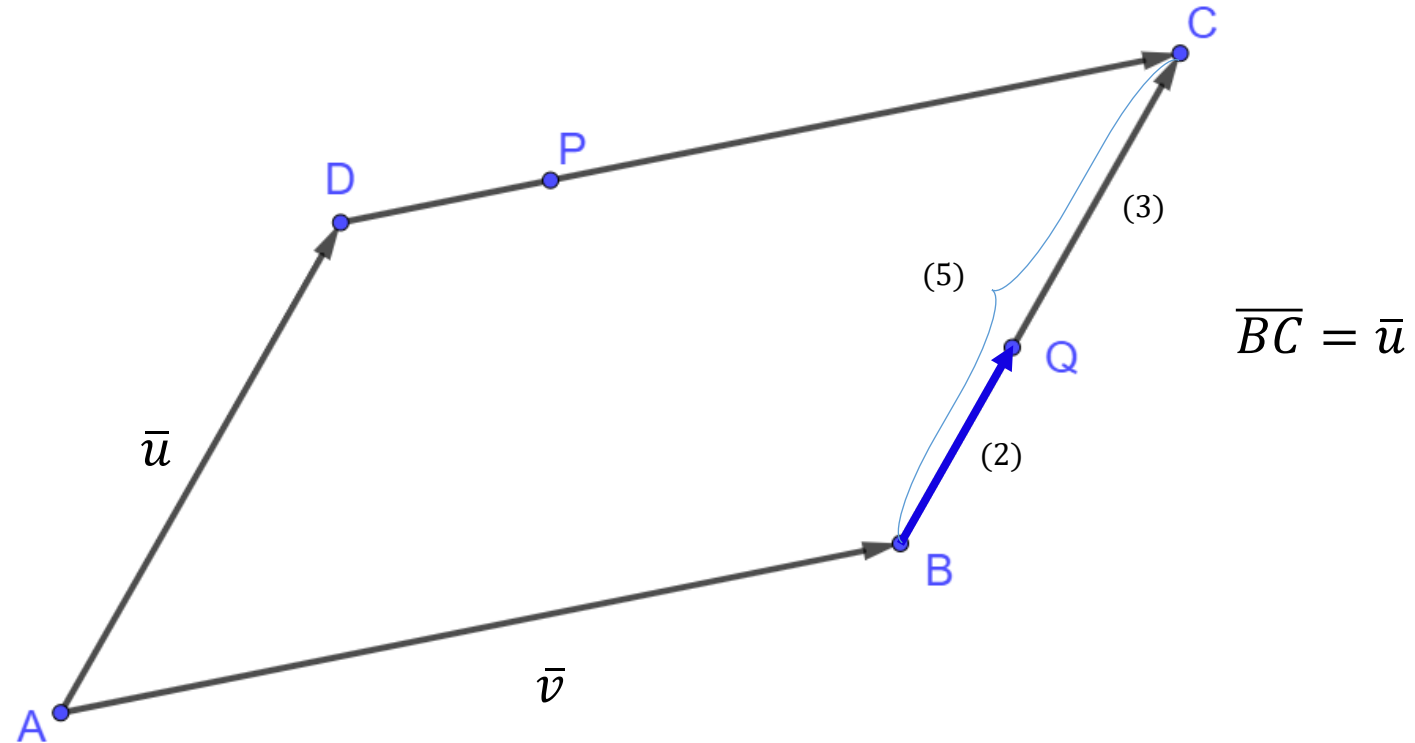


t. 151, s. 38

Piirretään mallikuvio
(ensin suttupaperille):



a) Piste Q jakaa sivun BC suhteessa $2 : 3$ eli kaksi osaa viidestä B :n puoleiseen osaan sivusta.

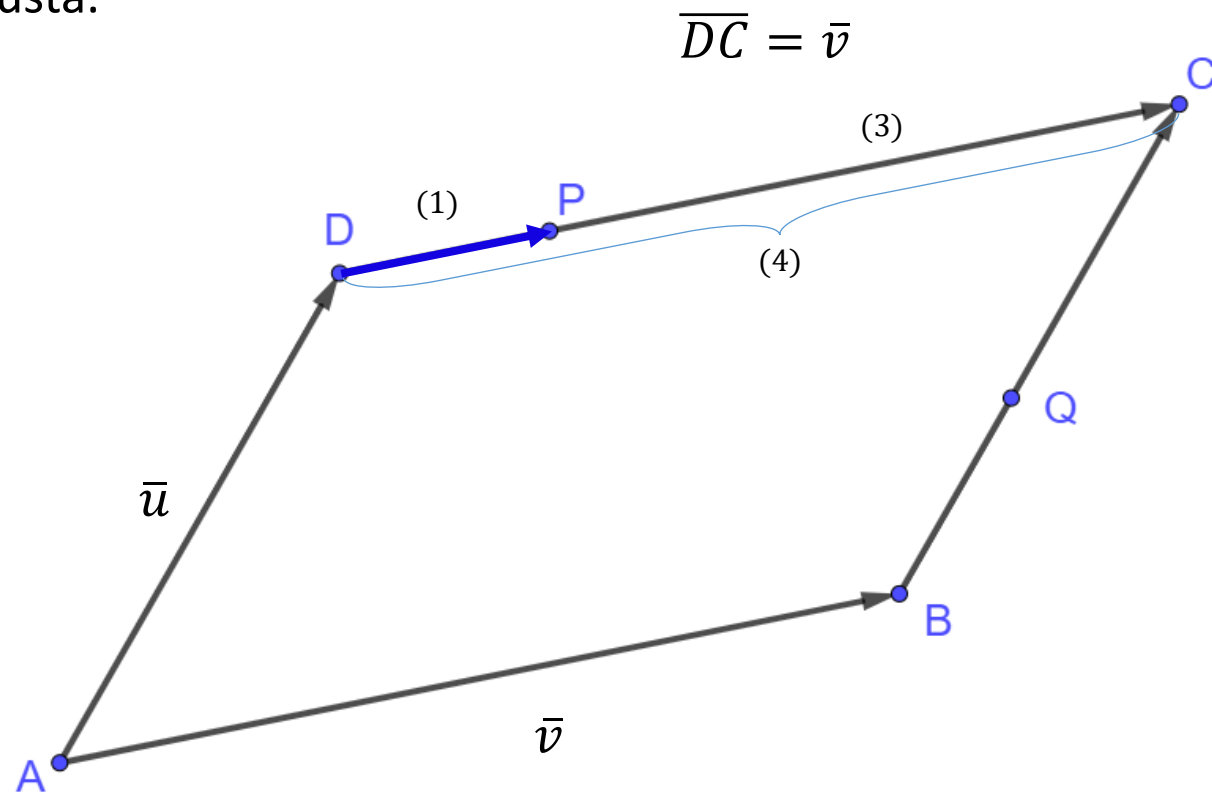
Siis

$$\overline{BQ} = \frac{2}{5} \overline{BC} = \frac{2}{5} \vec{u}$$

- b)** Piste P jakaa sivun DC suhteessa 1 : 3 eli yksi osa neljästä D :n puoleiseen osaan sivusta.

$$\text{Siis } \overrightarrow{DP} = \frac{1}{4} \overrightarrow{DC} = \frac{1}{4} \vec{v}$$

$$\overrightarrow{PD} = -\overrightarrow{DP} = -\frac{1}{4} \vec{v}$$



- c) Reitti pisteestä P pisteeseen Q voidaan kulkea sivuja pitkin kiertämällä A :n kautta:

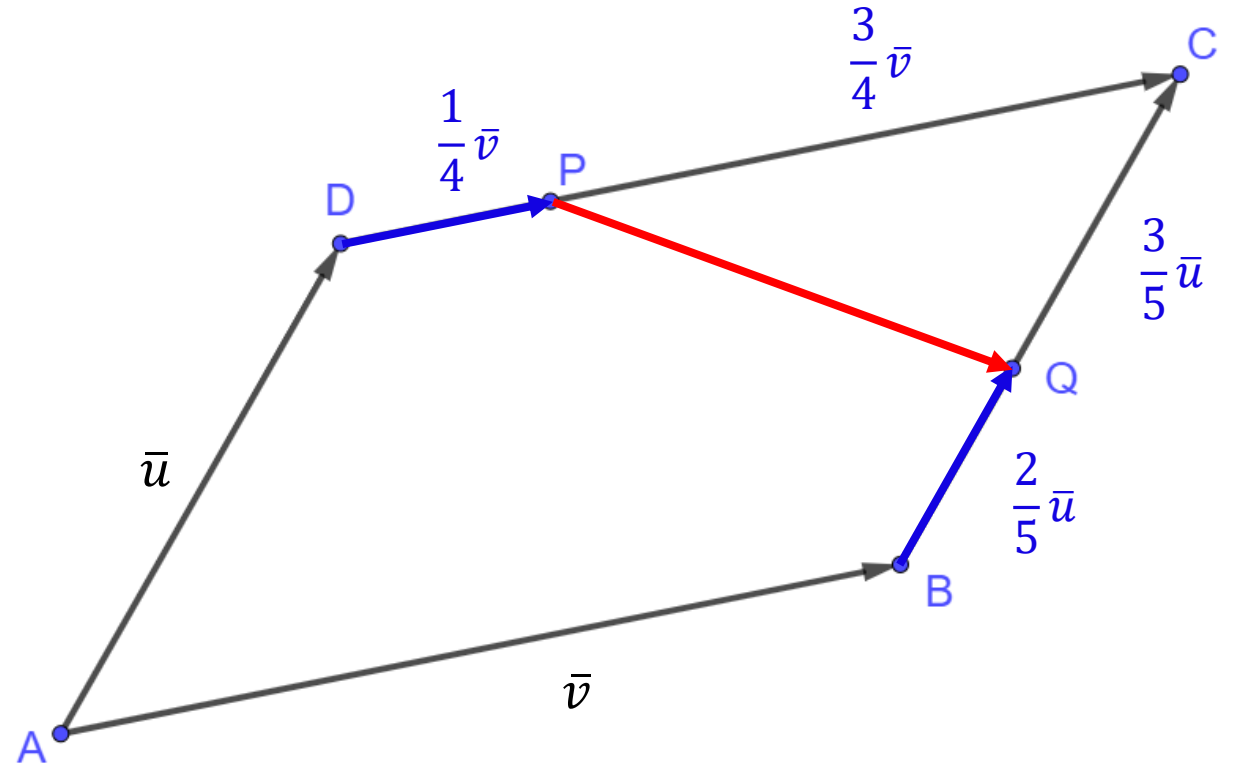
$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ}$$

$$\overrightarrow{PQ} = -\frac{1}{4}\vec{v} - \vec{u} + \vec{v} + \frac{2}{5}\vec{u}$$

$$\overrightarrow{PQ} = -\frac{1}{4}\vec{v} - \vec{u} + \vec{v} + \frac{2}{5}\vec{u}$$

$$\overrightarrow{PQ} = \vec{v} - \frac{1}{4}\vec{v} + \frac{2}{5}\vec{u} - \vec{u}$$

$$\overrightarrow{PQ} = \frac{3}{4}\vec{v} - \frac{3}{5}\vec{u}$$



Lyhyemmin sama tulos saadaan kiertämällä C :n kautta (vaikka reitti on eri pituinen, lopputulos on vektorina sama, koska vain alkupisteellä ja loppupisteellä on merkitystä)

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CQ} = \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{QC} = \frac{3}{4}\vec{v} - \frac{3}{5}\vec{u}$$

Mallikuvion tekeminen ja tarkistaminen GeoGebralla:

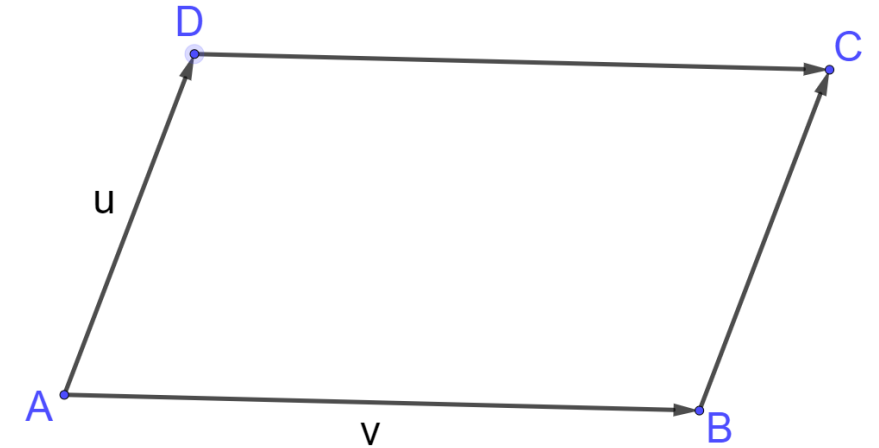
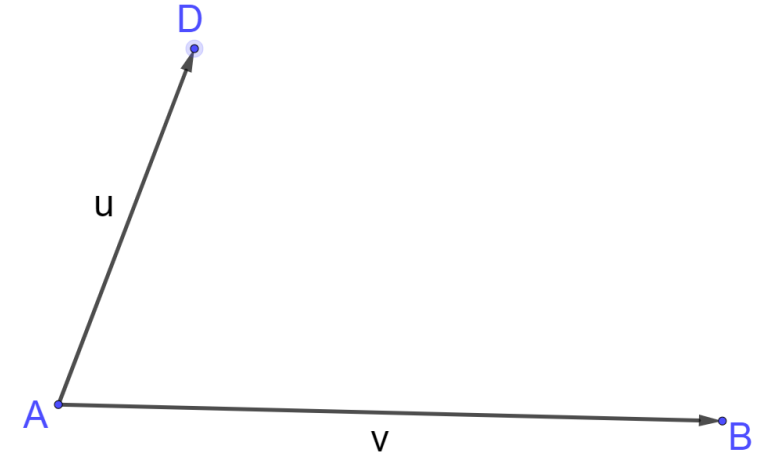
Piirrä mitkä tahansa kolme pistettä A , B ja D (oletuksena C , mutta nimeä uudestaan), jotka eivät ole samalla suoralla.

Piirrä vektorit (pisteestä pisteeseen) $\overrightarrow{AD}$ ja $\overrightarrow{AB}$ (tässä järjestyksessä vektorien nimet GeoGebrassa $\vec{u}$ ja $\vec{v}$).

Täydennetään kuvio suunnikkaaksi piirtämällä toiminnolla "Vektori: alkupiste ja vektori" vektorit $\overrightarrow{BC}$ ja $\overrightarrow{DC}$. Esimerkiksi vektorin $\overrightarrow{BC}$ saa klikkaamalla pistettä B ja vektoria $\vec{u}$.

Nimeä vektorien päätepiste = C . (Tämä piste tulee kahteen kertaan, joten piilota toinen näkyvistä.)

Nyt "vapaita pisteitä" A , B ja D voi siirtää, mutta kuvio pysyy koko ajan suunnikkaana.



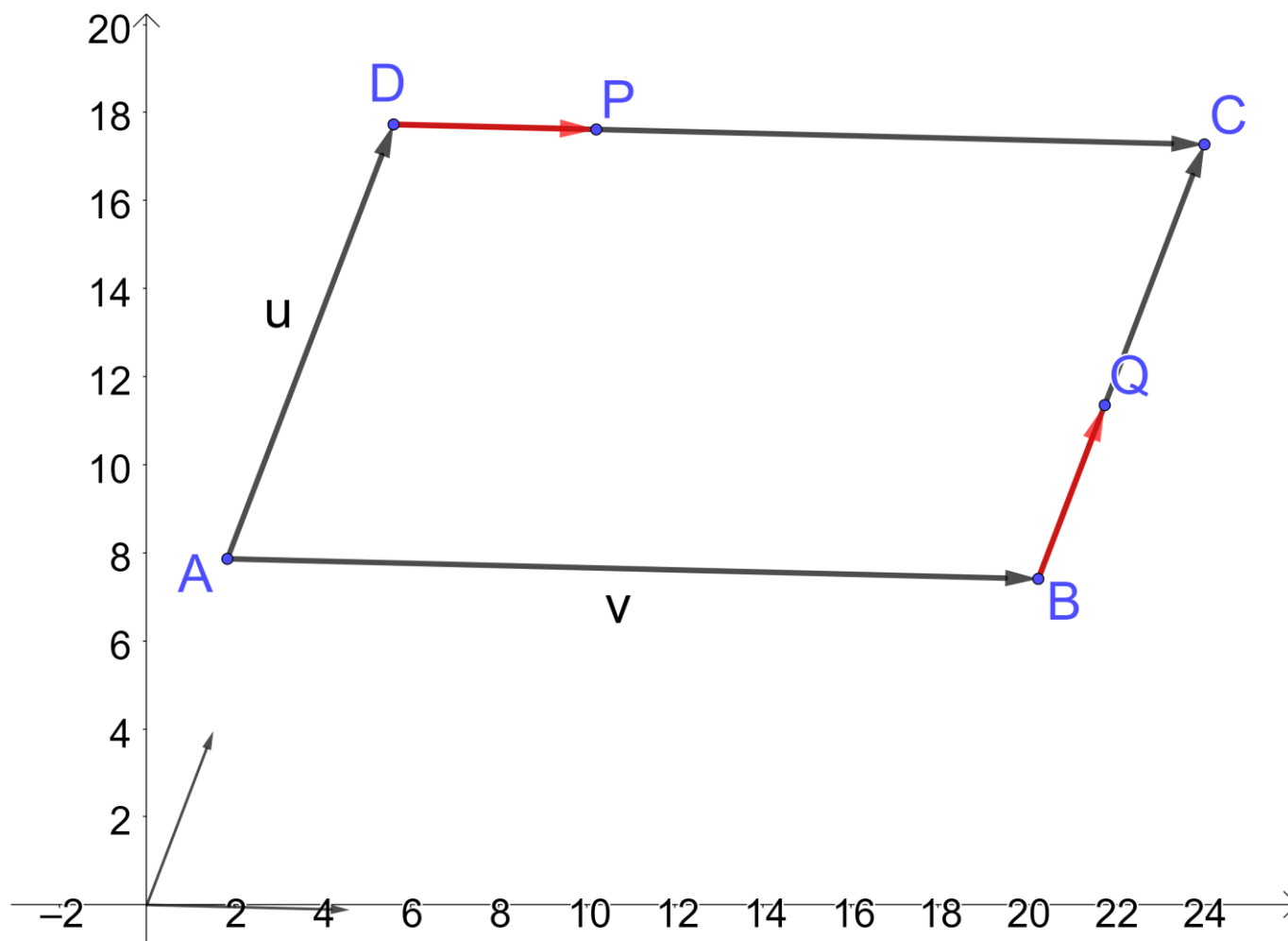
Kirjoittamalla " $2/5u$ " ja " $1/4v$ " syöttökenttään saadaan vektorit $\overline{DP}$ ja $\overline{BQ}$ piirrettynä origosta alkaen.

Käyttämällä taas komentoa "Vektori: alkupiste ja vektori" saadaan vektorit alkamaan oikeasta paikasta suunnikkaan kärkipisteistä D ja B .

Nimetään vektorien päätepisteet tehtävänannon mukaisesti P ja Q .

Muotoillaan myös vektorien asetuksista sopiva väri ja paksuus.

Kuviosta voi arvioida (tai mitata tarkastikin GeoGebran toiminnoilla) onko pisteet P ja Q oikeilla paikoillaan.



Vastaus voidaan nyt tarkistaa kirjoittamalla " $\frac{3}{4}v - \frac{3}{5}u$ " syöttökenttään ja siirtämällä origoon piirtyvä vektori alkamaan pisteestä P .

Vektorin kärkipiste on Q , kuten pitääkin.

(Piilota ylimääräinen kärkipiste P' pois näkyvistä ja muotoile vektori sopivasti.)

(Pisteitä A , B ja D voi siirtää, mutta vektorin $\overline{PQ}$ pitäisi koko ajan piirtyä oikealla tavalla.)

