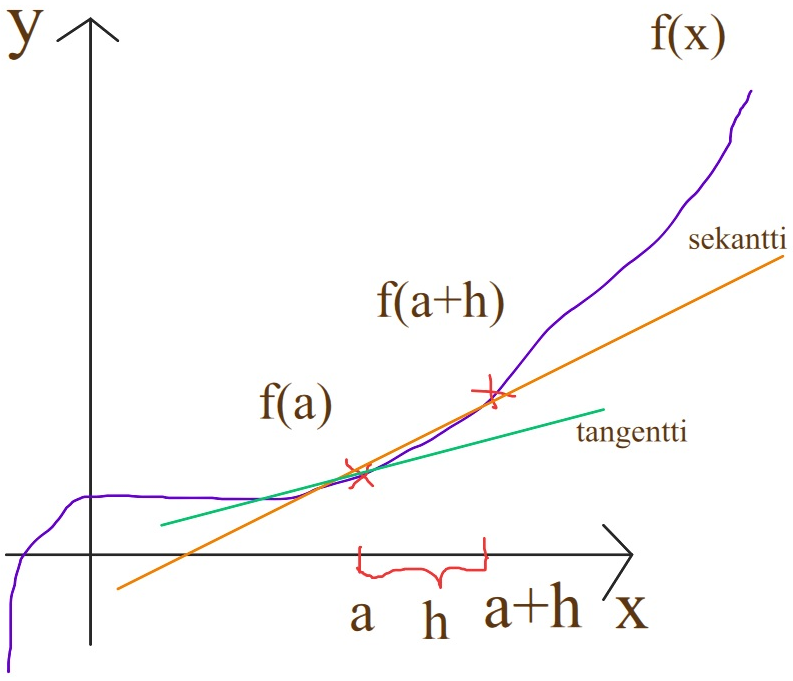
Erotusosamäärän raja-arvo

Muodostetaan ensin erotusosamäärä, eli sekantille kulmakerroin.



$$k_s = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Kun h:ta lyhennetään, niin sekantti alkaa lähestyä pisteen a tangenttia -> sekantin kulmakerroin alkaa lähestyä tangentin kulmakerrointa -> tangentin kulmakerroin on derivatta, eli erotusosamäärän raja-arvo, kun h lähestyy nollaa on derivaatta.

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Löytyy taulukoista

Määritä erotusosamäärän avulla funktion $f(x) = 5x^2$ derivaatta kohdassa x=-1.

$$f'(-1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{5 - 10h + 5h^2 - 5}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{-10h + 5h^2}{h}$$

$$-> \quad = \lim_{h \to 0} \frac{h(-10 + 5h)}{h} = \lim_{h \to 0} -10 + 5h \ \rightarrow \ -10 + 5 \cdot 0 = -10$$

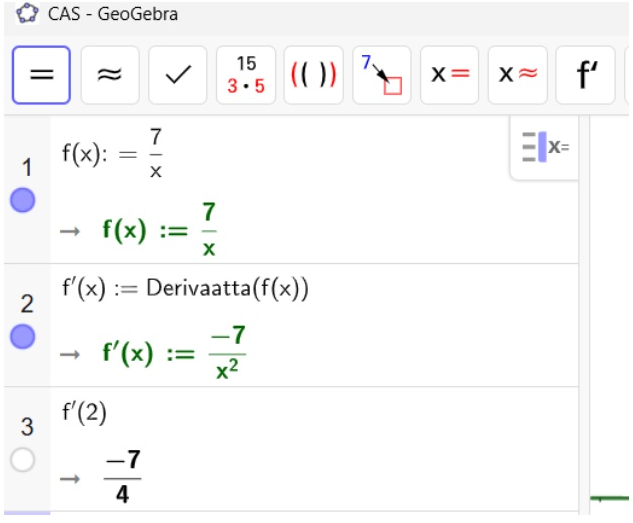
$$f(-1) = 5 \cdot (-1)^2 = 5$$

$$f(-1+h) = 5(-1+h)^2 = 5\left(1 - 2h + h^2\right) = 5 - 10h + 5h^2$$

Määritä erotusosamäärän avulla funktion $f(x) = \frac{7}{x}$ derivaatta kohdassa x=2.

$$f'(2) = \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{7}{2+h} - \frac{7}{2}}{h}$$ lavennetaan toistensa nimittäjillä

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{14}{4+2h} - \frac{14+7h}{4+2h}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{14-14-7h}{4+2h}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{-7h}{4+2h}}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-7}{4+2h} \to -\frac{7}{4+2\cdot 0} = -\frac{7}{4}$$



Kappaleesta 5 sinulle sopivia