

## Vastaukset:

**1.**

tasasivuisessa kolmiossa on kaikki sivut yhtä pitkiä, tasakylkisessä kolmiossa on kaksi yhtä pitkää sivua

**2.**

1. Piirretään kolmion yksi sivu eli jana AB.
2. Otetaan jana AB säteeksi ja piirretään kaksi ympyrän kaarta, joiden keskipisteinä ovat piste A ja piste B. Merkitään ympyränkaarien leikkauspistettä kirjaimella C.
3. Yhdistetään ympyränkaarien leikkauspiste C janan AB päätepisteisiin

**3.**

60°

**4.**

-

**5.**

-

**6.**

-

**7.**

-

**8.**

-

**9.**

Keskinormaalit leikkaavat toisensa samassa pisteessä.

**10.**

Jänteiden keskinormaalit kulkevat ympyrän keskipisteen kautta.

**11.**

Mediaanit leikkaavat toisensa samassa pisteessä.

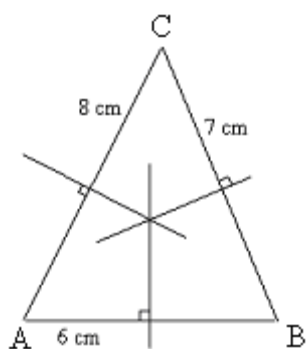
**12.**

-

**13.**

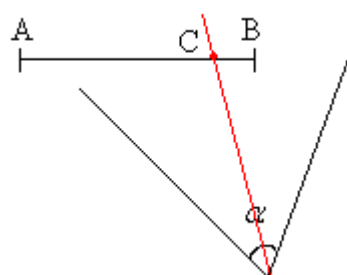
-

**14.**

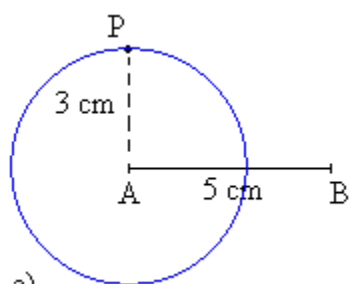


Keskinormaalit leikkaavat samassa pisteessä.

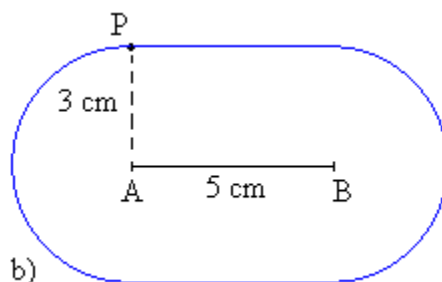
15.



16.

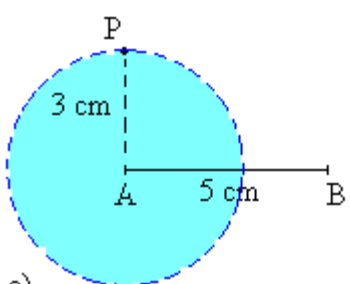


a)

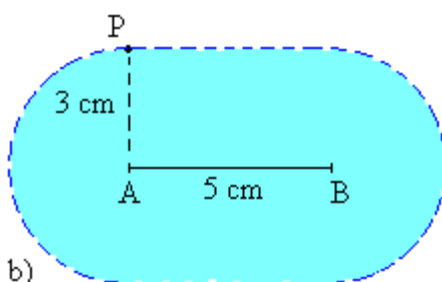


b)

17.



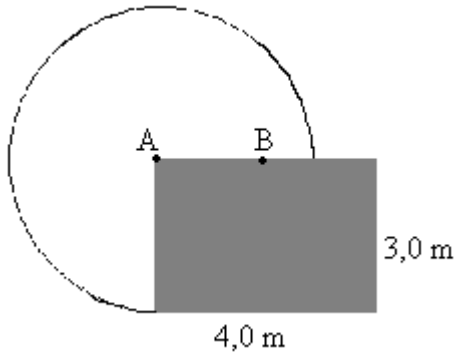
a)



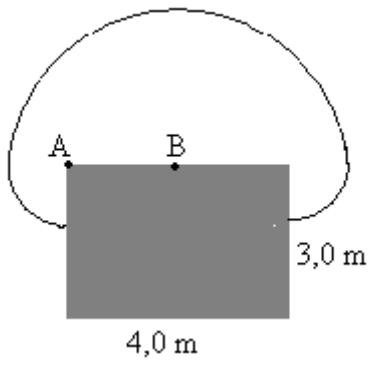
b)

18.

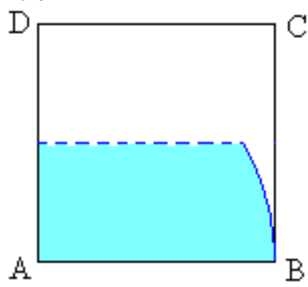
a)



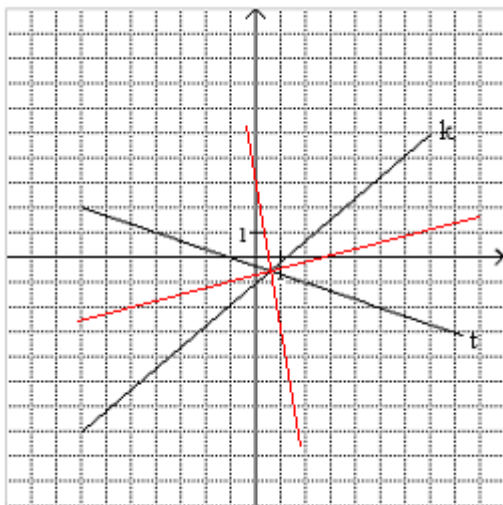
b)



19.



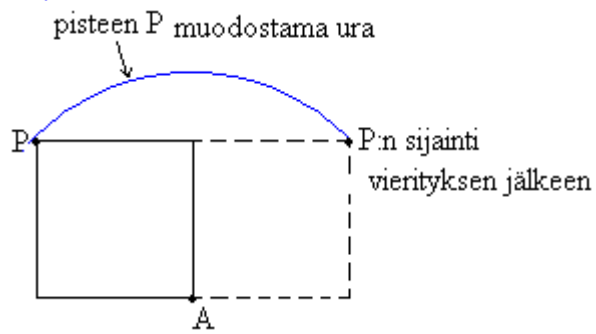
20.



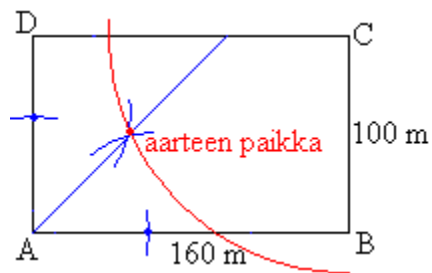
21.

(2, -2)

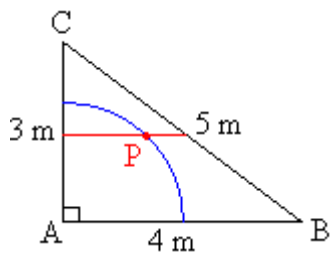
22.



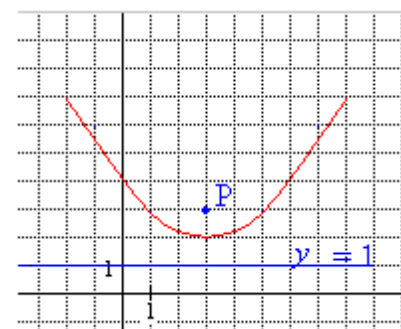
23.



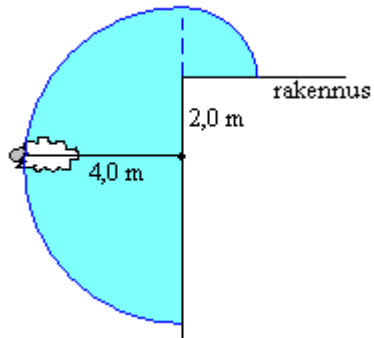
24.



25.



26.



Ala on  $28 \text{ m}^2$

**27.**

- a) puolisuunnikas
- b) suunnikas
- c) suorakulmio
- d) neljäkäs
- e) neliö

**28.**

- a) tasasivuinen kolmio
- b) neliö
- c) säännöllinen viisikulmio eli pentagon
- d) säännöllinen kuusikulmio eli heksagon
- e) säännöllinen kahdeksankulmio eli oktagon

**29.**

$323 \text{ cm}^2$  ja  $3,23 \text{ dm}^2$

**30.**

$9,3 \text{ m}^2$

**31.**

$21,0 \text{ m}^2$

**32.**

kaikissa summa  $360^\circ$

**33.**

$540^\circ$

**34.**

- a)  $20,0 \text{ cm}$
- b)  $400 \text{ cm}^2$

**35.**

- a)  $5 \text{ cm}$
- b)  $20 \text{ cm}$

**36.**

400 cm<sup>2</sup>

**37.**

1080°

**38.**

Monikulmion lävistäjä on jana, joka yhdistää kaksi kärkeä, mutta ei kuitenkaan ole sivu.

**39.**

kyllä

**40.**

kyllä

**41.**

-

**42.**

1,6 dm

**43.**

Määritetään säännöllisen monikulmion vieruskulman suuruus. Piirretään ympyrä ja jaetaan se sektoreihin, jotka ovat yhtä suuria kuin monikulmion vieruskulma. Jatketaan sektoreita ympyrän kehän yli. Yhdistetään ”säteet” ympyrän ulkopuolelta siten, että suora hipaisee ympyrän kehää.

**44.**

$$\alpha = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}.$$

**45.**

a) 20

b) 15

c) 9

d) 4

**46.**

a) 5

b) 6

c) 20

d) 40

**47.**

a)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$  ja  $\gamma = 210^\circ$

b)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$  ja  $\gamma = 150^\circ$

c)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 135^\circ$  ja  $\gamma = 135^\circ$

**48.**

a) 16x

b) 15x - 5

**49.**

23,4 cm

**50.**

138°

**51.**

a) 1 : 2 : 3

b) 1 : 4 : 9.

**52.**

4,5 cm

**53.**

3,1 m

**54.**

a) 0,25 m<sup>2</sup>

b) 0,125 m<sup>2</sup>

c) 0,25 m<sup>2</sup>

d) 0,25 m<sup>2</sup>

e) 0,125 m<sup>2</sup>

**55.**

Kuvio voidaan jakaa kahteen osaan, joiden alat ovat  $3a \cdot a = 3a^2$  ja  $a \cdot a = a^2$ .

Annetun ehdon avulla voidaan muodostaa yhtälö

$$3a^2 + a^2 = 100$$

$$a^2 = \frac{100}{4}$$

$$a = \sqrt{25}$$

$$a = 5$$

Piiri on  $3a + 2a + a + a + 2a + a = 10a = 10 \cdot 5 = 50$

Vastaus: 50 m

**56.**

5,1 m

**57.**

$$\frac{s\sqrt{3}}{2}$$

**58.**

Merkitään neliön sivun pituutta a:lla ja ympyrän sädettä r:llä.

Neliön pinta-ala on  $a^2$ , ympyrän pinta-ala on  $\pi r^2$ .

Pinta-alat ovat yhtä suuret:

$$a^2 = \pi r^2$$

$$a = \sqrt{\pi r}$$

Neliön piiri on  $4a = 4\sqrt{\pi r}$ . Ympyrän piiri on  $2\pi r$ .

Neliön piiri on ympyrän piiriä pidempi  $\frac{4\sqrt{\pi r} - 2\pi r}{2\pi r} = \frac{2\sqrt{\pi} - \pi}{\pi} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} - 1 \approx 0,128$

Vastaus: 12,8 %

### 59.

Olkoon  $x$  palstan koko luonnossa, sille on voimassa

$$\frac{2,9 \text{ cm}^2}{x} = \left(\frac{1}{20000}\right)^2, \text{ josta saadaan } x = 11,6 \cdot 10^8 \text{ cm}^2 = 11,6 \text{ ha}$$

Olkoon  $y$  maksimivirheen koko luonnossa, saadaan yhtälö

$$\frac{0,1 \text{ cm}^2}{y} = \left(\frac{1}{20000}\right)^2, \text{ josta saadaan } y = 0,4 \text{ ha}$$

Vastaus: Palstan koko luonnossa on 11,6 ha ja maksimivirhe on 0,4 ha.

### 60.

Merkitään ympyrän sädettä  $r$ :llä. Tällöin  $\pi r^2 = 12$  eli  $r^2 = \frac{12}{\pi}$ . Ympäri piirretyn neliön sivun

pituus on  $2r$ , joten neliön ala on  $(2r) \cdot (2r) = 4r^2 = 4 \cdot \frac{12}{\pi} = \frac{48}{\pi} \approx 15,28 \text{ cm}^2$ .

Sisään piirretyn neliön lävistäjä on  $2r$ , joten neliön sivu on  $\sqrt{2}r$  ja neliön ala  $(\sqrt{2}r) \cdot (\sqrt{2}r) = 2r^2 = 2 \cdot \frac{12}{\pi} = \frac{24}{\pi} \approx 7,64 \text{ cm}^2$ .

### 61.

Ei, ainoastaan suorakulmaisissa kolmioissa.

### 62.

- a) CB
- b) AC
- c) CB
- d) AB

### 63.

- a) 0,176
- b) 0,364
- c) 0,577

### 64.

- a) 0,017
- b) 1,192
- c) 57,290

### 65.

- a)  $45^\circ$



- b)  $27^\circ$
- c)  $11^\circ$

**66.**

- a)  $54^\circ$
- b)  $7^\circ$
- c)  $44^\circ$

**67.**

- a) 65,6
- b) 29,1
- c) 13,4

**68.**

- a)  $45^\circ$
- b)  $63^\circ$
- c)  $34^\circ$
- d)  $9,5^\circ$

**69.**

- a)  $45^\circ$
- b)  $26,6^\circ$
- c)  $71,6^\circ$

**70.**

- a)  $18,4^\circ$
- b)  $71,6^\circ$
- c) 3,0 cm
- d) 6,0 cm

**71.**

5,9 km

**72.**

- a)  $26,6^\circ$
- b)  $26,6^\circ$

**73.**

- a) 19 cm
- b) 5 cm

**74.**

- a) 0,5
- b) 5,7
- c) 1,1
- d) y-akselin suuntaisella suoralla ei ole kulmakerrointa

**75.**

- a)  $y = 0,5x$
- b)  $y = 5,7x$
- c)  $y = 1,1x$
- d)  $x = 0$

**76.**

- a)  $x = 4,2$
- b)  $x = 19,3$
- c)  $x = 39,4^\circ$

**77.**

14 m

**78.**

13 m

**79.**

$90^\circ$ ,  $50,6^\circ$  ja  $39,4^\circ$

**80.**

- a)  $\alpha = 53,1^\circ$  ja  $\beta = 36,9^\circ$
- b)  $\alpha = 58,9^\circ$  ja  $\beta = 31,1^\circ$

**81.**

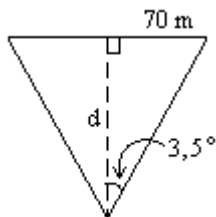
21,2 m

**82.**

75,4 m

**83.**

Merkitään laivan etäisyyttä havaitsijasta  $d$ :llä.



$$\frac{70}{d} = \tan 3,5^\circ$$

$$d \cdot \tan 3,5^\circ = 70$$

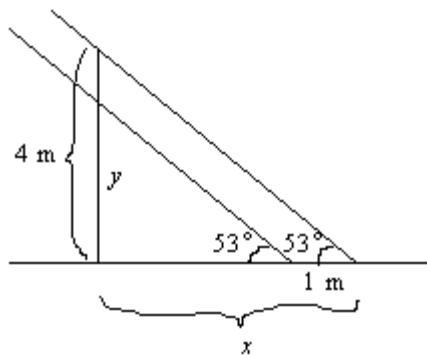
$$d = \frac{70}{\tan 3,5^\circ}$$

$$d = 1144,48... \approx 1100$$

Vastaus: 1100 m

**84.**

Merkitään leikkaamattoman aidan varjon pituutta  $x$ :llä (m) ja leikatun aidan korkeutta  $y$ :llä.



$$\frac{4}{x} = \tan 53^\circ$$

$$x = \frac{4}{\tan 53^\circ} \approx 3,01 \text{ (m)}$$

Leikatun aidan varjon pituus on  $x - 1 = 2,01 \text{ (m)}$ .

$$\frac{y}{2,01} = \tan 53^\circ$$

$$y = 2,01 \cdot \tan 53^\circ \approx 2,7 \text{ (m)}$$

Aitaa on leikattava  $4 - 2,7 = 1,3 \text{ (m)}$ .

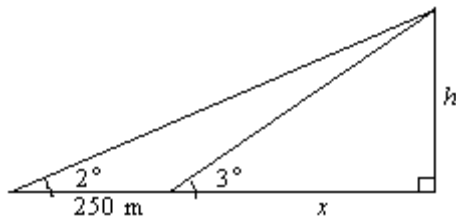
Vastaus: 1,3 m

**85.**

$$32,5^\circ$$

**86.**

Merkitään etäisyyttä  $x$ :llä (m) ja korkeutta  $h$ :lla (m).



Korkeus saadaan laskettua kahdella eri tavalla:

$$\frac{h}{x} = \tan 3^\circ$$

$$h = \tan 3^\circ \cdot x$$

ja toisaalta

$$\frac{h}{x + 250} = \tan 2^\circ$$

$$h = \tan 2^\circ \cdot (x + 250)$$

Näiden perusteella saadaan yhtälö

$$\tan 3^\circ \cdot x = \tan 2^\circ \cdot (x + 250)$$

$$\tan 3^\circ \cdot x = \tan 2^\circ \cdot x + \tan 2^\circ \cdot 250$$

$$\tan 3^\circ \cdot x - \tan 2^\circ \cdot x = \tan 2^\circ \cdot 250$$

$$(\tan 3^\circ - \tan 2^\circ) \cdot x = \tan 2^\circ \cdot 250$$

$$x = \frac{\tan 2^\circ \cdot 250}{\tan 3^\circ - \tan 2^\circ} = 499,23\dots \approx 500 \text{ (m)}$$

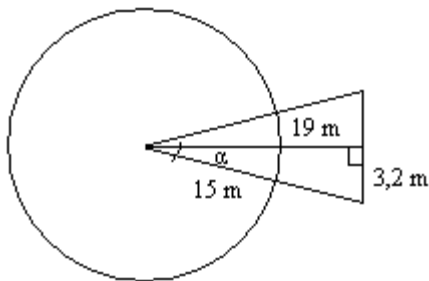
Jolloin

$$h = \tan 3^\circ \cdot x \approx 26 \text{ (m)}$$

Vastaus: Etäisyys on 500 m ja majakan korkeus 26 m.

**87.**

Kuvassa on tilanne puun kaaduttua ylhäältä päin katsottuna. Henkilö jää puun alle, jos hän seisoo kaatuneen puun muodostamassa ympyrän sektorissa. Merkitään sektorin keskuskulman puolikasta  $\alpha$ :lla.



$$\tan \alpha = \frac{3,2 \text{ m}}{19 \text{ m}} = 0,168\dots$$

$$\alpha \approx 9,56^\circ$$

Keskuskulma on  $2\alpha \approx 19,1^\circ$ .

Todennäköisyys, että henkilö seisoo kyseisessä sektorissa on  $\frac{19,1^\circ}{360^\circ} \approx 0,053$ .

**88.**

- a) 0,5
- b) 0,643
- c) 0,985

**89.**

- a) 0,5
- b) 0,342
- c) 0,940

**90.**

- a)  $85^\circ$
- b)  $12^\circ$
- c)  $44^\circ$

**91.**

- a)  $0^\circ$
- b)  $78^\circ$

c)  $83^\circ$

**92.**

a)  $63^\circ$

b)  $42^\circ$

c)  $45^\circ$

**93.**

a) 18 cm

b) 37 cm

c) 47 cm

**94.**

8 m

**95.**

$23,6^\circ$  ja  $66,4^\circ$

**96.**

a)  $-0,088$

b)  $0,45$

c)  $1,6$

**97.**

5,8 m

**98.**

$28 \text{ cm}^2$

**99.**

$50 \text{ cm}^2$

**100.**

$26 \text{ cm}^2$

**101.**

$29^\circ$

**102.**

sivu AB = 3,9 cm ja sivu BC = 4,9 cm

**103.**

-

**104.**

-

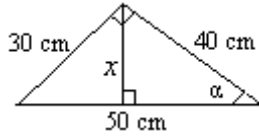
**105.**

Kuvaajat ovat samanmuotoiset ja niiden arvot vaihtelevat lukujen  $-1$  ja  $1$  välissä. Kuvaajat leikkaavat koordinaattiakselit eri kohdissa.

106.

1410 km

107.



Määritetään aluksi kulma  $\alpha$  tangentin avulla.

$$\tan \alpha = \frac{30 \text{ cm}}{40 \text{ cm}}$$

$$\alpha \approx 36,87^\circ$$

Merkitään kärjen etäisyyttä hypotenuusasta  $x$ :llä, joka voidaan ratkaista sinifunktiota käyttäen.

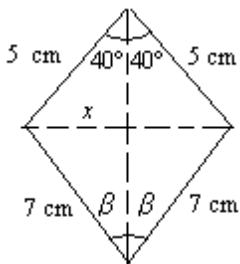
$$\sin \alpha = \frac{x}{40 \text{ cm}}$$

$$x = 40 \text{ cm} \cdot \sin \alpha$$

$$x = 24 \text{ cm}$$

Vastaus: 24 cm

108.



$$\sin 40^\circ = \frac{x}{5}$$

$$x = 5 \cdot \sin 40^\circ$$

$$\text{Toisaalta } \sin \beta = \frac{x}{7}.$$

Yhtälöt yhdistämällä saadaan

$$\sin \beta = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{7}$$

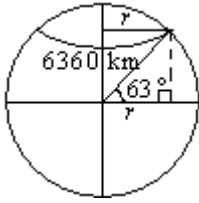
$$\beta \approx 27,3^\circ$$

$$\alpha = 2\beta \approx 54,6^\circ$$

Vastaus:  $\alpha \approx 55^\circ$

109.

Merkitään 63. leveyspiirin sädettä  $r$ :llä.



$$\frac{r}{6360} = \cos 63^\circ$$

$$r = \cos 63^\circ \cdot 6360 \approx 2887$$

Leveyspiirin pituus on  $2\pi r \approx 18140$  (km).

Koko leveyspiirin pituus vastaa vuorokauden aikaeroa 24 h. Välimatka 330 km vastaa siten

$$\text{aikaeroa } \frac{330}{18140} \cdot 24 \approx 0,437 \text{ (h) eli } 60 \cdot 0,437 \approx 26 \text{ (min).}$$

Vastaus: 26 min

### 110.

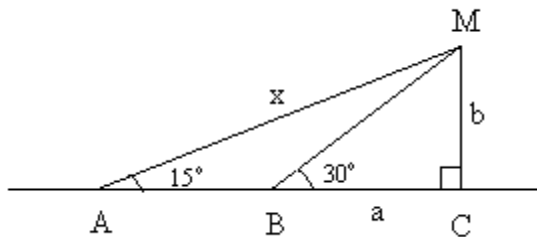
-7/9 eli noin -0,778

### 111.

Matka A:sta B:hen kestää  $\frac{34}{60}$  h .

matkan pituus  $AB = 18 \cdot 1,85 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{34}{60} \text{ h} = 18,87 \text{ km}$  .Merkitään laivan kulkureitin ja majakalta

M kulkureitille piirretyn kohtisuoran leikkauspistettä C:llä. Merkitään lisäksi, että  $MC = b$  ja  $BC = a$ .



Suorakulmaisesta kolmiosta BCM saadaan:

$$\frac{b}{a} = \tan 30^\circ$$

$$b = a \cdot \tan 30^\circ \approx 0,577a$$

Kolmiosta ACM saadaan:

$$\frac{b}{18,87 \text{ km} + a} = \tan 15^\circ$$

$$b = (18,87 \text{ km} + a) \cdot \tan 15^\circ \approx 5,056 \text{ km} + 0,268a$$

Siis

$$0,577a = 5,056 \text{ km} + 0,268a$$

$$0,309a = 5,056 \text{ km}$$

$$a = \frac{5,056 \text{ km}}{0,309} \approx 16,36 \text{ km}$$

$$AC = AB + a \approx 18,87 \text{ km} + 16,36 \text{ km} \approx 35,23 \text{ km}$$

Merkitään majakan etäisyyttä pisteestä A  $x$ :llä, jolloin kolmiosta ACM saadaan:

$$\frac{AC}{x} = \cos 15^\circ$$

$$x \cdot \cos 15^\circ = AC$$

$$x = \frac{AC}{\cos 15^\circ} = \frac{35,23 \text{ km}}{\cos 15^\circ} \approx 36 \text{ km}$$

Vastaus: 36 km.

**112.**

- a) 5,6 cm
- b) 8,4 m
- c) 8,0 cm

**113.**

- a) 47 cm
- b) 58 cm
- c) 1,2 m

**114.**

- a) 13,0
- b) 3,5
- c) 7,1

**115.**

- a) ei
- b) kyllä
- c) kyllä

**116.**

- a)  $5^2 = 4^2 + 3^2$
- b)  $25^2 = 15^2 + m^2$
- c)  $y^2 = x^2 + z^2$

**117.**

96 cm<sup>2</sup>

**118.**

- a) ei
- b) on

**119.**

16 cm<sup>2</sup>

**120.**

5,2 cm

**121.**

9,4



122.

12,6

123.

Merkitään pisteitä seuraavasti:  $O = (0, 0)$ ,  $A = (1, \sqrt{3})$  ja  $B = (2, 0)$ . Silloin kolmion sivujen pituudet ovat

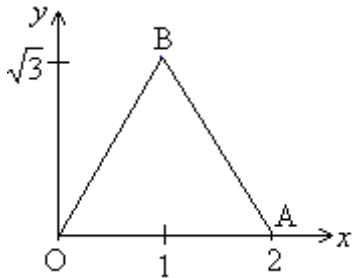
$$OA = 2$$

sekä pythagoraan lauseen perusteella

$$AB = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

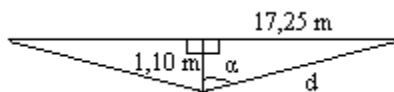
$$OB = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = 2$$

Koska  $OA = AB = OB$ , on kolmio tasasivuinen.



124.

Olkoon vaijerin ja pystysuunnan välistä kulmaa  $\alpha$  ja vaijerin puolikkaan pituus  $d$ . Talojen välinen puolikas on 17,25 m.



Pythagoraan lauseen avulla saadaan:

$$d^2 = (1,10 \text{ m})^2 + (17,25 \text{ m})^2$$

$$d = \sqrt{(1,10 \text{ m})^2 + (17,25 \text{ m})^2} \approx 17,285 \text{ m}$$

vaijerin pituus on tällöin  $2d \approx 34,57 \text{ m}$ .

Trigonometrian avulla saadaan:

$$\tan \alpha = \frac{17,25 \text{ m}}{1,10 \text{ m}}$$

$$\alpha \approx 86,35^\circ$$

Vaijerin puoliskojen välinen kulma on tällöin  $2\alpha \approx 173^\circ$ .

125.

Suorien leikkauspiste  $(-\frac{4}{15}, \frac{28}{15})$  saadaan ratkaistua yhtälöparista. Pisteen etäisyys origosta ratkaistaan pythagoraan lauseen avulla.

$$\sqrt{\left(-\frac{4}{15}\right)^2 + \left(\frac{28}{15}\right)^2} = \sqrt{\frac{800}{225}} = \frac{4}{3}\sqrt{2} \approx 1,89.$$

126.

Tiet eroavat pisteessä, joka koordinaatit saadaan yhtälöparista.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4 = 0 \\ x + 2y - 6 = 0 \end{cases}$$

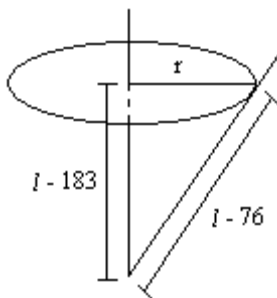
Yhtälöparin ratkaisu on  $x = \frac{10}{7}$ ,  $y = \frac{16}{7}$ .

Pisteessä  $(4, 1)$  olevan talon etäisyys tienhaarasta voidaan ratkaista pythagoraan lauseella.

$$\sqrt{\left(4 - \frac{10}{7}\right)^2 + \left(1 - \frac{16}{7}\right)^2} = \frac{9}{7}\sqrt{5} \approx 2,87$$

Vastaus: Tiet eroavat pisteessä  $\left(\frac{10}{7}, \frac{16}{7}\right)$  ja talon etäisyys tästä on 2,9 km.

**127.**



Lammikon säde  $r = \frac{174,0 \text{ cm}}{2\pi} \approx 27,69 \text{ cm}$ . Pythagoraan lauseen avulla saadaan

$$(l - 75)^2 = (l - 183)^2 + r^2$$

$$l^2 - 152l + 5776 = l^2 - 366l + 33489 + r^2$$

$$l = \frac{27713 + 76990}{214} \approx 487,8645$$

Joten lammikon syvyys on  $l - 183 \text{ cm} \approx 305 \text{ cm}$ .

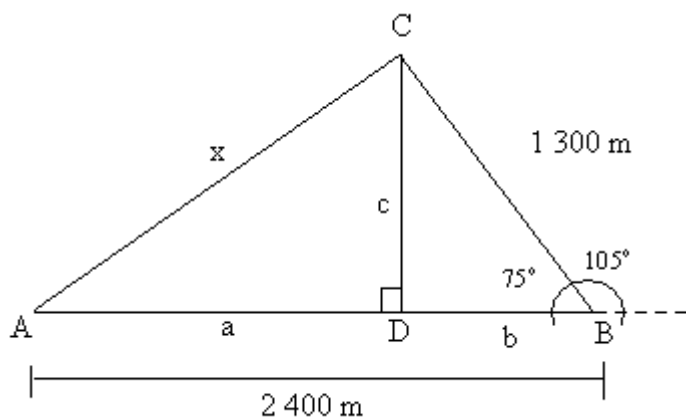
**128.**

Tietä pitkin matka uimarantaan on  $2400 \text{ m} + 1300 \text{ m} = 3700 \text{ m} = 3,7 \text{ km}$ . Matka kestää

$$\frac{3,7 \text{ km}}{6,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \approx 0,617 \text{ h}.$$

$$6,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Merkitään suoran metsämatkan pituutta  $x$ :llä, A:lla taloa ja C:llä uimarantaa.



Suorakulmaisesta kolmiosta DBC saadaan

$$\frac{c}{1300} = \sin 75^\circ$$

$$c = 1300 \cdot \sin 75^\circ \approx 1256 \text{ m}$$

$$\frac{b}{1300} = \cos 75^\circ$$

$$b = 1300 \cdot \cos 75^\circ \approx 336 \text{ m}$$

Suorakulmaisen kolmion ADC kateetit ovat  $c$  ja  $a = 2400 \text{ m} - b \approx 2064 \text{ m}$ .

Pythagoraan lauseella saadaan

$$x^2 = a^2 + c^2$$

$$x = \sqrt{a^2 + c^2} \approx \sqrt{(2064 \text{ m})^2 + (1256 \text{ m})^2} \approx 2416 \text{ m} = 2,416 \text{ km}$$

Metsässä nopeudeksi saadaan, kun matkaan saa kulua aikaa 0,617 h,

$$\frac{2,416 \text{ km}}{0,617 \text{ h}} \approx 3,9 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**129.**

- a)  $\frac{1}{2}$
- b)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- c)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

**130.**

- a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- b)  $\frac{1}{2}$
- c)  $\sqrt{3}$

**131.**

- a) 2
- b)  $2\sqrt{2}$
- c)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

**132.**

- a) kyllä
- b) ei
- c) kyllä

**133.**

- a) kyllä
- b) kyllä
- c) ei
- d) kyllä

**134.**

a)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$

b)  $\frac{3}{\sqrt{3}}$

**135.**

a) 6

b)  $3\sqrt{3}$

**136.**

a)  $\frac{3}{2}$

b)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**137.**

a) 1

b)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

c)  $\sqrt{3}$

**138.**

a) 3,6 cm

b) 20,8 cm<sup>2</sup>

**139.**

45 cm<sup>2</sup>

**140.**

45 cm<sup>2</sup>

**141.**

a) 31,2 cm

b) 5,5 cm

c) 53,4 cm<sup>2</sup>

**142.**

43 cm<sup>2</sup>

**143.**

a) 8,0 cm

b) 112 cm<sup>2</sup>

**144.**

110 cm<sup>2</sup>

145.

a)  $a = \frac{2A}{b \sin \alpha}$

b)  $\sin \alpha = \frac{2A}{ab}$

146.

85 cm<sup>2</sup>

147.

a) 44,4 cm<sup>2</sup>

b) 80,4 cm<sup>2</sup>

c) 20,3 cm<sup>2</sup>

148.

47° tai 133°

149.

6,6 cm<sup>2</sup>

150.

a) 30° tai 150°

b) 44,4° tai 135,6°

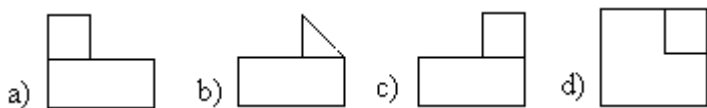
c) 0° tai 180°

d) 90°

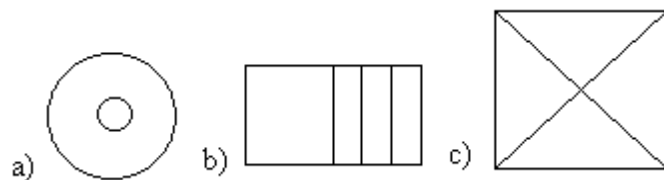
151.

Joko 4,1 tai 6,4.

152.



153.



154.

a) suorakulmainen särmiö

b) suora ympyrälieriö

c) kuutio

d) suora ympyräkartio

e) pyramidi

**155.**

- a) a, b ja c
- b) d ja e

**156.**

- a, b, c, d

**157.**

- a, b, c, d, e

**158.**

c, siinä on kaksi yhtenevää ja yhdensuuntaista pohjaa ja vaippa

**159.**

- a) tahko
- b) pohja
- c) särmä

**160.**

- a) huippu eli kärki
- b) sivujana
- c) pohja

**161.**

- a) suorakulmainen särmiö
- b) suora ympyrälieriö
- c) prisma, särmiö

**162.**

-

**163.**

-

**164.**

-

**165.**

- a) suorakulmioista
- b) suorakulmioista

**166.**

- a) kolmioista
- b) kolmioista

**167.**

-

**168.**

-

**169.**

-

**170.**

-

**171.**

b, d

**172.**

suora ympyrälieriö

**173.**

-

**174.**

-

**175.**

- a) 200 00
- b) 350
- c) 50 000
- d) 140 000

**176.**

- a) 5 000 000 m<sup>2</sup>
- b) 60 000 m<sup>2</sup>
- c) 900 m<sup>2</sup>
- d) 2,3 m<sup>2</sup>
- e) 3 m<sup>2</sup>
- f) 0,14 m<sup>2</sup>

**177.**

- a) 500 ha
- b) 1 000 000 m<sup>2</sup>
- c) 2 300 m<sup>2</sup>
- d) 1570 cm<sup>2</sup>
- e) 5,6 dm<sup>2</sup>
- f) 2,5 a

**178.**

- a) 1940 cm<sup>2</sup>
- b) 13,5 m<sup>2</sup>
- c) 486 mm<sup>2</sup>

**179.**

1400 cm<sup>2</sup>

**180.**

726 mm<sup>2</sup>

**181.**

112 cm<sup>2</sup>

**182.**

1900 cm<sup>2</sup>

**183.**

ananaspurkin valmistamiseen

**184.**

2120 cm<sup>2</sup>

**185.**

1590 m<sup>2</sup>

**186.**

a) 520 cm<sup>2</sup>

b) 330 cm<sup>2</sup>

c) 360 cm<sup>2</sup>

**187.**

a)  $A_v = 4s^2$

b)  $A = 6s^2$

**188.**

11 m<sup>2</sup>

**189.**

339 cm<sup>2</sup>

**190.**

a) 490 cm<sup>2</sup>

b) 610 cm<sup>2</sup>

c) 310 cm<sup>2</sup>

**191.**

a) 10 cm

b) 13 cm

c) 7 cm

**192.**

a) 26 cm

b) 23 cm

c) 2900 cm<sup>2</sup>

**193.**

a) 4



- b) 1,2
- c) 6,5

**194.**

pienenee 1 %

**195.**

-

**196.**

- a)  $8 \text{ cm}^3$
- b)  $125 \text{ mm}^3$
- c)  $33 \text{ m}^3$
- d)  $1730 \text{ dm}^3$

**197.**

- a)  $200 \text{ cm}^3$
- b)  $19 \text{ m}^3$
- c)  $38 \text{ dm}^3$

**198.**

$2800 \text{ cm}^3$  eli  $2,8 \text{ dm}^3$

**199.**

- a)  $2000 \text{ dm}^3$
- b)  $15000 \text{ mm}^3$
- c)  $90 \text{ cm}^3$
- d)  $0,1 \text{ dm}^3$

**200.**

- a)  $0,025 \text{ m}^3$
- b)  $0,0004 \text{ dm}^3$
- c)  $0,2 \text{ cm}^3$
- d)  $5 \text{ m}^3$

**201.**

- a)  $4000 \text{ dm}^3$
- b)  $1700 \text{ mm}^3$
- c)  $110 \text{ cm}^3$
- d)  $0,5 \text{ dm}^3$

**202.**

- a)  $0,065 \text{ m}^3$
- b)  $0,00044 \text{ dm}^3$
- c)  $0,82 \text{ cm}^3$
- d)  $1 \text{ m}^3$

**203.**

- a)  $3 \text{ cm}^3$
- b)  $0,5 \text{ dm}^3$

- c)  $1,62 \text{ dm}^3$
- d)  $70 \text{ cm}^3$

**204.**

- a) 5 l
- b) 50 l
- c) 0,015 ml
- d) 600 ml

**205.**

- a) volume
- b) area
- c) length
- d) volume
- e) area
- f) volume
- g) area
- h) length

**206.**

- a) 40 ml
- b) 0,12 dl
- c) 0,3 cl
- d) 500 dl

**207.**

- a) 2,3 l
- b) 41 dl
- c) 0,02 l
- d) 20,2 cl

**208.**

- a)  $43 \text{ cm}^3$
- b)  $0,55 \text{ dm}^3$
- c)  $3,60 \text{ dm}^3$
- d)  $80 \text{ cm}^3$

**209.**

- a) 2,8 l
- b) 950 l
- c) 0,025 ml
- d) 612 ml

**210.**

- a) 4 cm
- b) 6 cm
- c) 10 cm

**211.**

17,5 gal

**212.**

14 pinttiä

**213.**

191

**214.**

10000

**215.**

270 tonnia

**216.**

75

**217.**

8 cm

**218.**

50 m

**219.**

75

**220.**

- a) tilavuus
- b) pinta-ala
- c) pinta-ala
- d) tilavuus
- e) pituus
- f) pinta-ala
- g) pinta-ala
- h) pinta-ala

**221.**

Kylmälaukun pohjan sisämitat:

leveys:  $27,5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} = 22,5 \text{ cm}$

pituus:  $39,5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} = 34,5 \text{ cm}$

korkeus:  $30,5 \text{ cm} - 2,5 \text{ cm} - 3,0 \text{ cm} = 25,0 \text{ cm}$

Laukun sisätilavuus on siten

$$V = 22,5 \text{ cm} \cdot 34,5 \text{ cm} \cdot 25,0 \text{ cm} = 19406,25 \text{ cm}^3 = 19,40625 \text{ dm}^3$$

Vastaus: noin 19,4 litraa.

**222.**

Astia voidaan täyttää 9 cm:n korkeuteen.

**223.**

Merkitään kysyttyä korkeutta  $x$ :llä, jolloin voidaan muodostaa yhtälö

$$1,1(16 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} \cdot x) = 16 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}$$

$$193,6 \text{ cm}^2 \cdot x = 1760 \text{ cm}^3$$

$$x = \frac{1760 \text{ cm}^3}{193,6 \text{ cm}^2} = 9,09090\dots \text{ cm}$$

Yhden liidun tilavuus on  $\frac{230 \text{ cm}^3}{12} = 19,1666\dots \text{ cm}^3$

Liidun pituus on  $\frac{19,1666\dots \text{ cm}^3}{(1,5 \text{ cm})^2} = 8,5 \text{ cm} .$

**224.**

Kuutioiden tilavuudet ovat  $27 \text{ cm}^3$ ,  $64 \text{ cm}^3$  ja  $125 \text{ cm}^3$  sekä näiden summa  $216 \text{ cm}^3$ . Vastaa-  
van kokoisen kuution särmä on  $\sqrt[3]{216 \text{ cm}^3} = 6 \text{ cm}$ . Annettujen kuutioiden pinta-alat ovat  $54 \text{ cm}^2$ ,  $96 \text{ cm}^2$  ja  $150 \text{ cm}^2$  sekä näiden summa  $300 \text{ cm}^2$ . Ison kuution pinta-ala on  $216 \text{ cm}^2$ , joten pinta-ala pienenee 28 %.

**225.**

- a)  $7,5 \text{ cm}^2$
- b)  $4,5 \text{ cm}^2$
- c)  $9,0 \text{ cm}^2$
- d)  $7,2 \text{ cm}^2$

**226.**

- a)  $94 \text{ cm}^3$
- b)  $57 \text{ cm}^3$
- c)  $110 \text{ cm}^3$
- d)  $90 \text{ cm}^3$

**227.**

- a)  $5700 \text{ cm}^3$
- b)  $2000 \text{ cm}^3$

**228.**

- a)  $57 \text{ cm}^3$
- b)  $1970 \text{ cm}^3$
- c)  $8140 \text{ cm}^3$

**229.**

- a)  $110 \text{ cm}^3$
- b)  $5300 \text{ cm}^3$
- c)  $810 \text{ cm}^3$

**230.**

$$110 \text{ cm}^3$$

**231.**

44 l

**232.**

| lieriön pohjan pinta-ala<br>[cm <sup>2</sup> ] | lieriön korkeus [cm] | lieriön tilavuus [cm <sup>3</sup> ] |
|--|----------------------|-------------------------------------|
| 150,0  | 31,0                 | 4650                                |
| 67,0   | 12,0                 | 804,0                               |
| 18,0   | 20,0                 | 360,0                               |
| 2850   | 500,0                | 1 425 000                           |
| 102,0  | 40,0                 | 4080,0                              |

**233.**

a) 1490 cm<sup>3</sup>

b) 2980 cm<sup>3</sup>

**234.**

-

**235.**

$$V = \pi r^2 h$$

**236.**

a) 105 cm<sup>3</sup>

b) 6 cm<sup>3</sup>

c) 200 cm<sup>3</sup>

**237.**

4,7 ml

**238.**

a) 86100 cm<sup>3</sup>

b) 0,63 m<sup>3</sup>

c) 470 cm<sup>3</sup>

**239.**

$$V = s^3$$

**240.**

8,84 cm

**241.**

4,5·10<sup>6</sup> m<sup>3</sup>

**242.**

162 cm<sup>3</sup>

**243.**

5

**244.**

7 munan taikina

**245.**

17 cm

**246.**

a) 12 cm

b) 12 cm

c) 9 cm

**247.**

980 l

**248.**

2,66 cm<sup>3</sup>

**249.**

2,7 dl

**250.**

Vedestä muodostuvan jään tilavuus on  $1,08 \cdot 0,9371 = 1,00441$ , joten jäätulpan tilavuus on  $0,00441 = 4,4 \text{ cm}^3$ . Jäätulpan korkeus on  $\frac{4,4 \text{ cm}^3}{5 \text{ cm}^2} = 0,88 \text{ cm}$ .

**251.**

Rullan ulkosäde on 6,0 cm ja sisäsäde 2,25 cm. Merkitään paperin leveyttä  $a$ :lla (cm).

Rullalla olevan paperin tilavuus on  $\pi \cdot 6,0^2 a - \pi \cdot 2,25^2 a \approx 97,193a$ .

Merkitään paperin pituutta  $x$ :llä. Auki levitetty paperi on muodoltaan suorakulmainen särmiö, jonka tilavuus on  $0,01ax$ .

Tästä saadaan yhtälö

$$0,01xa = 97,193a$$

$$x = \frac{97,193a}{0,01a} = \frac{97,193}{0,01} \approx 9700$$

Vastaus: 97 m

**252.**

Lieriön tilavuus saadaan lasketuksi kaavalla  $\pi r^2 h$ , missä  $r$  on pohjan säde ja  $h$  korkeus.

Jos korkeus on 40 cm, pohjan piiri on 30 cm. Merkitään pohjan sädettä tällöin  $x$ :llä.

$$2\pi x = 30$$

$$x = \frac{30}{2\pi} = \frac{15}{\pi}$$

Tilavuudeksi saadaan

$$V_1 = \pi \left( \frac{15}{\pi} \right)^2 \cdot 40 = \pi \cdot \frac{15^2}{\pi^2} \cdot 40 = \frac{15^2 \cdot 40}{\pi} = \frac{9000}{\pi} \approx 2860 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Jos korkeus on 30 cm, pohjan piiri on 40 cm. Merkitään pohjan sädettä tällöin  $y$ :llä.

$$2\pi y = 40$$

$$y = \frac{40}{2\pi} = \frac{20}{\pi}$$

Tilavuudeksi saadaan

$$V_2 = \pi \left( \frac{20}{\pi} \right)^2 \cdot 30 = \pi \cdot \frac{20^2}{\pi^2} \cdot 30 = \frac{20^2 \cdot 30}{\pi} = \frac{12000}{\pi} \approx 3820 \text{ (cm}^3\text{)}$$

30 cm korkean lieriön tilavuus on suurempi.

$$\text{Tilavuuksien suhde } \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{12000}{\pi}}{\frac{9000}{\pi}} = \frac{12000}{\pi} \cdot \frac{\pi}{9000} = \frac{12000}{9000} = \frac{4}{3}.$$

Vastaus: 30 cm korkean lieriön tilavuus on suurempi. Tilavuuksien suhde on  $\frac{4}{3}$ .

### 253.

Merkitään pienoismallin pituutta  $x$ :llä (m).

Malli on yhdenmuotoinen veistoksen kanssa, joten pienoismallin leveys on  $2x$  ja korkeus  $3x$ .

Mallin tilavuudeksi saadaan  $x \cdot 2x \cdot 3x = 6x^3$ .

Veistoksen tilavuus on  $1,00 \cdot 2,00 \cdot 3,00 = 6 \text{ (m}^3\text{)}$ , joten pienoismallin tilavuus on  $\frac{6}{100} = 0,06 \text{ (m}^3\text{)}$ .

Saadaan yhtälö

$$6x^3 = 0,06$$

$$x^3 = \frac{0,06}{6}$$

$$x = \sqrt[3]{0,01} \approx 0,2154$$

Pienoismallin pituus on  $x \approx 21,5 \text{ cm}$ , leveys  $2x \approx 43,1 \text{ cm}$  ja korkeus  $3x \approx 64,6 \text{ cm}$ .

Vastaus: Pituus 21,5 cm, leveys 43,1 cm ja korkeus 63,6 cm.

### 254.

a) 4

b) 5

### 255.

a)  $38 \text{ cm}^3$

b)  $1770 \text{ cm}^3$

c)  $270 \text{ cm}^3$

### 256.

$4700 \text{ cm}^3$

### 257.

$34 \text{ cm}^3$

**258.**

- a)  $19 \text{ cm}^3$
- b)  $656 \text{ cm}^3$
- c)  $2710 \text{ cm}^3$

**259.**

Kappaleilla on sama tilavuus.

**260.**

9,3 dl

**261.**

- a)  $42 \text{ cm}^3$
- b)  $320 \text{ cm}^3$
- c)  $48 \text{ cm}^3$

**262.**

$38 \text{ m}^3$

**263.**

$62 \text{ cm}^3$

**264.**

- a)  $48 \text{ cm}^3$
- b)  $96 \text{ cm}^2$

**265.**

- a) 1 cm
- b) 3 cm
- c) 5 cm
- d)  $\frac{3}{4} \text{ cm}$

**266.**

15 dl

**267.**

$103 \text{ m}^3$

**268.**

$112 \text{ cm}^3$

**269.**

15

**270.**

15 cm

**271.**

0,56 m



**272.**

- a)  $180 \text{ cm}^3$
- b)  $170 \text{ cm}^2$

**273.**

$23 \text{ cm}^3$

**274.**

15 %

**275.**

- a) pienenee puoleen
- b) pienenee neljäsosaan

**276.**

Alkuperäinen tilavuus on  $V_0 = \frac{1}{3} \pi \cdot 12^2 \cdot 1400 \approx 211115 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Viiden vuoden kuluttua pituus on 1550 cm ja tyven läpimitta 26 cm sekä vastaava tilavuus

$V_5 = \frac{1}{3} \pi \cdot 13^2 \cdot 1550 \approx 274131 \text{ (cm}^3\text{)}$ . Tilavuutta on tällöin tullut lisää

$V_5 - V_0 = 63198 \text{ cm}^3 \approx 63 \text{ dm}^3$ .

**277.**

Yhdenmuotoisten kolmioiden avulla saadaan verranto, jolla voidaan laskea muodostuneen vesikartion säde.

$$\frac{x}{19} = \frac{7}{20}$$

$$x = \frac{19 \cdot 7}{20}$$

$$x = 6,65$$

Vesikartion tilavuus on  $V_v = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6,65 \text{ cm})^2 \cdot 19 \text{ cm} \approx 879,88 \text{ cm}^3$ .

Vesi laajenee 10 %, jolloin uusi tilavuus on  $1,1 \cdot 879,88 \text{ cm}^3 = 967,87 \text{ cm}^3$ .

Lasikartion tilavuus on  $V_l = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (7 \text{ cm})^2 \cdot 29 \text{ cm} \approx 1026,25 \text{ cm}^3$ , joka on suurempi.

Vastaus: ei

**278.**

Merkitään kysyttyä veden korkeutta  $x$ :llä ja tällöin muodostuvan vesikartion sädettä  $y$ :llä. Verrannosta saadaan

$$\frac{y}{x} = \frac{7}{20}$$

$$y = \frac{7}{20} x$$

Laajeneminen huomioimalla voimme kirjoittaa yhtälön

$$1,1 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{7}{20}x\right)^2 \cdot x = 1026,25 \text{ cm}^3,$$

josta ratkaisuksi saadaan  $x \approx 19,3745 \text{ cm}$ .

Vastaus: 19,3 cm

**279.**

-

**280.**

-

**281.**

- a)  $4,2 \text{ cm}^3$
- b)  $65,0 \text{ cm}^3$
- c)  $620 \text{ cm}^3$

**282.**

- a)  $13 \text{ cm}^2$
- b)  $79 \text{ cm}^2$
- c)  $350 \text{ cm}^2$

**283.**

- a)  $5500 \text{ cm}^2$
- b)  $39000 \text{ cm}^3$

**284.**

- a)  $50 \text{ cm}^2$
- b)  $110 \text{ cm}^2$
- c)  $13 \text{ cm}^2$

**285.**

- a)  $34 \text{ cm}^3$
- b)  $110 \text{ cm}^3$
- c)  $4,2 \text{ cm}^3$

**286.**

- a) kuutiolla
- b) kuutiolla

**287.**

- a)  $80 \text{ m}^2$
- b)  $19000 \text{ cm}^2$
- c)  $13000 \text{ mm}^2$

**288.**

- a)  $17000 \text{ cm}^3$
- b)  $92 \text{ m}^3$
- c)  $330000 \text{ mm}^3$

**289.**

- a)  $110 \text{ cm}^2$
- b)  $110 \text{ cm}^3$

**290.**

2140 cubic centimeters

**291.**

$120 \text{ dm}^3$

**292.**

$7,6 \text{ m}^3$

**293.**

-

**294.**

- a)  $4\pi \text{ m}^2$
- b)  $16\pi \text{ m}^2$
- c)  $18\pi \text{ m}^2$
- d)  $100\pi \text{ m}^2$

**295.**

- a) puolipallolla
- b) puolipallolla

**296.**

5,4 dl

**297.**

- a) 1 m
- b) 3 m
- c)  $\sqrt[3]{3} \text{ m}$
- d) 2 m

**298.**

$9700 \text{ cm}^2$

**299.**

190 l

**300.**

7 pullaa

**301.**

2,8 dl

**302.**

A

**303.**

noin 51 %

**304.**

3,2 cm ja 4,0 cm

**305.**

- a) 32 %
- b) 52 %

**306.**

0,25 m<sup>3</sup>

**307.**

Jäätelötötterön tilavuus  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2,5 \text{ cm})^2 \cdot 12 \text{ cm} \approx 79 \text{ cm}^3$

ja jäätelöpallon tilavuus  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3,0 \text{ cm})^3 \approx 113 \text{ cm}^3$  eli jäätelö ei mahdu tötteröön.

**308.**

Merkitään kuution sivun pituutta  $a$ :lla ja pallon sädettä  $r$ :llä. Kuution tilavuus on  $a^3$  ja pallon tilavuus  $\frac{4}{3}\pi r^3$ . Tilavuudet ovat yhtä suuret, joten

$$a^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

Kuution pinta-ala on  $6a^2$  ja pallon  $4\pi r^2$ . Kuution pinta-alan suhde pallon pinta-alaan on

$$\frac{6a^2}{4\pi r^2} = \frac{6\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi r^3}\right)^2}{4\pi r^2} = \frac{6\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi} \cdot r\right)^2}{4\pi r^2} = \frac{6\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi}\right)^2 r^2}{4\pi r^2} = \frac{6\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi}\right)^2}{4\pi} \approx 1,241$$

Vastaus: Kuution pinta-ala on 24,1 % pallon pinta-alaa suurempi.

**309.**

Pallon pienin mahdollinen tilavuus on  $1,52 - 0,03 = 1,49$  litraa eli  $1,49 \text{ dm}^3$  ja vastaavasti suurin  $1,55 \text{ dm}^3$ .

Pallon tilavuus saadaan laskettua kaavalla  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , missä  $r$  on pallon säde.

Säde on pienin, kun tilavuus on pienin eli

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 1,49$$

$$r^3 = \frac{1,49 \cdot 3}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1,49 \cdot 3}{4\pi}} \approx 0,7085 \text{ (dm)}$$

Säde on suurin, kun tilavuus on suurin eli

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 1,55$$

$$r^3 = \frac{1,55 \cdot 3}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1,55 \cdot 3}{4\pi}} \approx 0,7179 \text{ (dm)}$$

Tällöin pienin halkaisija on  $2 \cdot 0,7085 \text{ dm} \approx 1,42 \text{ dm} = 14,2 \text{ cm}$  ja suurin  $2 \cdot 0,7179 \text{ dm} \approx 1,44 \text{ dm} = 14,4 \text{ cm}$ .

Vastaus: Halkaisija on 14,2 cm - 14,4 cm.

### 310.

Kuulan tilavuus on  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , missä  $r = \frac{2,1}{2} = 1,05 \text{ (cm)}$ .

940:n kuulan yhteistilavuus on  $940 \cdot \frac{4}{3}\pi(1,05)^3 \approx 4558 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

Lasketaan lieriön tilavuus kaavalla  $\pi R^2 h$ , missä  $R = \frac{17}{2} = 8,5 \text{ (cm)}$  ja  $h = 20 \text{ cm}$ :

$$\pi R^2 h = \pi \cdot (8,5)^2 \cdot 20 \approx 4540 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Kuulien yhteistilavuus on suurempi kuin lieriön tilavuus, joten kuulat eivät mahdu astiaan.

### 311.

32000 km

### 312.

Isoympyrää pitkin olisi pitänyt lentää 100 km/h nopeammin. On mahdollista, sillä Concordeen nopeus voi olla jopa 2300 km/h.

### 313.

- a) kärki
- b) särmä
- c) tahko
- d) pohja

### 314.

- a)  $6t^2$
- b)  $t^3$

### 315.

-

### 316.

- a)  $180 \text{ cm}^2$
- b)  $170 \text{ cm}^3$

### 317.

- a)  $21 \text{ cm}^2$
- b)  $5,1 \text{ cm}^3$

**318.**

- a)  $14 \text{ cm}^2$
- b)  $3,8 \text{ cm}^3$

**319.**

-

**320.**

- a) 4
- b) 6
- c) 4

**321.**

- a) 12
- b) 6
- c) 12

**322.**

- a)  $2,5 \text{ m}^2$
- b)  $0,2 \text{ m}^3$

**323.**

- a)  $780 \text{ cm}^2$
- b)  $110 \text{ cm}^3$

**324.**

- a) dodekaedrin
- b) dodekaedrin

**325.**

noin 2 dl

**326.**

$2120 \text{ cm}^3$

**327.**

$$h = a\sqrt{2}$$

**328.**

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

**329.**

Kuution tilavuus on  $1,00 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$ .

Pikkukuution tilavuus on  $\frac{1000 \text{ cm}^3}{64} = 15,625 \text{ cm}^3$ , jolloin kuution särmä on

$$\sqrt[3]{15,625 \text{ cm}^3} = 2,5 \text{ cm} .$$

**330.**

52 %

**331.**

22 mm

**332.**

6 cm, ala pienenee 28 %

**333.**

8,7 cm

**334.**

56,6 cm

**335.**

11 cm

**336.**

4,5 m<sup>2</sup>

**337.**

- a) 11,7 cm
- b) 5,0 cm
- c) 12,7 cm
- d) 29,2 cm<sup>2</sup>

**338.**

330 cm<sup>2</sup>

**339.**

16 cm

**340.**

4,3 cm

**341.**

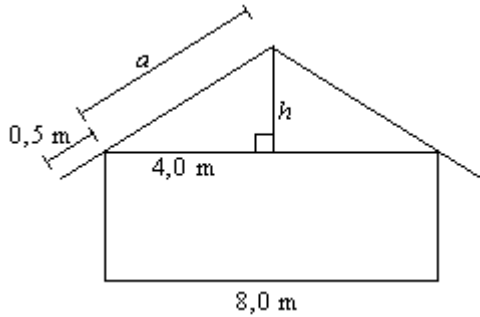
- a) 9,2 cm<sup>2</sup>
- b) 19 cm<sup>2</sup>

**342.**

- a) 73 %
- b) 73 %
- c) 420 %

**343.**

Merkitään päätykolmion korkeutta  $h$ :lla ja katon puolikkaan rakennuksen päällä olevan osan leveyttä  $a$ :lla.



Pythagoraan lauseen avulla saadaan

$$a^2 = 4,0^2 + h^2$$

$$a = \sqrt{4,0^2 + h^2}$$

Suunnitteluvaiheessa  $h = 2,0$  m, jolloin  $a = \sqrt{4,0^2 + 2,0^2} = \sqrt{20}$  (m)

Rakennusvaiheessa  $h = 2,5$  m, jolloin  $a = \sqrt{4,0^2 + 2,5^2} = \sqrt{22,25}$  (m)

Katon pituus on kummassakin tapauksessa  $12 + 2 \cdot 0,5 = 13$  (m).

Katon puolikkaan koko leveys on  $a + 0,5$  (m).

Katon pinta-ala suunnitteluvaiheessa oli  $A_S = 2 \cdot 13 \cdot (\sqrt{20} + 0,5) \approx 129,2755$  (m<sup>2</sup>).

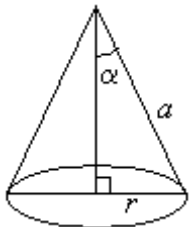
Katon pinta-ala rakennusvaiheessa oli  $A_R = 2 \cdot 13 \cdot (\sqrt{22,25} + 0,5) \approx 135,6418$  (m<sup>2</sup>).

Pinta-alojen suhde on  $\frac{A_R}{A_S} \approx 1,049$ , joten pinta-ala kasvoi 4,9 %.

Vastaus: 4,9 %

### 344.

Merkitään puolipyörän sädettä (kartion sivujan pituus)  $a$ :lla. Puolipyörän kaaren pituus on tällöin  $\pi a$ . Kaaresta  $\frac{3}{4}$  eli  $0,75\pi a$  muodostaa kartion pohjaympyrän kehän.



Merkitään kartion pohjan sädettä  $r$ :llä, jolloin

$$2\pi r = 0,75\pi a$$

$$r = \frac{0,75\pi a}{2\pi} = \frac{0,75}{2} a = 0,375a$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{a} = \frac{0,375a}{a} = 0,375,$$

jolloin  $\alpha = 22,0243\dots^\circ \approx 22,02^\circ$  ja  $2\alpha = 44,0486\dots^\circ \approx 44,05^\circ$ .

### 345.

4,43 m

### 346.

20,9 cm<sup>2</sup>



347.

17 %

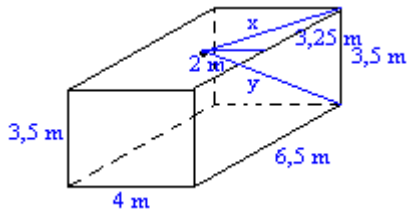
348.

100 cm<sup>2</sup>

349.

5,6 m<sup>3</sup>

350.



Merkitään lampun etäisyyttä katon nurkasta  $x$ :llä. Pythagoraan lauseen nojalla saadaan

$$x^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{6,5}{2}\right)^2 = 14,56.$$

Merkitään kysyttyä etäisyyttä  $y$ :llä. Pythagoraan lauseen nojalla saadaan

$$y = \sqrt{x^2 + 3,5^2} = \sqrt{14,56 + 12,25} \approx 5,2 \text{ m}.$$

351.

37 %

352.

47 %

353.

ei

354.

16 cm

355.

a) 1 : 2 : 3

b) 1 : 2 : 3

c) 1 : 4 : 9

356.

5,4 cm

357.

c

358.

3 : 2, 3 : 2 ja 3 : 2

359.

- a) 9 : 4
- b) 27 : 8

**360.**

- a) 1 : 9
- b) 25 : 4

**361.**

27 : 125

**362.**

- a) 3 : 4
- b) 3 : 4

**363.**

- a) 1 : 50
- b) 1 : 125000

**364.**

37 cm

**365.**

- a) 9500 cm<sup>2</sup>
- b) 130000 cm<sup>3</sup>

**366.**

3,6 dl ja 8,4 dl

**367.**

- a) 1 : 400
- b) 1 : 8000
- c) 1 : 1

**368.**

- a) 1 : 50
- b) 1 : 2500
- c) 1 : 125000

**369.**

14 cm

**370.**

1,1 kg

**371.**

49 cm

**372.**

Jos pituus kaksinkertaistuu ja siiven pituus siis myös kaksinkertaistuu, kasvaa siipipinta-ala nelinkertaiseksi ja massa kahdeksankertaiseksi. Tällainen siipi ei anna tarpeeksi nostovoimaa,

vaan isolla linnulla pitää olla suhteellisestikin isommat siivet. Lintujen ja lentokoneiden nostovoimat eivät ole yksinkertaisia ja niiden käsitteleminen vaatii korkeaa matematiikkaa.

**373.**

- a) 4- ja 8-kertaiseksi
- b) 100- ja 1000-kertaiseksi

**374.**

- a) 21 %
- b) 33 %

**375.**

- a) 41 %
- b) 41 %
- c) 183 %

**376.**

418 cm<sup>2</sup>

**377.**

Esitteessä huone oli pinta-alaltaan  $4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2$  ja tämä vastasi alaa 960000 cm<sup>2</sup>, jolloin esitteen mittakaavan  $k$  neliö  $k^2 = \frac{24}{960000} = \frac{1}{40000}$  ja mittakaava  $k = \frac{1}{200}$ . Keittiön ala oli  $40000 \cdot 3 \text{ cm}^2 = 12 \text{ m}^2$ .

**378.**

| maa    | pinta-ala [km <sup>2</sup> ] | väkiluku [milj. as] | asukastiheys [as/km <sup>2</sup> ] |
|--------|------------------------------|---------------------|------------------------------------|
| Suomi  | 338127                       | 5,16                | 15,3                               |
| Ruotsi | 449964                       | 8,91                | 19,8                               |
| Norja  | 324000                       | 4,38                | 13,5                               |

**379.**

58,6 miljoonaa

**380.**

-

**381.**

| Planeetta | Massa [kg]           | Tilavuus [m <sup>3</sup> ] | Tiheys [kg/m <sup>3</sup> ] |
|-----------|----------------------|----------------------------|-----------------------------|
| Merkurius | $3,30 \cdot 10^{23}$ | $6,11 \cdot 10^{19}$       | 5400                        |
| Venus     | $4,87 \cdot 10^{24}$ | $9,37 \cdot 10^{20}$       | 5200                        |
| Maa       | $5,97 \cdot 10^{24}$ | $1,08 \cdot 10^{21}$       | 5517                        |
| Mars      | $6,42 \cdot 10^{23}$ | $1,63 \cdot 10^{20}$       | 3940                        |
| Jupiter   | $1,90 \cdot 10^{27}$ | $1,42 \cdot 10^{24}$       | 1340                        |
| Saturnus  | $5,69 \cdot 10^{26}$ | $8,13 \cdot 10^{23}$       | 700                         |
| Uranus    | $8,66 \cdot 10^{25}$ | $7,87 \cdot 10^{22}$       | 1100                        |
| Neptunus  | $1,03 \cdot 10^{26}$ | $6,06 \cdot 10^{22}$       | 1700                        |

|       |                     |                      |      |
|-------|---------------------|----------------------|------|
| Pluto | $1,5 \cdot 10^{22}$ | $7,14 \cdot 10^{18}$ | 2100 |
|-------|---------------------|----------------------|------|

**382.**

- a)  $2,1 \cdot 10^{19} \text{ m}^3$
- b)  $3600 \text{ kg/m}^3$

**383.**

ei

**384.**

- a) 54 kg
- b) 210 kg
- c) 386 kg
- d) 227 kg

**385.**

$20,3 \text{ cm}^3$

**386.**

$3,7 \text{ dm}^3$

**387.**

15 m

**388.**

4,7 kg

**389.**

- a) 6,8 kg
- b) 13 kg

**390.**

13 cm

**391.**

1900 kg

**392.**

160 kg

**393.**

92 kg

**394.**

1067 %

**395.**

250 kg

**396.**

Käyttäen Arkhimeden lakia.

**397.**

$$\text{Ilmapallon tilavuus } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (1,6 \text{ m})^3 \approx 17,157 \dots \text{ m}^3 = 171571$$

ja sen sisältämän ilmamäärän massa  $171571 \cdot 1,29 \frac{\text{g}}{\text{l}} \approx 22100 \text{ g} = 22,1 \text{ kg}$ .

**398.**

Johdon tilavuus on  $\pi \cdot (0,1 \text{ cm})^2 \cdot 11000 \text{ cm} \approx 345,575 \text{ cm}^3$ . Johto painaa tällöin  $345,575 \text{ cm}^3 \cdot 8,92 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 3082,5 \text{ g} \approx 3,1 \text{ kg}$ .

**399.**

$$0,69 \text{ g/cm}^3$$

**400.**

$$700 \text{ kg}$$

**401.**

Laatan tilavuus on  $50 \text{ dm} \cdot 50 \text{ dm} \cdot 1 \text{ dm} = 2500 \text{ dm}^3$ . Oletetaan etteivät tilavuudet missään vaiheessa muutu. Sementtiä tarvitaan 1/9 tilavuudesta eli  $\frac{2500 \text{ dm}^3}{9} \approx 277,8 \text{ dm}^3$ .

Kyseinen määrä sementtiä painaa  $277,8 \text{ dm}^3 \cdot 1,34 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 372 \text{ kg}$ . Säkkejä tällöin tarvitaan

$$\frac{372 \text{ kg}}{40 \text{ kg}} \approx 9,3.$$

Vastaus: Tarvitaan 10 säkkiä sementtiä.

**402.**

$$\text{Yhden kultagramman tilavuus on } \frac{1 \text{ g}}{19300 \frac{\text{g}}{\text{dm}^3}} = \frac{1}{19300} \text{ dm}^3.$$

Merkitään 2,5 km pituisen langan sädettä  $r$ :llä. Lankaa voidaan pitää ympyrälieriönä, jonka korkeus  $h = 2,5 \text{ km} = 25000 \text{ dm}$ . Lieriön tilavuus on  $\pi r^2 h$ , jollain saadaan

$$\pi r^2 \cdot 25000 \text{ dm} = \frac{1}{19300} \text{ dm}^3$$

$$r^2 = \frac{1}{\pi \cdot 25000 \cdot 19300} \text{ dm}^2$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot 25000 \cdot 19300}} \text{ dm}^2$$

$$r \approx 0,0000257 \text{ dm} = 0,00257 \text{ mm}$$

Langan halkaisija on  $2r \approx 0,0051 \text{ mm}$ .

jos langan halkaisija on 0,10mm, sen säde on 0,05 mm = 0,0005 dm. Merkitään tällöin langan pituutta  $x$ :llä.

$$\pi \cdot (0,0005 \text{ dm})^2 \cdot x = \frac{1}{19300} \text{ dm}^3$$

$$x = \frac{1}{\pi \cdot (0,0005 \text{ dm})^2 \cdot 19300} \text{ dm}^3 \approx 66 \text{ dm} = 6,6 \text{ m}$$

#### 403.

Pallonpuolikkaan tilavuus on sama, kuin syrjäytetyn vesimäärän tilavuus, joka on

$$V_{\text{puoli}} = \frac{m}{\rho} = \frac{47 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,047 \text{ m}^3.$$

Koko pallon tilavuus on tällöin  $V = 2 \cdot 0,047 \text{ m}^3 = 0,094 \text{ m}^3$ . Tämän tiedon avulla voimme ratkaista pallon säteen

$$\frac{4}{3} \pi r^3 = 0,094 \text{ m}^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,094 \text{ m}^3}{4\pi}}$$

$$r \approx 0,28206 \text{ m}$$

Toisaalta pallon rautakuoren tilavuus voidaan laskea, koska kappaleen paino tiedetään.

$$V_{\text{rauta}} = \frac{m}{\rho} = \frac{47 \text{ kg}}{7870 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 0,005972 \text{ m}^3$$

Tyhjän sisäpallon tilavuus on siten  $V - V_{\text{rauta}} \approx 0,088027 \text{ m}^3$  ja vastaavasti sisäpallon säde saadaan ratkaistua pallon yhtälöstä.

$$\frac{4}{3} \pi r_{\text{sisä}}^3 = 0,088027 \text{ m}^3$$

$$r_{\text{sisä}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,088027 \text{ m}^3}{4\pi}}$$

$$r_{\text{sisä}} \approx 0,27595 \text{ m}$$

Rautalevyn paksuus on  $r - r_{\text{sisä}} = 0,28206 \text{ m} - 0,27595 \text{ m} = 0,00611 \text{ m}$

Vastaus: 6,1 mm

#### 404.

- a) 407 kg
- b) 0,04 kg
- c) 269 kg

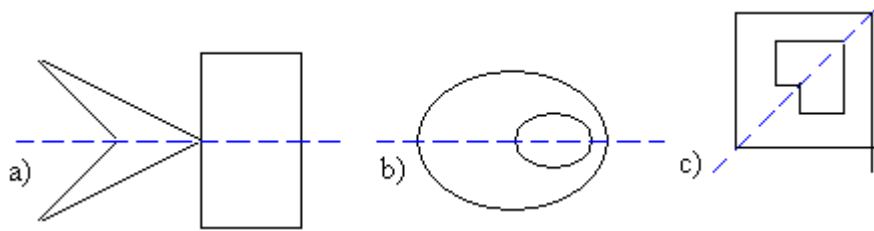
#### 405.

Kiven tilavuus on  $0,80 \text{ m} \cdot 2,10 \text{ m} \cdot 0,32 \text{ m} = 0,5376 \text{ m}^3$ .

Kivi painaa  $0,5376 \text{ m}^3 \cdot 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \approx 1450 \text{ kg}$ .

Vastaus: Voidaan nostaa.

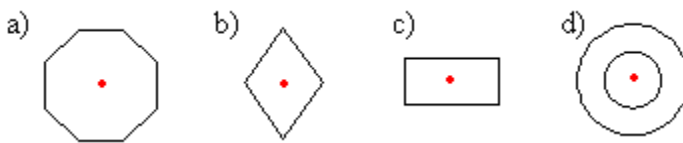
#### 406.



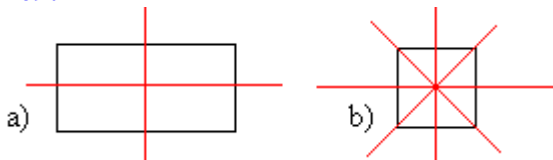
407.

- a) kaikilla
- b) kaikilla

408.



409.



410.

kolmio, neliö, säännöllinen kuusikulmio ja säännöllinen kahdeksankulmio

411.

- a) 2
- b) 0
- c) 1
- d) 1

412.

Tiili voidaan sijoittaa paikoilleen rakennustavasta riippuen aina kahdella tavalla. Tiiliskivellä on kolme eri symmetria-akselia, joista jokainen on symmetrisen kuvauksen kaksinkertainen kiertoakseli.

413.

- a) 4
- b) 4
- c) 2
- d) äärettömän monta

414.

- a) 1
- b) 4

415.

Kyllä, esimerkiksi ympyrärenkaan painopiste.

**416.**

- a) 4
- b) 4

**417.**

4

**418.**

9

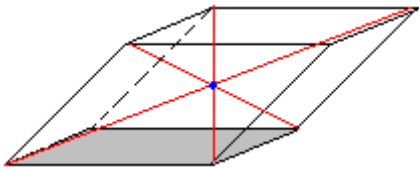
**419.**

- a) ei
- b) Kartion korkeusjanaa pitkin kulkevia on äärettömän monta.

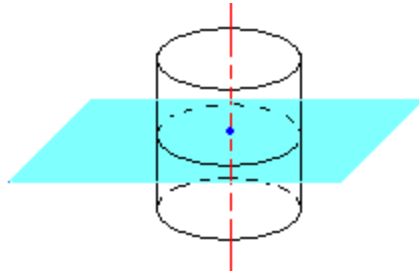
**420.**

Ainut varteenotettava vaihtoehto on keskeltä kulkeva päästä varpasiin oleva taso, mutta tämäkään ei todellisuudessa pidä paikkaansa. Edes ihmisen kasvot eivät ole molemmilta puolilta symmetriset ja sisäelimet eivät ole symmetrisiä minkään suteen edes likimain.

**421.**



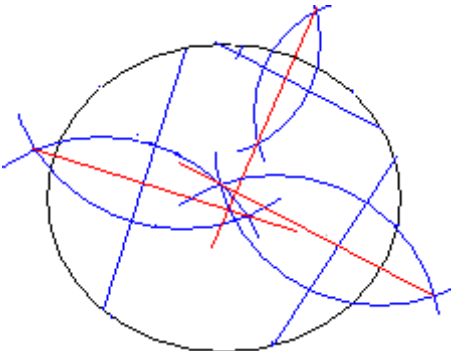
**422.**



**423.**

-

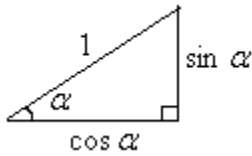
**424.**





Piirretään kolme satunnaista jännettä ja havaitaan, etteivät näiden keskinormaalit leikkaa samassa pisteessä.

425.



426.

-

427.

Oletus: kulma AOP = kulma POB

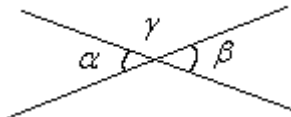
Väite: AP = BP

Todistus: Kolmiot APO ja BOP ovat yhtenevät, koska niissä on kaksi yhtä suurta kulmaa ja yhteinen sivu OP. Yhtenevien kolmioiden vastinosina AP = BP.

428.

Olkoon yhdenmuotoisten suorakulmioiden kannat  $a$  ja  $a'$  sekä korkeudet  $b$  ja  $b'$ . Olkoon mitakaava  $m$ , vastinosille on tällöin voimassa  $a' = ma$  ja  $b' = mb$ . Jos suorakulmioiden pintaalat ovat  $A$  ja  $A'$ , on edellisen nojalla voimassa  $A' = a'b' = ma \cdot mb = m^2 ab = m^2 A$  eli  $A' : A = m^2$ .

429.



Olkoon toinen kulmien  $\alpha$  ja  $\beta$  väliin jäävä kulma  $\gamma$ . Kulmat  $\alpha$  ja  $\gamma$  sekä  $\beta$  ja  $\gamma$  ovat toisensa vieruskulmia, joten niiden summa on  $180^\circ$ . Kun merkitään kulmien mittalukuja samoja kirjaimilla, saadaan yhtälöt

$$\alpha + \gamma = 180^\circ \quad \text{ja}$$

$$\alpha = 180^\circ - \gamma$$

$$\beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \gamma$$

$$\text{joten } \alpha = \beta.$$

430.

Puoliympyrää vastaava keskuskulma on oikokulma eli  $180^\circ$ , joten vastaava kehäkulma on

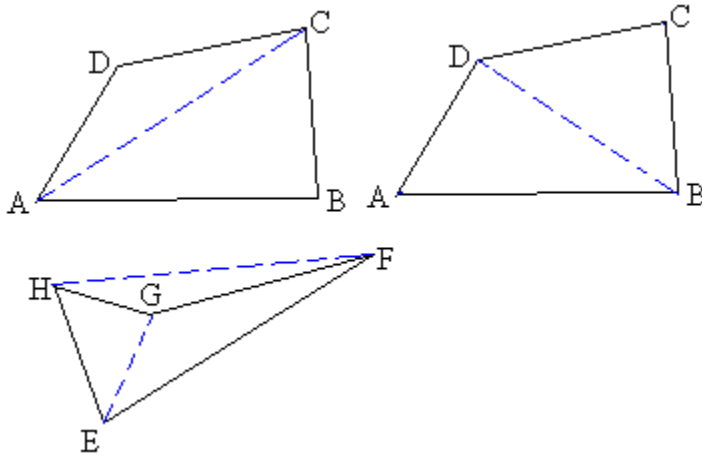
$$\frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ.$$

431.

Kulman  $\alpha$  vieruskulma on  $180^\circ - \alpha$ . Näiden kahden kulman puolittajien summa on

$\frac{1}{2}\alpha + \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = \frac{1}{2}\alpha + 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha = 90^\circ$ , joten kulmien puolittajat ovat kohtisuorassa toisiinsa vastaan.

432.



Nelikulmio voidaan jakaa kahdeksi kolmioksi yhdistämällä kaksi vastakkaisista kärkipistettä. Jos nelikulmion, esim. ABCD, kaikki kulmat ovat koveria, voidaan jako tehdä yhdistämällä joko kulmat A ja C tai B ja D. Jos nelikulmion yksi kulma on kupera, voidaan jako tehdä vain yhdellä tavalla. Esimerkkikulmiossa EFGH yhdistämällä kulmat EG. Kuvioista havaitaan, että kahden muodostuneen kolmion kulmien summa on yhtä suuri kuin neliön kulmien summa. Koska kolmion kulmien summa on  $180^\circ$ , on kahden kolmion ja siis nelikulmion kulmien summa  $360^\circ$ .

Nelikulmiosta EFGH havaitaan, ettei jana, jolla yhdistetään kaksi nelikulmion kärkeä, jotka eivät ole vierekkäiset, aina kulje nelikulmion sisällä.

433.

Koska lävistäjät puolittavat toisensa, on  $AE = EC$  ja  $BE = ED$ . Kulmat AED ja BEC ovat toistensa ristikulmia, joten ne ovat yhtä suuret. Kolmiot AED ja BEC ovat yhtenevät ja vastinosina sivut AD ja BC ovat yhdensuuntaiset. Vastaavasti osoitetaan sivujen AB ja CD yhdensuuntaisuus. Tällöin nelikulmio ABCD on määritelmän mukaan suunnikas.

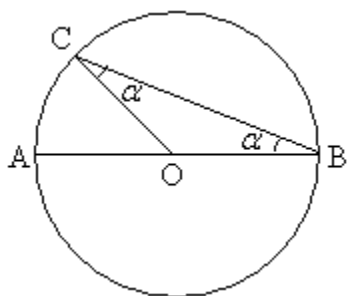
434.

Tasakylkisen kolmion kantakulmat ovat yhtä suuret ja toisaalta kolmion korkeusjana on kohtisuorassa kantaa vastaan, joten kolmioissa ADC ja BCD on kaksi yhtä suurta kulmaa. Niinpä kolmansienkin kulmien on oltava yhtä suuret eli puolet tasakylkisen kolmion huippukulmasta.

435.

-

436.



Kolmio BCO on tasakylkinen. Merkitään B:ssä sijaitsevaa kulmaa  $\alpha$ :lla. Tasakylkisyyden perusteella myös C:ssä sijaitseva kulman on suuruudeltaan  $\alpha$ .

Kolmion kulmien summa on  $180^\circ$ , jolloin kulma COB on  $180^\circ - 2\alpha$ .

Keskuskulma AOC on kulman COB vieruskulma, jolloin kulman AOC suuruus on  $180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$ .

Siis kehäkulma ABC on puolet keskuskulmasta AOC.

**437.**

Koska kärjet on yhdistetty sivujen keskipisteeseen

$\tan \alpha = \frac{1}{2}$ , jolloin  $\alpha \approx 26,57^\circ$ .

Kolmion kulmien summa on  $180^\circ$ , jolloin

$\beta = 180^\circ - 2\alpha \approx 126,87^\circ$ .

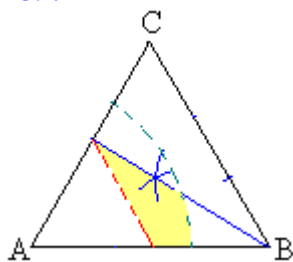
Säännöllisen monikulmion vieruskulman suuruus on  $\beta = \frac{360^\circ}{n}$ ,

missä  $n$  on sivujen lukumäärä, jolloin 8-kulmion vieruskulman suuruus on  $45^\circ$  ja siten kulman  $\beta$  suuruus pitäisi olla  $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ . Kyseessä ei siis ole säännöllinen 8-kulmio.

**438.**

-

**439.**



**440.**

-

**441.**

32 cm

**442.**

- a) kateetti
- b) kateetti
- c) hypotenuusa

**443.**

Kulma, joka suora muodostaa  $x$ -akselin kanssa

**444.**

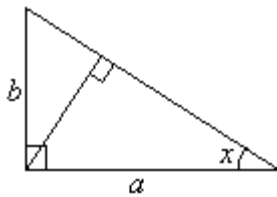
25 km

**445.**

8,7 m

**446.**

Kolmiot ovat yhdenmuotoisia suorakulmaisia kolmioita, joiden hypotenuusat ovat alkuperäisen suorakulmaisen kolmion kateetit  $a$  ja  $b$ .



Yhdenmuotoisten kuvioiden pinta-alojen suhde on verrannollinen hypotenuusien  $a$  ja  $b$  pituuksien suhteiden neliöön.

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{a} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Kulma  $x$  saadaan tangentin avulla.

$$\tan x = \frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x \approx 35,3^\circ$$

Vastaus:  $35,3^\circ$

**447.**

a) 0,940

b) 0,342

c) 2,747

**448.**

a) 1,0 cm

b) 3,5 cm

c) 6,4 cm

d) 4,0 cm

**449.**

a)  $2,1 \text{ cm}^2$

b)  $6,1 \text{ cm}^2$

- c)  $7,0 \text{ cm}^2$
- d)  $4,6 \text{ cm}^2$
- e)

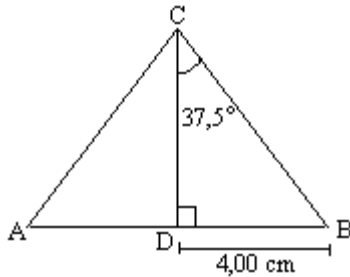
**450.**

- a) ei mikään vaihtoehtoista
- b) sini
- c) tangentti
- d) kosini

**451.**

- a)  $49^\circ$
- b)  $84^\circ$
- c)  $23^\circ$

**452.**



Suorakulmaisesta kolmiosta BDC saadaan

$$\frac{4,00 \text{ cm}}{BC} = \sin 37,5^\circ$$

$$BC = \frac{4,00 \text{ cm}}{\sin 37,5^\circ} \approx 6,57 \text{ cm}$$

Korkeusjana BD saadaan yhtälöstä

$$\frac{4,00 \text{ cm}}{BD} = \tan 37,5^\circ$$

$$BD = \frac{4,00 \text{ cm}}{\tan 37,5^\circ} \approx 5,21 \text{ cm}$$

Kolmion pinta-ala

$$A = \frac{1}{2} \cdot 8,00 \text{ cm} \cdot 5,21 \text{ cm} \approx 20,9 \text{ cm}^2$$

Vastaus: Kyljen pituus on 6,57 cm ja pinta-ala  $20,9 \text{ cm}^2$

**453.**

$10,2 \text{ cm}^2$

**454.**

-

**455.**

- a)  $140 \text{ cm}^2$
- b)  $220 \text{ cm}^2$

**456.**

- a) kymmenen
- b) sata
- c) tuhat
- d) kymmenen

**457.**

- a)  $10 \text{ m}^2$ ,  $2,2 \text{ m}^3$
- b)  $4100 \text{ cm}^2$ ,  $18000 \text{ cm}^3$
- c)  $54000 \text{ mm}^2$ ,  $860000 \text{ mm}^3$

**458.**

$20 \text{ dm}^2$

**459.**

$175 \text{ m}^3$

**460.**

$40 \text{ km}^2$

**461.**

9001

**462.**

- a)  $[a] + [b] + [c] = m + m + m = m$ , pituutta
- b)  $[a^2] + [b][a + c] = m^2 + m(m + m) = m^2 + m^2 + m^2 = m^2$ , pinta-alaa
- c)  $[a^2][c] + [a][b][c] = m^2 \cdot m + m \cdot m \cdot m = m^3 + m^3 = m^3$ , tilavuutta
- d)  $[a] + [a][b] + [c^3] = m + m \cdot m + m^3$ , mahdoton yhtälö

**463.**

$150 \text{ cm}^3$

**464.**

- a)  $540 \text{ cm}^3$
- b)  $151 \text{ cm}^3$
- c)  $324 \text{ cm}^3$
- d)

**465.**

- a)  $140 \text{ cm}^3$
- b)  $240 \text{ cm}^3$
- c)  $120 \text{ cm}^3$

**466.**

291

**467.**

- a) B

- b) A
- c) F
- d) A
- e) D
- f) C
- g) D
- h) E

**468.**

$$A = 4x^2(24 - 2x)$$

**469.**

$$5,5 \text{ cm}^3$$

**470.**

Jokaisessa sahausessa osakuution särmä pienenee 1 mm enemmän kuin sahaamattoman särmän pituus jaettuna kahdella.

$$1. \text{ sahaus: } s = \frac{766 \text{ mm}}{2} - 1 \text{ mm} = 382 \text{ mm}$$

$$2. \text{ sahaus: } s = \frac{382 \text{ mm}}{2} - 1 \text{ mm} = 190 \text{ mm}$$

$$3. \text{ sahaus: } s = \frac{190 \text{ mm}}{2} - 1 \text{ mm} = 94 \text{ mm}$$

$$4. \text{ sahaus: } s = \frac{94 \text{ mm}}{2} - 1 \text{ mm} = 46 \text{ mm}$$

$$5. \text{ sahaus: } s = \frac{46 \text{ mm}}{2} - 1 \text{ mm} = 22 \text{ mm}$$

Vastaus: 22 mm

**471.**

- a) –
- b) 33,5 mm
- c) 152 000 mm<sup>2</sup>

**472.**

A

**473.**

pallolla

**474.**

- a) 58 cm<sup>2</sup>
- b) 42 cm<sup>3</sup>

**475.**

Olkoon tennispallon säde  $r$ . Tällöin neljän tennispallon yhteistilavuus on  $4 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{16}{3} \pi r^3$ .

Säiliölieriön säde on myös  $r$  ja korkeus  $8r$ . Ja siten tilavuus  $\pi r^2 \cdot 8r = 8\pi r^3$ . Tilavuuksien

$$\text{suhde on } \frac{\frac{16}{3}\pi r^3}{8\pi r^3} = \frac{2}{3}.$$

#### 476.

Lieriön pohjan säde on sama puolipallon säteen kanssa eli se on  $0,75 \cdot 10^{-6}$  m. Bakteerin tilavuus on

$$V = [\pi(0,75 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6} + \frac{4}{3}\pi(0,75 \cdot 10^{-6})^3] \text{ m}^3 \approx 8,8 \cdot 10^{-18} \text{ m}^3 = 8,8 \cdot 10^{-15} \text{ dm}^3, \text{ joten massa on } 8,8 \cdot 10^{-15} \text{ kg}.$$

vastaus: Tilavuus on  $8,8 \cdot 10^{-15} \text{ dm}^3$  ja massa  $8,8 \cdot 10^{-15} \text{ kg}$ .

#### 477.

- a)  $110 \text{ cm}^2$
- b)  $110 \text{ cm}^3$

#### 478.

Yksi appelsiini vie kuution muotoisen tilan, jonka särmä on sama kuin appelsiinin halkaisija. Vastaavasti yksi mandariini vie kuution muotoisen tilan, jonka särmä on puolet appelsiinin halkaisijasta. Appelsiinin vaatimaan tilaan menee  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$  mandariinia. Mandariineja mahtuu laatikkoon appelsiineihin verrattuna  $\frac{8-1}{1} \cdot 100\% = 700\%$  enemmän.

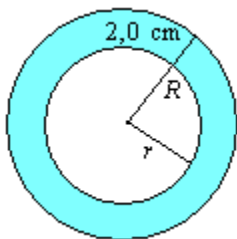
Merkitään mandariinin sädettä  $r$ :llä.

Yhden appelsiinin tilavuus on  $\frac{4}{3}\pi \cdot (2r)^3 = \frac{4}{3}\pi 8r^3 = 8 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$  eli sama, kuin 8:n mandariinin tilavuus. Samanlaiseen laatikkoon pakattujen appelsiininien ja mandariinien vievä tilavuus on sama ja siten myös hukkatilavuus on sama ja hukkatilojen ero  $0\%$ .

#### 479.

Ontossa pallossa on puolet umpinaisen pallon metallimäärästä. Koska pallojen tilavuudet ovat samat, on ontton pallon tyhjän sisäosan tilavuus puolet pallon tilavuudesta.

Merkitään koko pallon sädettä  $R$ :llä ja pallon sisäosan sädettä  $r$ :llä.



$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$r^3 = \frac{1}{2} R^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{1}{2} R^3} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} R \approx 0,794R$$

Ontton pallon seinämän paksuus on säteiden erotus.



$$R - r = 2,0$$

$$R - 0,794R = 2,0$$

$$0,206R = 2,0$$

$$R = \frac{2,0}{0,206} \approx 9,7 \text{ (cm)}$$

Vastaus: 9,7 cm

**480.**

Jos pallon muotoisen karamellin halkaisija on  $2/n$  cm on sen säde  $1/n$  cm ja tilavuus

$$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{n} \text{ cm}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{1}{n^3} \text{ cm}^3. \text{ Karamelleja mahtuu laatikkoon } 1000 \cdot n^3 \text{ kpl, joten karamel-}$$

lien tilavuus yhteensä on  $V = 1000 \cdot n^3 \cdot \frac{4}{3}\pi\frac{1}{n^3} \text{ cm}^3 = \frac{4000\pi}{3} \text{ cm}^3$ , joka ei riipu  $n$ :stä. Karamellien kokonaispaino ei siis riipu  $n$ :stä.

**481.**

- a) ikosaedri
- b) tetraedri
- c) dodekaedri
- d) kuutio
- e) oktaedri

**482.**

- a)  $74 \text{ cm}^2$
- b)  $43 \text{ cm}^3$
- c) 6,1 cm

**483.**

- a) 5 : 4
- b) 5 : 4

**484.**

- a) 1 : 2 : 3
- b) 1 : 8 : 27

**485.**

- a) 22 %
- b) 22 %
- c) 48 %

**486.**

- a) 4
- b) 2
- c) 2