

8. Tasaerälaina

Tasaerä- eli annuiteettilaina:

Jokainen maksuerä (lyhennys + korko) on aina yhtä suuri.

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n}$$

A = annuiteetti eli tasaerä

K = lainapääoma

n = maksukertojen lukumäärä

q = yhden maksukauden korkokerroin

Jäljellä oleva lainan määrä

$$V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

V_k = jäljellä oleva lainan määrä, kun lainaa lyhennetty k kertaa

K = lainapääoma

q = yhden maksukauden korkokerroin

k = lyhennysten määrä

A = annuiteetti

Jos korko kasvaa, on päätettävä

- laina-aika samana -> maksuerän suuruus kasvaa (kiinteä tasaerä)

- maksuerä samana -> laina-aika kasvaa

Esim1.

Otetaan 200 000€ annuiteettilaina 15 vuodeksi ja lyhennetään sitä kuukausittain. Lainan viitekorko 0,16% ja korkomarginaali 1,28%.

a) Kuinka paljon maksetaan lainasta yhteensä korkoa, jos viitekorko ei muutu?

b) Paljonko lainaa on jäljellä 3 vuoden jälkeen?

Ratk.

a) Vuosikorkokanta: $0,16\% + 1,28\% = 1,44\%$

Kuukausikorkokanta: $\frac{1,44\%}{12} = 0,12\% = 0,0012$

Korkotekijä: $q = 1 + 0,0012 = 1,0012$

Maksukertojen lukumäärä: $15 \cdot 12 = 180$

Lainapääoma: $K = 200\ 000\text{€}$

$$A = Kq^n \frac{1 - q}{1 - q^n} = 200\,000 \cdot 1,0012^{180} \frac{1 - 1,0012}{1 - 1,0012^{180}}$$

$$= 1236,091\dots\text{€} \approx 1236,09 \text{ €}$$

Pankille maksetaan yhteensä: $180 \cdot 1236,09\text{€} = 222\,496,20\text{€}$

Korkoja yhteensä: $222\,496,20\text{€} - 200\,000\text{€} = 22\,496,20\text{€}$

V: Korkoja maksetaan yhteensä 22 496,20€

b) Jäljellä oleva lainapääoma

$$V_k = Kq^k - A \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Lainaa maksettu 3 vuotta eli 36kk

$$V_{36} = 200\,000 \cdot 1,0012^{36} - 1236,09 \cdot \frac{1 - 1,0012^{36}}{1 - 1,0012}$$

$$= 163\,377,37 \text{ €}$$

V: Lainaa jäljellä 163 377,37 €

Esim2.

Otetaan auton ostamista varten 15 000€ annuiteetilaina kolmen vuoden maksuajalla. Lainan korkokanta on 3,6 %. Lainaa lyhennetään kuukausittain. Tee lainalaskelma koko ajalle. Laskelmassa tulee näkyä jokaisen maksukerran lyhennys ja korko.

Ratk.

Laina (€)	15000				
Maksukertoja	36				
Korko (%)	3,6				
Korko kuuka-	0,3				
Prosenttikerr-	0,003				
q	1,003				
Annuiteetti	440,20				
Maksukerta	Laina ennen lyhennystä	Annuiteetti	Korko (€)	Lyhennys (€)	Lainaa lyhennyksen jälkeen
1.	15000	440,20	45	395,20	14604,80
2.	14604,80	440,20	43,81	396,38	14208,42
3.	14208,42	440,20	42,63	397,57	13810,85
4.	13810,85	440,20	41,43	398,76	13412,09
5.	13412,09	440,20	40,24	399,96	13012,13
6.	13012,13	440,20	39,04	401,16	12610,97
7.	12610,97	440,20	37,83	402,36	12208,61
8.	12208,61	440,20	36,63	403,57	11805,04
9.	11805,04	440,20	35,42	404,78	11400,26
10.	11400,26	440,20	34,20	405,99	10994,26
11.	10994,26	440,20	32,98	407,21	10587,05
12.	10587,05	440,20	31,76	408,43	10178,62
13.	10178,62	440,20	30,54	409,66	9768,96
14.	9768,96	440,20	29,31	410,89	9358,07
15.	9358,07	440,20	28,07	412,12	8945,95
16.	8945,95	440,20	26,84	413,36	8532,59
17.	8532,59	440,20	25,60	414,60	8117,99
18.	8117,99	440,20	24,35	415,84	7702,15
19.	7702,15	440,20	23,11	417,09	7285,06
20.	7285,06	440,20	21,86	418,34	6866,72
21.	6866,72	440,20	20,60	419,60	6447,12
22.	6447,12	440,20	19,34	420,85	6026,27
23.	6026,27	440,20	18,08	422,12	5604,15
24.	5604,15	440,20	16,81	423,38	5180,77
25.	5180,77	440,20	15,54	424,65	4756,11
26.	4756,11	440,20	14,27	425,93	4330,19
27.	4330,19	440,20	12,99	427,21	3902,98
28.	3902,98	440,20	11,71	428,49	3474,50
29.	3474,50	440,20	10,42	429,77	3044,72
30.	3044,72	440,20	9,13	431,06	2613,66
31.	2613,66	440,20	7,84	432,35	2181,31
32.	2181,31	440,20	6,54	433,65	1747,66
33.	1747,66	440,20	5,24	434,95	1312,70
34.	1312,70	440,20	3,94	436,26	876,45
35.	876,45	440,20	2,63	437,57	438,88
36.	438,88	440,20	1,32	438,88	0,00

Laina (€)	15000				
Maksukertoja	=3*12				
Korko (%)	3,6				
Korko kuuka-	=C3/12				
Prosenttikerr-	=C4/100				
q	=1+C5				
Annuiteetti	=C1*C6^C2*(1-C6)/(1-C6^C2)				
					Lainaa lyhennyksen
Maksukerta	Laina ennen lyhennystä	Annuiteetti	Korko (€)	Lyhennys (€)	jälkeen
1.	=C1	=C7	=C10*\$C\$5	=D10-E10	=C10-F10
2.	=G10	=D10	=C11*\$C\$5	=D11-E11	=C11-F11
3.	=G11	=D11	=C12*\$C\$5	=D12-E12	=C12-F12
4.	=G12	=D12	=C13*\$C\$5	=D13-E13	=C13-F13
5.	=G13	=D13	=C14*\$C\$5	=D14-E14	=C14-F14
6.	=G14	=D14	=C15*\$C\$5	=D15-E15	=C15-F15
7.	=G15	=D15	=C16*\$C\$5	=D16-E16	=C16-F16
8.	=G16	=D16	=C17*\$C\$5	=D17-E17	=C17-F17
9.	=G17	=D17	=C18*\$C\$5	=D18-E18	=C18-F18
10.	=G18	=D18	=C19*\$C\$5	=D19-E19	=C19-F19
11.	=G19	=D19	=C20*\$C\$5	=D20-E20	=C20-F20
12.	=G20	=D20	=C21*\$C\$5	=D21-E21	=C21-F21
13.	=G21	=D21	=C22*\$C\$5	=D22-E22	=C22-F22
14.	=G22	=D22	=C23*\$C\$5	=D23-E23	=C23-F23
15.	=G23	=D23	=C24*\$C\$5	=D24-E24	=C24-F24
16.	=G24	=D24	=C25*\$C\$5	=D25-E25	=C25-F25
17.	=G25	=D25	=C26*\$C\$5	=D26-E26	=C26-F26
18.	=G26	=D26	=C27*\$C\$5	=D27-E27	=C27-F27
19.	=G27	=D27	=C28*\$C\$5	=D28-E28	=C28-F28
20.	=G28	=D28	=C29*\$C\$5	=D29-E29	=C29-F29
21.	=G29	=D29	=C30*\$C\$5	=D30-E30	=C30-F30
22.	=G30	=D30	=C31*\$C\$5	=D31-E31	=C31-F31
23.	=G31	=D31	=C32*\$C\$5	=D32-E32	=C32-F32
24.	=G32	=D32	=C33*\$C\$5	=D33-E33	=C33-F33
25.	=G33	=D33	=C34*\$C\$5	=D34-E34	=C34-F34
26.	=G34	=D34	=C35*\$C\$5	=D35-E35	=C35-F35
27.	=G35	=D35	=C36*\$C\$5	=D36-E36	=C36-F36
28.	=G36	=D36	=C37*\$C\$5	=D37-E37	=C37-F37
29.	=G37	=D37	=C38*\$C\$5	=D38-E38	=C38-F38
30.	=G38	=D38	=C39*\$C\$5	=D39-E39	=C39-F39
31.	=G39	=D39	=C40*\$C\$5	=D40-E40	=C40-F40
32.	=G40	=D40	=C41*\$C\$5	=D41-E41	=C41-F41
33.	=G41	=D41	=C42*\$C\$5	=D42-E42	=C42-F42
34.	=G42	=D42	=C43*\$C\$5	=D43-E43	=C43-F43
35.	=G43	=D43	=C44*\$C\$5	=D44-E44	=C44-F44
36.	=G44	=D44	=C45*\$C\$5	=D45-E45	=C45-F45

Tehtävät: 1, 2, 3, 4, 9, 10