

c) $f(x, y) = 5 - (x+7)^2 - y^2 \xrightarrow{y \rightarrow \infty} -\infty$ kun $y \rightarrow \infty$
 $\Rightarrow$ ei pientä aluetta

Mää Funktion $f(x, y)$ gradienttivektori $\nabla f(x, y) = f'_x(x, y)\vec{i} + f'_y(x, y)\vec{j}$
 (∇ : nabla)

- Huom
- $\nabla f(x, y)$ on xy -tason vektori
 - Funktion $f(x, y)$ arvot kasvavat nopeimmin kun kohdasta (x, y) lähdetään vektorin $\nabla f(x, y)$ suuntaan
 - Kohdassa (x, y) funktion suurin kasvunopeus $|\nabla f(x, y)|$

K49. $f(x, y) = x^3 - 2xy^2 + x^2 - 4y$

a) $f'_x(x, y) = 3x^2 - 2y^2 + 2x \Rightarrow f'_x(-2, 3) = 3 \cdot (-2)^2 - 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot (-2) = -10$
 $f'_y(x, y) = -4xy - 4 \Rightarrow f'_y(-2, 3) = -4 \cdot (-2) \cdot 3 - 4 = 20$
 $\Rightarrow$ suuntaan $\nabla f(-2, 3) = -10\vec{i} + 20\vec{j} \quad (= 10(-\vec{i} + 2\vec{j}))$
 myös tähän suuntaan

b) suurin kasvunopeus:

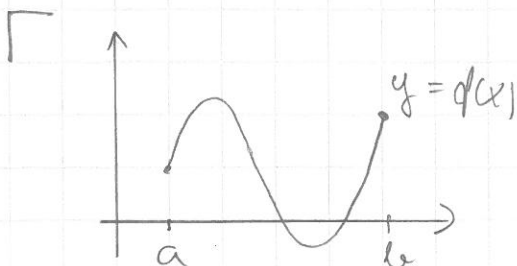
$$|\nabla f(-2, 3)| = \sqrt{(-10)^2 + 20^2} = \sqrt{500} = \sqrt{100 \cdot 5} = 10\sqrt{5}$$

16.16 $f(x, y) = x - x^2 + y^2$

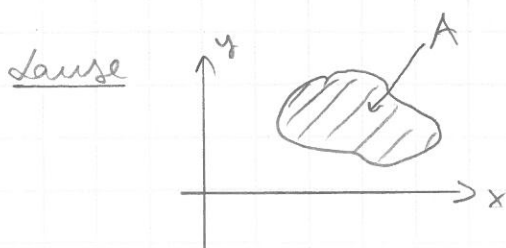
$f'_x(x, y) = 1 - 2x = 0 \quad (\Rightarrow) x = \frac{1}{2}$
 $f'_y(x, y) = 2y = 0 \quad (\Rightarrow) y = 0$

Suurin kasvunopeus kohdassa $(x, y) = (\frac{1}{2}, 0)$ on

$$|\nabla f(\frac{1}{2}, 0)| = |0\vec{i} + 0\vec{j}| = 0$$



f jatkuva ja derivoituva välillä $[a, b]$
 f :n suurin ja pienin arvo vai löytyy:
 - välin päätepisteistä a ja b
 - f :n 0-kohdista



jatkuvan ja derivoituvan funktion $f(x, y)$ suurin ja pienin arvo alueella A löytyvät