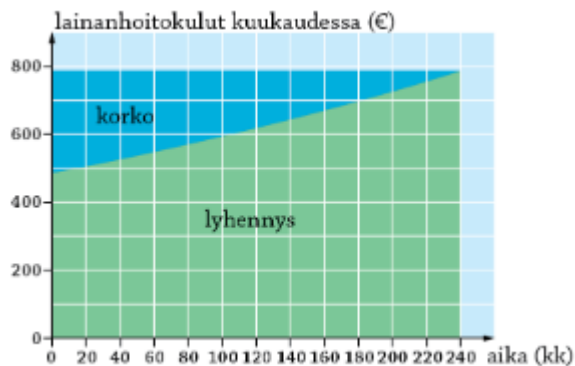


4.2 Tasaerälaina

4.2. Annuiteettilaina eli tasaerälaina

Toinen yleinen lainanmaksutapa on **annuiteettilaina eli tasaerälaina**. Siinä maksuerä on joka kuukausi sama, **annuiteetti eli tasaerä**. Siten lyhennys kasvaa joka kuukausi, sillä korko pienenee.



Maksuerän suuruus A (annuiteetti) on hieman hankalampi laskea:

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

jossa A on annuiteetti, K lainapääoma, q korkokerroin

(lyhennyskausikorkokanta + 100 %) ja n maksuerien lukumäärä.

Ks. video taulukkolaskentaohjelmasta

suora linkki: <https://vimeo.com/237062934/0e62635a5d>

(voitte katsoa myös muita Otavan videoita: <http://otava.fi/huippudigi>)

ESIM1.

Kuinka suuri on annuiteetti, kun otetaan 50 000 euron laina, jossa on 15 vuoden maksuaika ja kiinteä 1,2 % korkokanta? Lyhennetään kuukausittain.

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

$$K = 50000$$

$$n = 15 \cdot 12 = 180$$

$$q = 1 + \frac{0,012}{12} = 1,001$$

$$A = 50000 \cdot 1,001^{180} \cdot \frac{1 - 1,001}{1 - 1,001^{180}}$$

$$A = 303,66586... \approx 303,67 \text{ euroa}$$

$$50000 \cdot (1,001^{180}) \cdot (1 - 1,001) / (1 - 1,001^{180}) \\ = 303,6658646$$

Kuinka paljon maksetaan korkoa yhteensä?

Lainaa maksetaan yhteensä

$$303,67 \cdot 15 \cdot 12 = 54660,60 \text{ euroa}$$

joten korkoja maksettiin $54660,60 - 50000 = 4660,60$ euroa.

V: Maksuerä on 303,67 euroa ja korkoja maksetaan yhteensä 4660,60.

Jos korkokanta muuttuukin, annuiteetti muuttuu. Tällöin pitää laskea jäljellä oleva pääoma V_k .

$$V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

jossa K on alkuperäinen lainapääoma, q korkokerroin, k jo maksettujen erien lukumäärä ja A alkuperäinen annuiteetti.

ESIM2.

Ostat omakotitalon, johon tarvitset 70 000 euron annuiteettilainan. Laina-aina on 15 vuotta, maksetaan kuukausittain. Ensimmäisenä vuonna korkokanta koostuu Euriborista, 0,052 %, ja marginaalista 0,8 %. Toisena vuonna Euribor on kohoaa 2,72 %:iin.

a) Mikä on kuukausittainen maksuerä ensin?

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

$$K = 70000$$

$$n = 15 \cdot 12 = 180$$

$$q = 1 + \frac{0,00852}{12} = 1,00071$$

$$A = 70000 \cdot 1,071^{180} \cdot \frac{1 - 1,071}{1 - 1,071^{180}}$$

$$A = 414,4059014 \approx 414,41 \text{ euroa}$$

$$70000 \cdot 1,00071^{180} \cdot (1 - 1,00071) / (1 - 1,00071^{180}) \\ = 414,4059014$$

b) Mikä se on vuoden päästä?

K = ?

$$n = 180 - 12 = 168$$

$$q = 1 + (0,0272 + 0,008) / 12 = 1,00293333333...$$

$$V = K \cdot q^k - A \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

$$K = 70000$$

$$q = 1,00071, \quad k = 12$$

$$A = 414,41$$

$$V = 70000 \cdot 1,00071^{12} - 414,41 \cdot \frac{1 - 1,00071^{12}}{1 - 1,00071}$$

$$= 65606,349... \approx 65606,35 \text{ euroa}$$

Uusi annuiteetti:

$$K = 65606,35$$

$$n = 180 - 12 = 168$$

$$q = 1 + (0,0272 + 0,008) / 12 = 1,00293333333...$$

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

$$A = 65606,35 \cdot 1,0029333...^{168} \cdot \frac{1 - 1,002933...}{1 - 1,002933...^{168}}$$

$$= 495,1676... \approx 495,17 \text{ euroa}$$

TAI LIBREOFFICESSA:

Korjaa korkokannaksi 0,0352

D14	$\sum$	=	=PYÖRISTÄ(B14*0,0352*1/12;2)		
	D	E	F		
13	46,84 €	414,41 €	65 606,32 €		
14	192,45 €	495,17 €	65 303,60 €		
15	191,56 €	495,17 €	64 999,99 €		
16	190,67 €	495,17 €	64 695,49 €		

kokeile uusi annuiteetti ja anna kaksi viimeistä kokeilua perusteluksi:

47,62 €	414,41 €	66 708,25 €		
47,36 €	414,41 €	66 341,20 €		pääoma viimeisen
47,10 €	414,41 €	65 973,89 €		lyhennyksen
46,84 €	414,41 €	65 606,32 €		jälkeen
192,45 €	495,16 €	65 303,61 €		1,95 €
191,56 €	495,16 €	65 000,01 €		
190,67 €	495,16 €	64 695,52 €		
189,77 €	495,16 €	64 390,13 €		
188,88 €	495,16 €	64 083,85 €		
187,98 €	495,16 €	63 776,67 €		

47,62 €	414,41 €	66 708,25 €		
47,36 €	414,41 €	66 341,20 €		pääoma viimeisen
47,10 €	414,41 €	65 973,89 €		lyhennyksen
46,84 €	414,41 €	65 606,32 €		jälkeen
192,45 €	495,17 €	65 303,60 €		-0,24 €
191,56 €	495,17 €	64 999,99 €		
190,67 €	495,17 €	64 695,49 €		
189,77 €	495,17 €	64 390,09 €		
188,88 €	495,17 €	64 083,80 €		
187,98 €	495,17 €	63 776,61 €		

	D	E	F	
178	5,77 €	495,17 €	1 476,60 €	
179	4,33 €	495,17 €	985,76 €	
180	2,89 €	495,17 €	493,48 €	
181	1,45 €	495,17 €	-0,24 €	

V: Uusi tasaerä on 495,17 euroa.

c) Jos sinulla on **kiinteä tasaerälaina**, maksuerä pysyy samana. Kuinka pitkäksi laina-aika venyy?

Vuosi maksettu, $k = \dots$

$q = 1,0029333\dots$

$$A = 414,41$$

$K = \dots$

$$A = K \cdot q^n \cdot \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

sijoitetaan ja ratkaistaan geogebraa:

$n = \dots$

Libreofficessa muutetaan korkokanta $i = 0,0352$ ja kopioidaan rivejä kunnes pääoma on 0 e.

14	13	65 606,32 €	221,96 €	192,45 €	414,41 €	65 384,36 €
15	14	65 384,36 €	222,62 €	191,79 €	414,41 €	65 161,74 €
16	15	65 161,74 €	223,27 €	191,14 €	414,41 €	64 938,47 €
17	16	64 938,47 €	223,92 €	190,49 €	414,41 €	64 714,55 €
18	17	64 714,55 €	224,58 €	189,83 €	414,41 €	64 489,97 €
12	###	=F11	=E12-D12	=PYÖRISTÄ(B12*0,00852*1/12;2)	=E11	=B12-C12
13	###	=F12	=E13-D13	=PYÖRISTÄ(B13*0,00852*1/12;2)	=E12	=B13-C13
14	###	=F13	=E14-D14	=PYÖRISTÄ(B14*0,0352*1/12;2)	=E13	=B14-C14
15	###	=F14	=E15-D15	=PYÖRISTÄ(B15*0,0352*1/12;2)	=E14	=B15-C15
16	###	=F15	=E16-D16	=PYÖRISTÄ(B16*0,0352*1/12;2)	=E15	=B16-C16
225	224	888,51 €	411,80 €	2,61 €	414,41 €	476,71 €
226	225	476,71 €	413,01 €	1,40 €	414,41 €	63,70 €
227	226	63,70 €	63,70 €	0,19 €	63,89 €	-0,00 €
228						

V: Uusi lainan kesto on 226 kk = 18 v ja 10 kk.

LIBREOFFICELLA MAKSUOHJELMA:

	A	B	C	D	E	F
1	lyhen	pääoma	lyhennys	korko	maksuerä	pääoma lyhenn
2	1	70 000,00 €	364,71 €	49,70 €	414,41 €	69 635,29 €
3	2	69 635,29 €	364,97 €	49,44 €	414,41 €	69 270,32 €
4	3	69 270,32 €	365,23 €	49,18 €	414,41 €	68 905,09 €
5	4	68 905,09 €	365,49 €	48,92 €	414,41 €	68 539,60 €
6	5	68 539,60 €	365,75 €	48,66 €	414,41 €	68 173,85 €
7	6	68 173,85 €	366,01 €	48,40 €	414,41 €	67 807,84 €
8	7	67 807,84 €	366,27 €	48,14 €	414,41 €	67 441,57 €
9	8	67 441,57 €	366,53 €	47,88 €	414,41 €	67 075,04 €
10	9	67 075,04 €	366,79 €	47,62 €	414,41 €	66 708,25 €
11	10	66 708,25 €	367,05 €	47,36 €	414,41 €	66 341,20 €

	A	B	C	D	E	F
1	lyhennys	pääoma	lyhennys	korko	maksuerä	pääoma lyhen
2	1	70 000,00 €	=E2-D2	=PYÖRISTÄ(B2*0,00852*1/12;2)	414,41 €	=B2-C2
3	=A2+1	=F2	=E3-D3	=PYÖRISTÄ(B3*0,00852*1/12;2)	=E2	=B3-C3
4	=A3+1	=F3	=E4-D4	=PYÖRISTÄ(B4*0,00852*1/12;2)	=E3	=B4-C4
5	=A4+1	=F4	=E5-D5	=PYÖRISTÄ(B5*0,00852*1/12;2)	=E4	=B5-C5
6	=A5+1	=F5	=E6-D6	=PYÖRISTÄ(B6*0,00852*1/12;2)	=E5	=B6-C6
7	=A6+1	=F6	=E7-D7	=PYÖRISTÄ(B7*0,00852*1/12;2)	=E6	=B7-C7
8	=A7+1	=F7	=E8-D8	=PYÖRISTÄ(B8*0,00852*1/12;2)	=E7	=B8-C8
9	=A8+1	=F8	=E9-D9	=PYÖRISTÄ(B9*0,00852*1/12;2)	=E8	=B9-C9
10	=A9+1	=F9	=E10-D10	=PYÖRISTÄ(B10*0,00852*1/12;2)	=E9	=B10-C10

0,88 €	414,41 €	827,09 €
0,59 €	414,41 €	413,27 €
0,29 €	413,56 €	0,00 €
(pyörästysten vuoksi viimeinen maksuerä erisuuri)		

=E178	=B179-C179
=E179	=B180-C180
=E180-0,85	=B181-C181
(pyörästysten vuoksi viimeinen maksuerä erisuuri)	