

Derivaatta

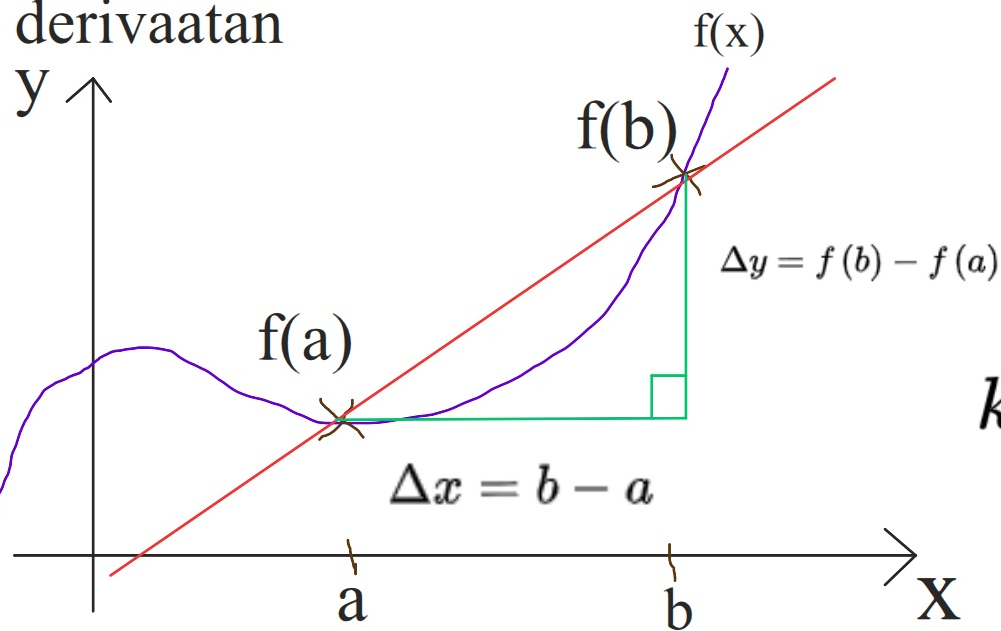
Ilmaisee kuinka nopeasti tapahtuu jotakin muutoksia, eli derivaatta on sama asia kuin muutosnopeus.

Derivaatan merkiksi on sovittu heitto-merkki.

Funktion $f(x)$ derivaatta kohdassa $x=2$ merkitään $f'(2)$

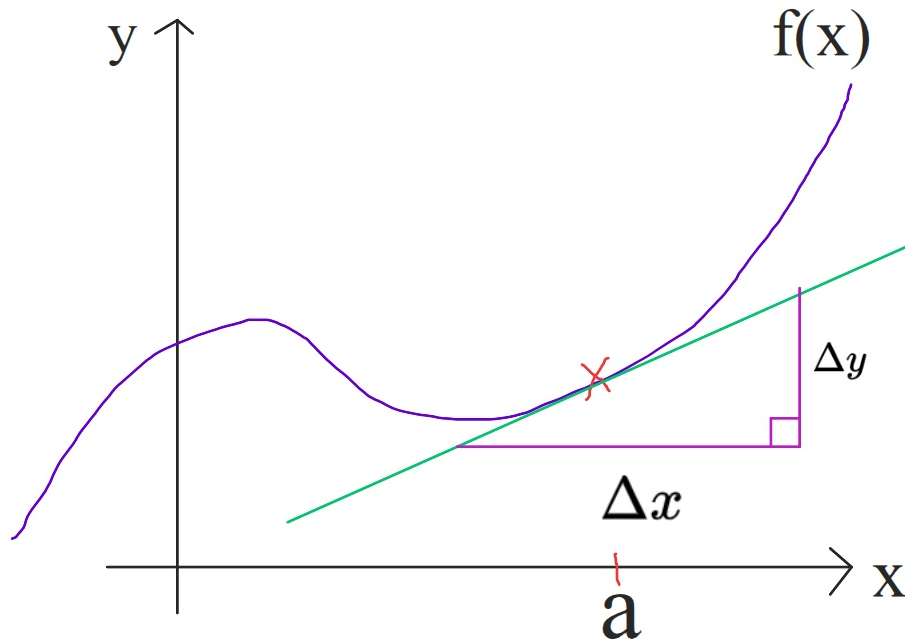
Tänään tutkitaan kuvaajia ja niistä määritetään derivaatat, eli muutosnopeudet.

Keskimmääinen: Piirretään funktiolle sekantti ja sen kulmakerroin antaa derivaatan



$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Hetkellinen: Piirretään funktiolle haluttuun kohtaan tangentti ja sen kulmakerroin antaa derivaatan. Derivaatta=tangentin kulmakerroin.



$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(a)$$

Käytännössä piirretään geogebralla sekantit ja tangentit sekä määritetään sillä kulmakertoimet

4.13



Erään satama-altaan veden syvyys vaihtelee vuoroveden johdosta jaksollisesti funktion $f(x) = 4,5 \sin(0,52x + 4,71) + 6,2$ mukaisesti, kun $0 \leq x \leq 24$. Muuttuja x ilmaisee keskiyöstä kuluneen ajan tunteina ja funktion arvo veden korkeuden metreinä. Määritä geometriaohjelmalla piirtäen

- a) millä vauhdilla vesi nousee keskimäärin kello 13.00 – 17.00
- b) millä vauhdilla veden korkeus muuttuu kello 8.00
- c) tunnin tarkkuudella mihin kellonaikaan ja millä vauhdilla veden korkeus nousee nopeimmin.

$f(x) = 4.5 \sin(0.52x + 4.71) + 6.2$
 Kellonaika
 Veden korkeus / m
 eq1: $x = 13$
 eq2: $x = 17$
 $A = \text{Leikkauspiste}(f, \text{eq1}, (13, 2.197))$
 $= (13, 2.197)$
 $B = \text{Leikkauspiste}(f, \text{eq2}, (17, 9.9463))$
 $= (17, 9.9463)$
 $C = \text{Leikkauspiste}(\text{eq1}, \text{eq2})$
 $= ?$
 $g: \text{Suora}(A, B)$
 $= y = 1.9373x - 22.9883$
 a) Klo 13 - 17 veden korkeus nousee noin 1,9 m tunnissa
 eq3: $x = 8$
 $D = \text{Leikkauspiste}(f, \text{eq3}, (8, 8.5704))$
 $= (8, 8.5704)$
 $h: \text{Tangentti}(D, f)$
 $= y = -1.989x + 24.4827$
 b) Klo 8 veden pinta laskee noin 2 m tunnissa
 $E = \text{Piste}(f)$
 $= (15.041, 6.0423)$
 $i: \text{Tangentti}(E, f)$
 $= y = 2.3386x - 29.132$
 c) Noin klo 15 vesi nousee noin 2,3 m tunnissa

