 \\ &= 0,493443. \end{aligned}$$

Violetin valon tulokulma on $\alpha_{2v} = 29,5671^\circ$.

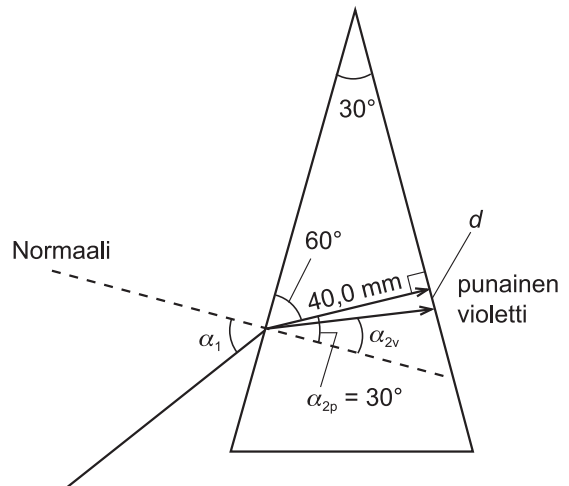
d = violetin valon ja punaisen valon osumakohtien ero toisella pinnalla.

Punaisen ja violetin valoaallon välinen kulma on

$$30,0^\circ - 29,5671^\circ = 0,4329^\circ.$$

$$\tan 0,4329^\circ = d / 40,0 \text{ mm}, \text{ josta saadaan}$$

$$d = 40,0 \text{ mm} \cdot \tan 0,4329^\circ = 0,302 \text{ mm}.$$



31. a) Oikein. Aineesta 1 rajapintaan tulee yhtä monta aaltoa aikayksikössä kuin rajapinnasta lähtee aineeseen 2, joten taajuus on vakio.

b) Väärin. Aaltoliikkeen perusyhtälön mukaan nopeus = aallonpituus · taajuus eli $v = \lambda f$, joten jos aallonpituus pienenee, nopeuskin pienenee, koska taajuus on vakio.

32. a) Valo taipuu, kun se kohtaa esteen, jonka koko on aallonpituuden kanssa samaa suuruusluokkaa. Huygensin periaatteen mukaan este toimii palloaallon lähteenä, jolloin valon suunta muuttuu. Esimerkiksi hilan eri rakojen läpi mennyt laserin valo taipuu esteiden taakse, jolloin eri raoista läpi menneet aallot interferoivat. Läpi mennyt laserin valo nähdään useana pisteenä valkokankaalla. Ks. Fysiikka 2 s. 252.

b) Verho on kaksikulotteinen hila, jossa tapahtuu valon diffraktio a)-kohdan mukaisesti. Kaksikulotteisen hilan interferenssikuviot on myös kaksikulotteinen.

33. Lasketaan ensin suuntakulma-

$$\tan \alpha = \frac{0,0656 \text{ m}}{2,00 \text{ m}}, \text{ josta saadaan } \alpha \approx 1,879^\circ.$$

Aallonpituus saadaan yhtälöstä

$$d \sin \alpha = k \lambda, \text{ josta saadaan } \lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{\frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{500} \cdot \sin 1,879^\circ}{1} \approx 656 \text{ nm}.$$

34. Lasketaan ensin valon aallonpituus.

Yhtälöstä $d \sin \alpha = k \lambda$ saadaan

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{\frac{1 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{5700} \cdot \sin 22^\circ}{1} \approx 657 \text{ nm}.$$

Taajuus on

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \text{ m}}{657 \text{ nm}} \approx 4,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

35. Lasketaan suuntakulmien suuruudet. Yhtälöstä $d \sin \alpha = k \lambda$ saadaan

$$\sin \alpha = \frac{k \lambda}{d}.$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{1 \cdot 400 \text{ nm}}{\frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{500}}, \text{ josta saadaan } \alpha_1 \approx 11,5^\circ.$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1 \cdot 750 \text{ nm}}{\frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{500}}, \text{ josta saadaan } \alpha_2 \approx 22,0^\circ.$$

Spektri näkyy suuntakulmien $11,5^\circ$ ja $22,0^\circ$ välillä.

36. a) Oikein. Auton taustapeili ei voi olla kovera, koska siitä katsotaan kaukana olevia kohteita, jotka näkyisivät ylösalaisin koverassa peilissä.

b) Oikein. Hilayhtälön mukaan $\sin \alpha = k\lambda/d$, joten taipumiskulma α on sitä suurempi, mitä pidempi aallonpituus on. Punaisen valon aallonpituus on näkyvän valon eri väreistä suurin.

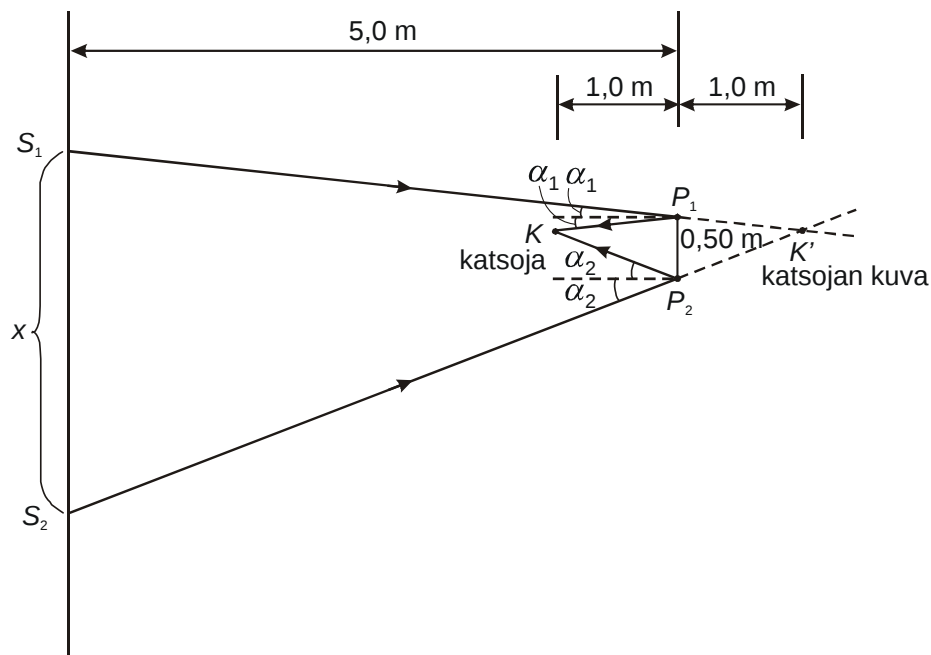
c) Väärin. Kun valo tulee optisesti kahden erilaisen aineen rajapintaan aineen 1 suunnasta aineen 2 suuntaan, taittumislain mukaan $\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = n_2 / n_1$. Rajatauksessa taitekulma α_2 on 90° , jolloin $\sin \alpha_2 = \sin 90^\circ = 1$. Tällöin tulokulmalle α_1 pätee $\sin \alpha_1 = n_2 / n_1 > 1$, sillä $n_1 < n_2$. Tässä on ristiriita, sillä $\sin \alpha_1 \leq 1$ kaikilla kulmilla.

37. Kirjoitetaan yhtälö.

$$\frac{x}{0,25 \text{ m}} = \frac{5 \text{ m}}{1 \text{ m}}, \text{ josta saadaan } x = 1,25 \text{ m}.$$

Silloin $2x = 2,5 \text{ m}$.

Vastaus on $2,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m} = 3 \text{ m}$.

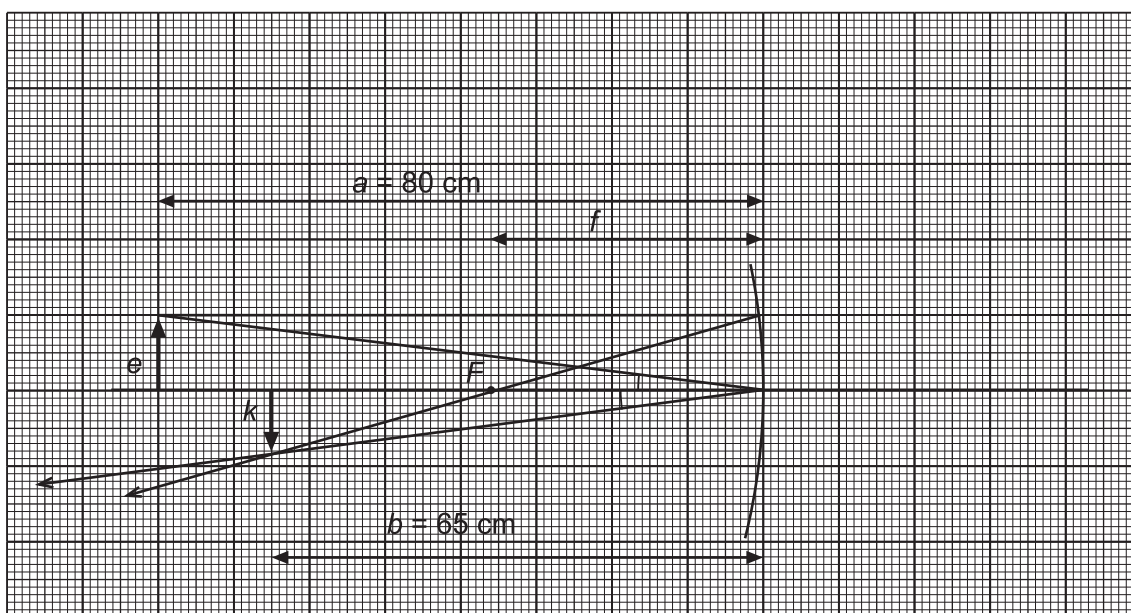


38. a) Ks. Fysiikka 2 s. 269.

b) Polttoväli on likimain kaarevuussäteen puolikas. Jos kaarevuussäde tiedetään tai voidaan mitata, saadaan polttoväli selville. Lisäksi kuperan peilin polttoväli voidaan määrittää mittaamalla.

Suuntaa pääakselin suuntainen säde kuperan peilin yläosaan, josta se heijastuu. Etsi tarkasti heijastuneen säteen suunta ja määritä sen jatkeen suunta. Säteen jatke leikkaa pääakselin polttopisteessä. Etäisyys siitä peilin keskipisteeseen on polttoväli.

39. Tehtävä voidaan ratkaista tekemällä piirroksat seuraavassa järjestyksessä. Piirretään esineeksi nuoli sekä sen kärjen kautta valonsäde peilin ja pääakselin leikkauspisteeseen. Peilistä heijastunut säde on tulevan säteen kanssa symmetrinen pääakselin suhteen. Ylösalaisin oleva nuoli piirretään kuvaksi 65 cm:n kohdalle. Nuolen kärki on heijastuneella säteellä. Esineen kärjen kautta piirretään pääakselin suuntainen säde, joka heijastuu polttopisteen kautta ja kulkee kuvaa esittävän nuolen kärjen kautta. Polttoväliksi mitataan 36 cm.



a on esineen etäisyys peilistä.

b on kuvan etäisyys peilistä.

f on peilin polttoväli.

$1/a + 1/b = 1/f$, josta polttoväliksi saadaan

$$f = ab/(a + b) = 80 \text{ cm} \cdot 65 \text{ cm}/(80 \text{ cm} + 65 \text{ cm}) = 35,86 \text{ cm} \approx 36 \text{ cm}.$$

40. Katso piirroksat Fysiikka 2 s. 279.

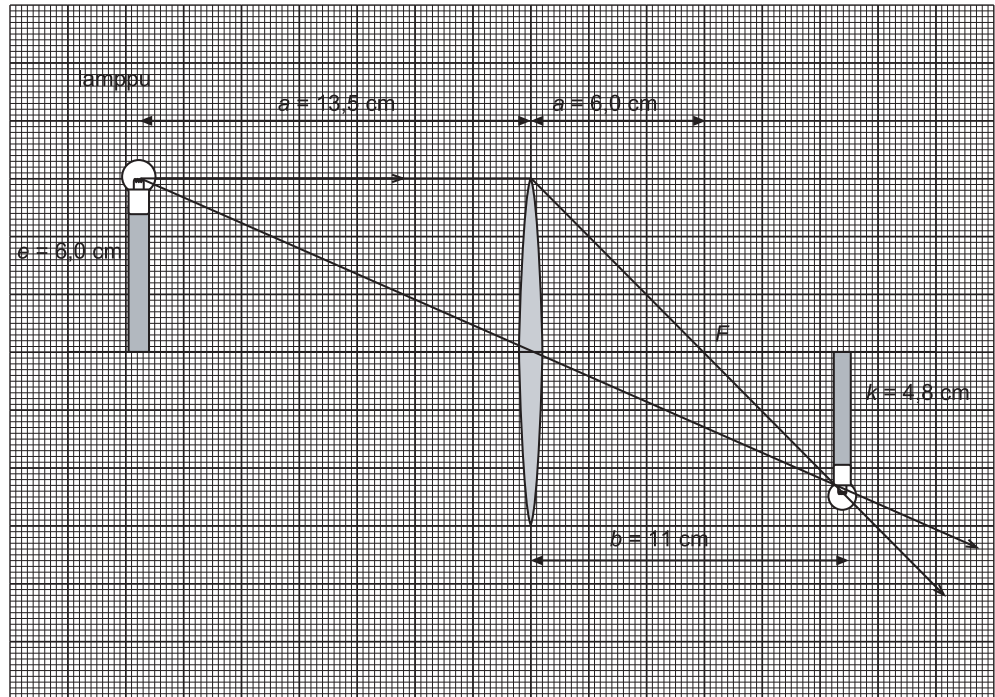
41. Linssi muodostaa todellisen kuvan, joten se on kupera.

Viivasuurennus on $k/e = |b|/|a|$, joten kuvan etäisyys linssistä on

$$b = ak/e = 13,5 \text{ cm} \cdot 4,8 \text{ cm} / 6,0 \text{ cm} = 10,8 \text{ cm} \approx 11 \text{ cm}.$$

Gaussin kuvauslain mukaan $1/a + 1/b = 1/f$, joten linssin polttoväli on

$$f = ab/(a + b) = 13,5 \text{ cm} \cdot 10,8 \text{ cm} / (13,5 \text{ cm} + 10,8 \text{ cm}) = 6,0 \text{ cm}.$$



42. a) Koska tapahtuu kokonaisheijastus, taittumislaista saadaan

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin 90^\circ} = \frac{1,00}{1,89}.$$

Kokonaisheijastuksen rajakulma on $31,9^\circ$.

b) Sovelletaan taittumislakia

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{1,33}{1,89}, \text{ josta saadaan } \alpha_2 = 48,8^\circ.$$

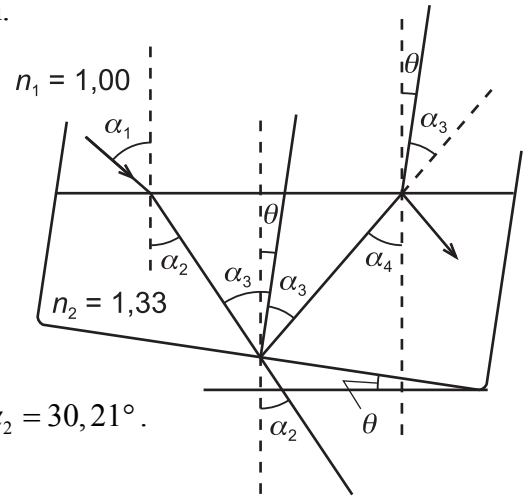
43. Kallistettaessakin veden pinta asettuu vaakatasoon.

Kun astiaa kallistetaan pohjasta, heijastunut säde kokonaisheijastuu veden ja ilman rajapinnassa. Taittumislaita saadaan lasketuksi taitekulma valon kulkiessa veteen.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

josta saadaan

$$\sin \alpha_2 = \frac{\sin \alpha_1 n_1}{n_2} = \frac{\sin 42^\circ \cdot 1,00}{1,33}, \text{ josta saadaan } \alpha_2 = 30,21^\circ.$$



Ratkaistaan kokonaisheijastuksen rajakulma.

$$\sin \alpha_4 = \frac{n_1 \sin 90^\circ}{n_2} = \frac{1,00 \cdot \sin 90^\circ}{1,33}, \text{ josta saadaan } \alpha_4 \approx 48,75^\circ.$$

Kuvion perusteella nähdään, että ristikulmina on $\alpha_4 = \alpha_3 + \theta$, josta saadaan

$$\alpha_3 = \alpha_4 - \theta.$$

Lisäksi ristikulmina on $\alpha_2 = \alpha_3 - \theta$, josta saadaan

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \theta.$$

Silloin $\alpha_2 + \theta = \alpha_4 - \theta$

$$2\theta = \alpha_4 - \alpha_2.$$

Kallistuskulma on

$$\theta = \frac{\alpha_4 - \alpha_2}{2} = \frac{48,75^\circ - 30,21^\circ}{2} \approx 9,3^\circ$$

44. a) Käytetään taittumislakia ilman ja prisman rajapinnassa.

Tulokulma on $\alpha = 45^\circ$.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{prisma}}}{n_{\text{ilma}}} = \frac{2,24}{1,00}$$

$$\sin \beta = \frac{\sin 45^\circ}{2,24},$$

josta saadaan $\beta = 18,4^\circ$.

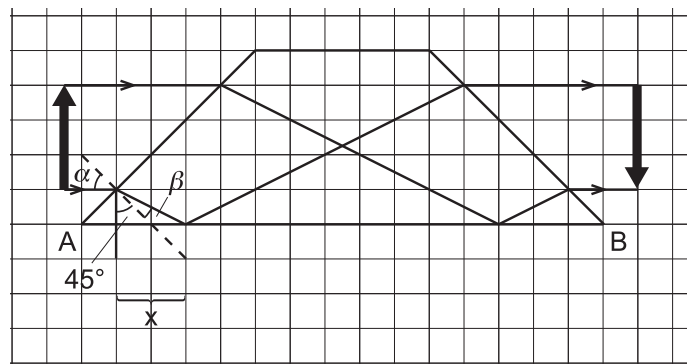
Kuvion perusteella saadaan yhtälö

$$\tan(18,4^\circ + 45^\circ) = \frac{x}{1},$$

josta saadaan

$$x = \tan(18,4^\circ + 45^\circ) = 1,997 \approx 2.$$

Etäisyys pisteestä A on 3,0 cm.



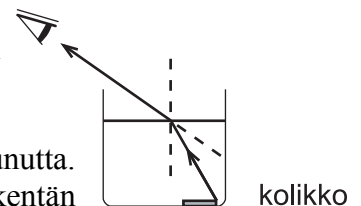
b) Pohjassa voi tapahtua kokonaisheijastus. Lasketaan kokonaisheijastuksen rajakulma.

$$\sin \alpha_r = \frac{1,00}{2,24}, \text{ josta saadaan } \alpha_r = 26,515^\circ.$$

Valon tulokulma pohjaan nähden on $90^\circ - (90^\circ - 45^\circ - 18,4^\circ) = 63,4^\circ > \alpha_r$, joten prisman pohjassa tapahtuu kokonaisheijastus. Symmetrian vuoksi säde taittuu prisman takapinnassa käänteisesti etupintaan nähden ja ulos tuleva säde on yhdensuuntainen alkuperäisen säteen kanssa.

c) Prisman läpi katsottuna esine näyttää olevan ylösalaisin.

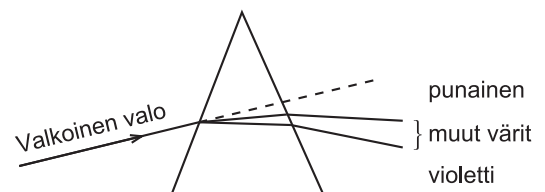
45. a) Kolikosta saapuu valoaaltoja silmään siten, että valon kulkusuunta muuttuu valon läpäistessä vedenpinnan. Valon kulkusuunta kääntyy pinnan normaalista poispäin silmää kohti.



b) Veden pinnasta heijastunut valo on hiukan polarisoitunutta. Silloin valossa ei ole yhtä paljon kaikkia sähkökentän värähtelysuuntia. Käyttämällä polarisoivia aurinkolaseja lasit estävät valon läpäisyn siten, että valoa voi päästä silmään vain tietyssä sähkökentän värähtelysuunnassa. Jos laseja kääntää ja samalla katsoo niiden läpi veteen, silmään pääsevän valon määrä muuttuu.

c) Tavallisessa valkoisessa valossa on monia aallonpituuksia. Prisman taitekerroin on erilainen eri aallonpituuksille. Prisman taitekerroin punaiselle valolle on erilainen kuin violetille valolle. Silloin eri värit taittuvat eri suuntiin. Punaiselle valolle prisman taitekerroin on pienempi kuin violetille.

46. Esimerkiksi prisman avulla valkoinen valo voidaan hajottaa komponenttiaaltoihin. Punaisen valon aallonpituuden voi määrittää esimerkiksi diffraktiokokeella suuntaamalla punaista laservaloa rakosysteemin läpi. Katso myös Fysiikka 2 s. 256 oppilastyö Punaisen valon aallonpituuden määrittäminen.



47. a) Kun kaksi vastakkaisiin suuntiin kulkevaa aaltoa kohtaavat ja interferoivat, voi muodostua seisova aaltoliike. Seisovassa aaltoliikkeessä esiintyy kupukohtia ja solmukohtia. Solmut ovat paikallaan ja kupukohdat värähtelevät. Seisova aaltoliike ei etene eikä välitä energiaa.

Esimerkiksi soittimien kielet, jotka on kiinnitetty molemmista päistään soittimeen, voivat muodostaa seisovan aaltoliikkeen. Myös puhallinsoittimien, kuten huilujen ja urkupillien, sisällä ilmapatsaaseen voi muodostua seisova aaltoliike.

b) Kun aaltolähde ja havaitsija liikkuvat toistensa suhteen, huomataan taajuuden olevan erilainen kuin siinä tapauksessa, että aaltolähde ja havaitsija olisivat paikoillaan. Kun esimerkiksi ambulanssi tulee sireenit ulvoen kohti paikallaan olevaa henkilöä ja ohituksen jälkeen loittonee, voi henkilö kuulla äänen olevan tavallista korkeampi lähestymisvaiheen aikana. Ambulanssin kulkiessa poispäin taajuus alentuu. Ohitushetkellä taajuuden muutoksen huomaa hyvin selvästi.

Kaukaisten tähtien valossa voidaan huomata ns. punasiirtymä, jos tähti loittonee. Esimerkiksi vetyatomista peräisin olevan valoaallon aallonpituus on laboratoriomittauksen arvoa pidempi, jos valo saapuu loittonevasta tähdestä. Punasiirtymänimitys tulee siitä, että aallonpituus pitenee eli siirtyy spektrin punaista reunaa kohti. Vastaavasti Doppler-ilmiö aiheuttaa sinisiirtymän, jos tähti saapuu meitä kohti.

c) Jos valo heijastuu eristeestä tai kulkee jonkin aineen läpi, valo voi polarisoitua. Valoaallossa olevan sähkökentän värähtelysuunta voi olla mikä tahansa, mutta jos valo on polarisoitunutta, sähkökenttä värähtelee vain tietyssä suunnassa. Sähkökentän värähtelysuunta on sovittu polarisaatiosuunnaksi. Jos valo on täydellisesti polarisoitunutta, valossa on vain yksi suunta, jossa sähkökenttä värähtelee.

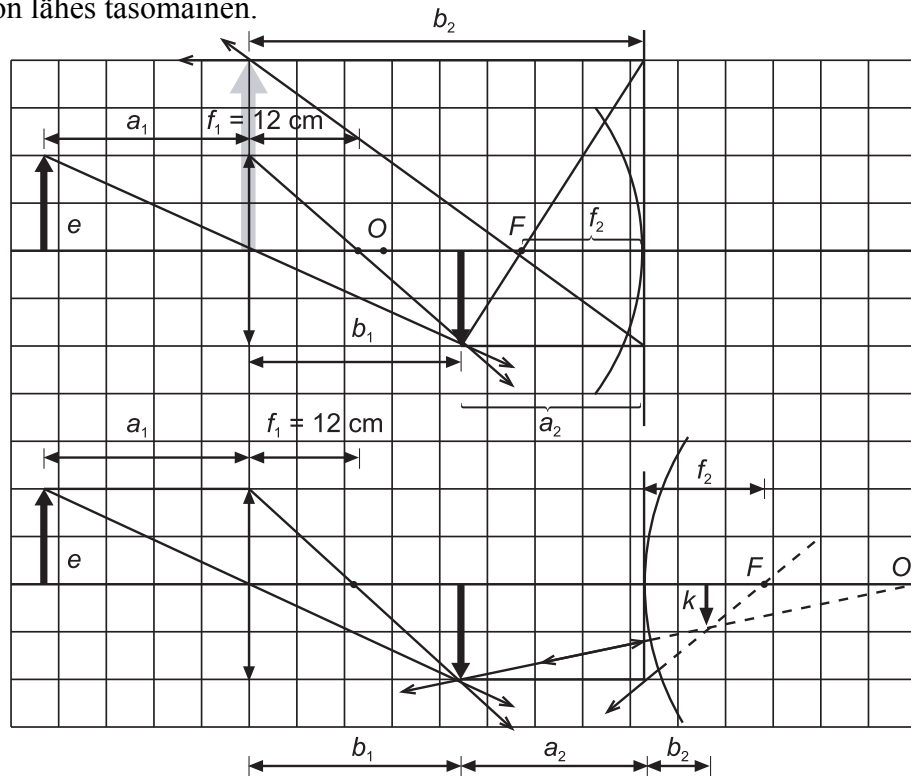
Aurinkolaseissa käytetään hyödyksi polarisaatiota. Esimerkiksi pinnoista heijastunut valo voi olla polarisoitunutta. Polarisoivat aurinkolasit heikentävät tätä heijastunutta valoa ja vähentävät siten häikäisyä. Polarisaatiota hyödynnetään myös nestekidenäytöissä. Jotkin nesteliuokset kääntävät polarisaatiotasoa. Ks. Fysiikka 2 s. 259.

48. Ks. Fysiikka 2 s. 195, 213, 235, 241, 265.

49. Kuussa ei ole kaasukehää, joten ääni ei etene Kuun pinnan yläpuolella. Ääni on mekaanista aaltoliikettä, ja se tarvitsee väliaineen edetäkseen. Maan ilmakehässä ääni etenee paineaaltolina. Äänen nopeus riippuu lämpötilasta. Usein käytetty äänen nopeuden arvo ilmassa on 340 m/s. Mekaaniset aallot etenevät sekä Kuun että Maan pinnan sisäpuolella. Äänen nopeus kiinteissä aineissa on muutamia tuhansia metrejä sekunnissa.

Kuussa valo etenee kuten tyhjiössä, joten valon nopeus siellä on $c \approx 2,9979 \cdot 10^8$ m/s. Ilman taitekerroin on likimain 1,0003, joten valo etenee Maan pinnan lähellä ilmakehässä vähän hitaammin kuin Kuussa. Maassa valon nopeus ilmassa riippuu hiukan aallonpituudesta.

50. Gaussin kuvausyhtälön käytössä oletetaan, että peiliaukeama on pieni eli peili on lähes tasomainen.



51. Ensimmäisen linssin muodostama kuva toimii esineenä seuraavalle linssille.

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1},$$

josta saadaan

$$b_1 = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} = \frac{15 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}}{15 \text{ cm} - 25 \text{ cm}} = -37,5 \text{ cm}.$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_2},$$

josta saadaan

$$b_2 = \frac{a_2 f_2}{a_2 - f_2} = \frac{87,5 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm}}{87,5 \text{ cm} - 30 \text{ cm}} \approx 46 \text{ cm}.$$

