

## 16-3.

Monivalintatehtävä

- a) Valon taipumista kutsutaan
- **+diffraktioksi**
  - dispersioksi
  - interferenssiksi.
- b) Kun kappaleesta syntyy varjo,
- varjo on tarkkarajainen
  - **+varjon reunassa on tummia ja vaaleita raitoja**
  - valoa ei päädy kappaleen taakse, koska valonsäteet ovat suoria.
- c) Kun hila korvataan toisella hilalla, jonka hilavakio on suurempi,
- **+intensiteettimaksimit tulevat lähemmäksi toisiaan**
  - intensiteettimaksimit siirtyvät kauemmaksi toisistaan
  - intensiteettimaksimien paikat eivät muutu.
- d) Kun laservalo osuu hilaan, varjostimelle muodostuu
- ääretön määrä valopisteitä, jotka himmenevät varjostimen reunoille päin mentäessä
  - **+äärellinen määrä valopisteitä, koska taipumiskulma  $\alpha$  kasvaa kertaluku kertaluvulta, mutta se ei voi olla suurempi kuin 90 astetta.**
  - yksi valopiste, koska laservalossa on vain yhtä aallonpituutta.

## 16-4.

|                                 |                          |
|---------------------------------|--------------------------|
| aallot samassa vaiheessa        | vahvistava interferenssi |
| aallot vastakkaisessa vaiheessa | heikentävä interferenssi |
| aaltojen yhteisvaikutus         | interferenssi            |
| diffraktio                      | taipuminen               |

## 16-5.

- a) Kalvo näyttää värikkäältä, koska interferoivien aaltojen aallonpituus vaikuttaa aaltojen väliseen vaihe-eroon niiden lähtiessä kalvolta havaitsijan silmään. Vaihe-eroon vaikuttavat myös mm. kalvon paksuus ja mahdollinen vaihesiirto, joka tapahtuu valon heijastumisissa rajapinnoista.
- b) Ohuessa kalvossa tapahtuu vahvistava interferenssi, kun kalvon ulko- ja sisäpinnasta heijastuneet aallot ovat samassa vaiheessa.

## 16-6.

- a) Kapeita rakoja voidaan pitää pistemäisinä valolähteinä, joista valo leviää rakolevyn takana diffraktion takia kaikkiin suuntiin. Kahden raon ollessa auki, eri raoista lähteneet aallot interferoivat, jolloin syntyy kuvan kaltainen interferenssikuvio. Jos rako on leveä, syntyy diffraktiokuvio, mutta maksimit syntyvät eri paikkoihin (kauemmaksi sivuille) kuin kahden raon tapauksessa. Kun raot ovat hyvin kapeat ja toinen raoista suljetaan, interferenssiä ei tapahdu ja varjostinta valaisee vain yksi valopiste. Silloin varjostin on kauttaaltaan valaistu, valaistusvoimakkuuden pienentyessä reunoja kohti, koska etäisyys valolähteeseen kasvaa.
- b) Vedessä valo etenee hitaammin kuin ilmassa. Koska valon taajuus pysyy muuttumattomana, vedessä valon aallonpituus on yhtälön  $c = f\lambda$  perusteella pienempi kuin ilmassa. Interferenssiehdon  $d\sin\alpha = k\lambda$  perusteella kulma  $\alpha$  on siten myös pienempi vedessä kuin ilmassa eli valoisat raidat ovat vedessä suoritettussa kokeessa lähempänä toisiaan kuin ilmassa suoritettussa kokeessa.

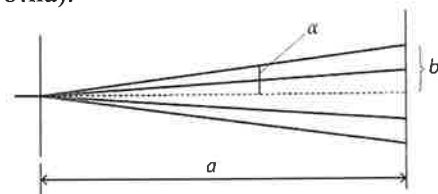
## 16-7.

- a) Prismassa valon hajaantuminen väreihin johtuu valon taitumisesta, hilassa valon taipumisesta. Prismän lasin taitekerroin riippuu valon aallonpituudesta, joka on erivärisillä valoilla erilainen. Hilassa intensiteettimaksimit syntyvät kohtiin, joissa interferoivat aallot vahvistavat toisiaan, ja tämä tapahtuu eri väreille eri kohdissa varjostinta niiden erilaisten aallonpituuksien takia.
- b) Prismassa taittuu vähiten valon punainen osa. Sen aallonpituus lasissa on suurin, joten yhtälön  $c = f\lambda$  perusteella sen nopeus niin ikään suurin. Taittumislain  $\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$  perusteella punaisen valon taitekulma (valon kulkusuunnan ja rajapinnan normaalin välinen kulma)  $\alpha_2$  on suurempi kuin muunväristen valojen taitekulmat eli punainen valo taittuu rajapinnassa vähiten.
- c) Hilassa taipuu eniten valon punainen osa. Hilayhtälön  $d \sin \alpha = k\lambda$  perusteella taipumiskulma  $\alpha$  on suurin punaiselle valolle, koska punaisen valon aallonpituus on suurin.

## 16-8.

$$d = 0,34 \text{ mm} = 0,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}, a = 2,00 \text{ m}, k = 2$$

Koska toisen kertaluvun ( $k = 2$ ) maksimien välimatka on 1,2 cm, on toisen kertaluvun maksimin etäisyys keskellä olevasta nollannen kertaluvun intensiteettimaksimista 0,60 cm (merkitty kuvassa  $b$ :llä).



Toisen kertaluvun intensiteettimaksimia vastaavalle taipumiskulmalle  $\alpha$  saadaan trigonometrian perusteella yhtälö  $\tan \alpha = \frac{0,0060 \text{ m}}{2,00 \text{ m}}$ , josta saadaan taipumiskulman arvoksi  $\alpha = 0,171887^\circ$ .

Aallonpituus  $\lambda$  saadaan yhtälöstä  $d \sin \alpha = k\lambda$ :

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{0,34 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \sin 0,171887^\circ}{2} \approx 5,10 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 510 \text{ nm}.$$

## 16-9.

Koska hilassa on 600 rakoa/mm, hilan hilavakio on  $d = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{600} = 1,66667 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ .

Interferenssikuvion mukaan nollannen kertaluvun maksimien välimatka on 70 mm, joten intensiteettimaksimin etäisyys ensimmäisen kertaluvun valopisteestä on 35 mm.

Ensimmäisen kertaluvun intensiteettimaksimia vastaava taipumiskulma  $\alpha$  saadaan yhtälöstä

$$\tan \alpha = \frac{35 \text{ mm}}{81 \text{ mm}}, \text{ josta } \alpha = 23,3691^\circ.$$

Laserin aallonpituus  $\lambda$  saadaan yhtälöstä  $d \sin \alpha = k\lambda$ :

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{1,66667 \cdot 10^{-6} \text{ m} \cdot \sin 23,3691^\circ}{1} = 6,61089 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 660 \text{ nm}.$$

## 16-10.

$$\lambda = 633 \text{ nm} = 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Neljännän kertaluokan valomaksimi on 17 mm päässä nollannen kertaluokan maksimista. Koska varjostimen etäisyys hilasta on 104,6 cm, yhtälöstä  $\tan \alpha = \frac{17 \text{ mm}}{1046 \text{ mm}}$  saadaan taipumiskulmaksi  $\alpha = 0,931111^\circ$ .

Yhtälöstä  $d \sin \alpha = k \lambda$  saadaan hilavakioksi

$$d = \frac{k \lambda}{\sin \alpha} = \frac{4 \cdot 633 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{\sin 0,931111^\circ} = 1,55813 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

$$\text{Koska } \frac{1 \text{ mm}}{1,55813 \cdot 10^{-4} \text{ m}} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1,55813 \cdot 10^{-4} \text{ m}} \approx 6, \text{ hilassa on } 6 \text{ rakoa/mm}.$$

## 16-11.

$$\lambda = 590 \text{ nm} = 590 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

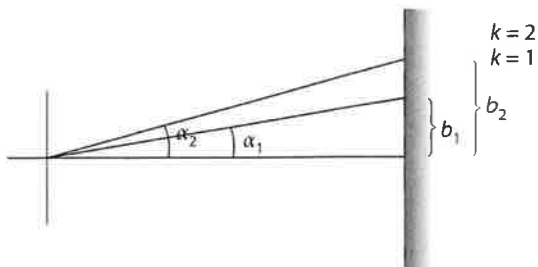
Hilan hilavakio on  $d = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{590} = 1,81818 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . Hilayhtälöstä  $d \sin \alpha = k \lambda$  saadaan yhtälö

$$\sin \alpha = \frac{k \lambda}{d}.$$

Ensimmäisen intensiteettimaksimin tapauksessa on

$$\sin \alpha_1 = \frac{k \lambda}{d} = \frac{1 \cdot 590 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,81818 \cdot 10^{-6} \text{ m}}, \text{ josta saadaan taipumiskulmalle arvo } \alpha_1 = 18,9353^\circ.$$

Etäisyys keskikohdasta on  $b_1 = 5,0 \text{ m} \cdot \tan 18,9353^\circ = 1,71532 \text{ m}$ .



Toisen intensiteettimaksimin tapauksessa on

$$\sin \alpha_2 = \frac{k \lambda}{d} = \frac{2 \cdot 590 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,81818 \cdot 10^{-6} \text{ m}}, \text{ josta saadaan kulmalle arvo } \alpha_2 = 40,4663^\circ.$$

Etäisyys keskikohdasta on  $b_2 = 5,0 \text{ m} \cdot \tan 40,4663^\circ = 4,26532 \text{ m}$ .

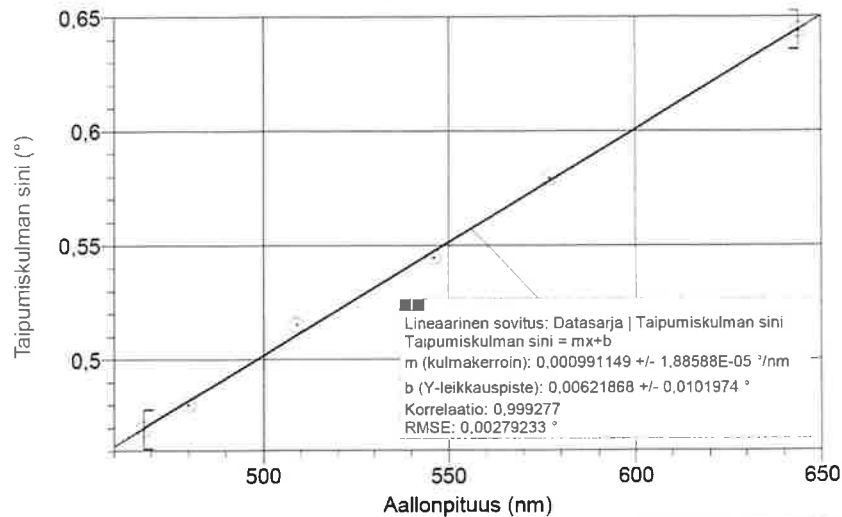
Intensiteettimaksimien välinen etäisyys on

$$\Delta b = b_2 - b_1 = 4,26532 \text{ m} - 1,71532 \text{ m} \approx 2,6 \text{ m}.$$

Huomaa, riippuen käyttämiesi välitulosten tarkkuudesta vastaus voi pyöristyä myös arvoon 2,5 m.

## 16-12.

Hilayhtälöstä  $d \sin \alpha = k \lambda$  seuraa  $\sin \alpha = \frac{k}{d} \lambda$ . Kun mittaustulokset esitetään  $\lambda, \sin \alpha$ -koordinaatistossa, kuvaaja on mittaustarkkuuden rajoissa suora.



Koska mittaukset koskevat toisen kertaluvun intensiteettimaksimeja, on  $k = 2$  ja suoran fysikaalinen kulmakerroin  $\frac{2}{d}$ . Saadaan yhtälö  $\frac{2}{d} = 0,000991149 \frac{1}{\text{nm}}$  josta saadaan hilavakioksi

$$d = \frac{2}{0,000991149} \text{ nm} = 2,01786 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

Johtimien lukumäärä millimetrillä on

$$\frac{1 \text{ mm}}{d} = \frac{1 \text{ mm}}{2,01786 \cdot 10^{-3} \text{ mm}} \approx 500.$$

## 16-13.

$$\lambda = 633 \text{ nm}$$

Hilayhtälöstä  $d \sin \alpha = k \lambda$  saadaan ehto  $\sin \alpha = \frac{k \lambda}{d} \leq 1$ , sillä sinifunktion suurin arvo on 1.

Yhtälöstä  $\frac{k \lambda}{d} \leq 1$  saadaan ehto intensiteettimaksimien lukumäärälle:

$$k \leq \frac{d}{\lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{633 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \approx 4,6.$$

Näin ollen  $k$  voi saada arvot 0, 1, 2, 3 ja 4. Intensiteettimaksimit muodostuvat keskelle ja kummallekin puolelle eli yhteensä maksimeita on 9.

## 16-14.

$$d = 4,00 \text{ } \mu\text{m}$$

Näkyvän valon spektri kattaa aallonpituusalueen 400...700 nm.

Hilayhtälöstä  $d \sin \alpha = k \lambda$  seuraa taipumiskulmalle yhtälö  $\sin \alpha = \frac{k \lambda}{d}$ .

Ensimmäisen kertaluvun ( $k = 1$ ) spektri alkaa taipumiskulmassa, jonka sini on

$$\sin \alpha_{a1} = \frac{1 \cdot 400 \text{ nm}}{4000 \text{ nm}} = 0,100 \text{ eli } \alpha_{a1} \approx 5,74^\circ, \text{ ja loppuu taipumiskulmassa, jonka sini on}$$

$$\sin \alpha_{i1} = \frac{1 \cdot 700 \text{ nm}}{4000 \text{ nm}} = 0,175 \text{ eli } \alpha_{i1} \approx 10,1^\circ$$

Toisen kertaluvun ( $k = 2$ ) spektri alkaa taipumiskulmassa, jonka sini on

$$\sin \alpha_{a2} = \frac{2 \cdot 400 \text{ nm}}{4000 \text{ nm}} = 0,200 \text{ eli } \alpha_{a2} \approx 11,5^\circ, \text{ ja loppuu taipumiskulmassa, jonka sini on}$$

$$\sin \alpha_{i2} = \frac{2 \cdot 700 \text{ nm}}{4000 \text{ nm}} = 0,350 \text{ eli } \alpha_{i2} \approx 20,5^\circ$$

Ensimmäisen kertaluvun spektri muodostuu välille  $5,74^\circ \dots 10,1^\circ$ , toisen kertaluvun spektri välille  $11,5^\circ \dots 20,5^\circ$ .

## 16-15.

$$\lambda_1 = 600,0 \text{ nm}, \lambda_2 = 700,0 \text{ nm}, n = 1,25$$

Olkoon asetonikerroksen paksuus  $d$ . Koska asetonin taitekerroin on 1,25, valon aallonpituus  $\lambda_1 = 600,0 \text{ nm}$  vastaa asetonissa aallonpituutta

$$\lambda_{a1} = \frac{\lambda_1}{n} = \frac{600,0 \text{ nm}}{1,25} = 480 \text{ nm ja}$$

aallonpituus  $\lambda_2 = 700,0 \text{ nm}$  vastaa aallonpituutta

$$\lambda_{a2} = \frac{\lambda_2}{n} = \frac{700,0 \text{ nm}}{1,25} = 560 \text{ nm}.$$

Koska kalvo ei heijasta valoa, on tulevan ja heijastuneen säteen välinen vaihe-ero sellainen, että säteet sammuttavat toisensa. Tämä tapahtuu, kun aaltojen välillä on puolen aallonpituuden ero eli asetonikerroksen alapinnasta heijastuneen aallon kulkema ylimääräinen matka  $2d$  on kokonainen

määrä aallonpituuksia plus yksi puoliallonpituus:  $2d = (k + \frac{1}{2})\lambda_{a1}$ .

Kun havaitaan intensiteettimaksimi, vaihe-eroa ei ole ja säteet vahvistavat toisiaan eli  $2d = k\lambda_{a2}$ .

Yhdistämällä nämä yhtälöt saadaan  $(k + \frac{1}{2})\lambda_{a1} = k\lambda_{a2}$ , josta

$$k = \frac{-\frac{1}{2}\lambda_{a1}}{\lambda_{a1} - \lambda_{a2}} = \frac{-0,5 \cdot 480 \text{ nm}}{480 \text{ nm} - 560 \text{ nm}} = 3.$$

Näin ollen ehdosta  $2d = k\lambda_{a2}$  asetonikerroksen paksuudeksi saadaan

$$d = \frac{3\lambda_{a2}}{2} = \frac{3 \cdot 560 \text{ nm}}{2} = 840 \text{ nm}.$$

## 16-16.

$$\lambda_1 = 540 \text{ nm}, n_1 = 1,00, n_2 = 1,35$$

Saippuakuplassa valo saapuu optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään aineeseen, joten molemmissa heijastumisissa tapahtuu puolta aallonpituutta vastaava vaihesiirto. Tällöin heijastuneet aallot ovat samassa vaiheessa.

Koska saippuakupla on vihreä, kuplan etupinnasta ja takapinnasta heijastuneet aallot ovat samassa vaiheessa ja syntyy vahvistava interferenssi. Kalvon paksuuden  $d$  tulee silloin toteuttaa yhtälö  $2d = (k + \frac{1}{2}) \lambda_2$ , jossa  $\lambda_2$  on aallonpituus kuplassa.

$$\text{Yhtälöstä } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2} \text{ saadaan } \lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 = \frac{1,00}{1,35} \cdot 540 \text{ nm} = 400 \text{ nm}.$$

Ohuimmalle vihreää valoa heijastavalle saippuakuplalle on  $k = 0$  eli yhtälö  $2d = \lambda_2/2$ , jolloin kuplan paksuus on

$$d = \frac{\lambda_2}{4} = \frac{400 \text{ nm}}{4} = 100 \text{ nm}.$$

Toiseksi ohuimman saippuakuplan tapauksessa on  $k = 1$  eli  $2d = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \lambda_2$ . Tällöin paksuus on

$$d = \frac{3}{4} \lambda_2 = \frac{3}{4} \cdot 400 \text{ nm} = 300 \text{ nm}$$

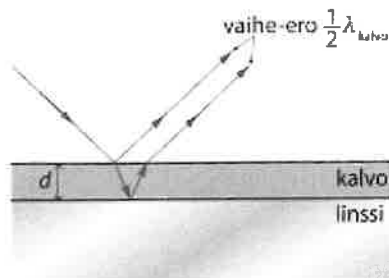
Kolmanneksi ohuimman saippuakuplan tapauksessa on  $k = 2$  eli  $2d = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \lambda_2$ . Tällöin paksuus on

$$d = \frac{5}{4} \lambda_2 = \frac{5}{4} \cdot 400 \text{ nm} = 500 \text{ nm}.$$

16-17.

$$n_{\text{ilma}} = 1,00, n_{\text{kalvo}} = 1,18, n_{\text{lasi}} = 1,35, \lambda_{\text{ilma}} = 550 \text{ nm}$$

Valo saapuu optisesti harvemmasta aineesta optisesti tiheämpään, joten molemmissa heijastumisissa tapahtuu puolta aallonpituutta vastaava vaihesiirto ja aallot heikentävät toisiaan. Aaltojen välillä tulee olla puolen aallonpituuden suuruinen vaihe-ero niiden heijastuttua kalvosta.



Koska  $n_{\text{ilma}} < n_{\text{kalvo}} < n_{\text{lasi}}$ , tapahtuu kalvon molemmilla pinnoilla puolen aallonpituuden vaihesiirto. Heijastuneiden aaltojen välille ei silloin synny vaihesiirron takia vaihe-eroa. Vaihe-ero voi siis aiheutua vain aaltojen kulkeman matkan erosta.

Kalvon etupinnasta ja takapinnasta heijastuneet aallot heikentävät toisiaan, kun

$$2d = \frac{1}{2} \lambda_{\text{kalvo}} \text{ eli } d = \frac{1}{4} \lambda_{\text{kalvo}}.$$

Lasketaan aallonpituus kalvossa yhtälöstä  $\frac{n_{\text{kalvo}}}{n_{\text{ilma}}} = \frac{\lambda_{\text{ilma}}}{\lambda_{\text{kalvo}}}$ :

$$\lambda_{\text{kalvo}} = \lambda_{\text{ilma}} \cdot \frac{n_{\text{ilma}}}{n_{\text{kalvo}}} = 550 \text{ nm} \cdot \frac{1,00}{1,18} = 466,102 \text{ nm}.$$

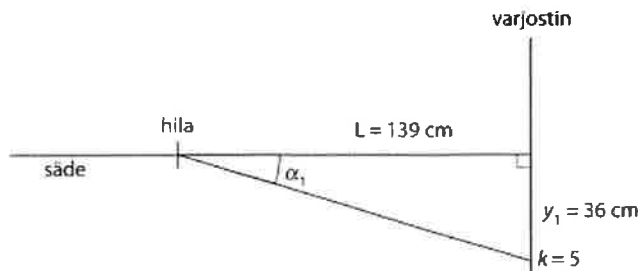
Kalvon paksuudeksi saadaan

$$d = \frac{1}{4} \lambda_{\text{kalvo}} = \frac{1}{4} \cdot 466,102 \text{ nm} \approx 117 \text{ nm}.$$

16-18.

$$\lambda = 632,8 \text{ nm}, L = 139 \text{ cm}$$

- a) Tehtävän kuvasta havaitaan, että viidennen kertaluvun valoisa piste on punaisen laserin tapauksessa  $41 \text{ cm} - 5,0 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$  etäisyydellä keskusmaksimista.



Punaisen valon taipumiskulma saadaan yhtälöstä  $\tan \alpha_1 = \frac{36 \text{ cm}}{139 \text{ cm}}$ . Taipumiskulma on

$\alpha_1 = 14,5201^\circ$ . Hilayhtälöstä  $d \sin \alpha_1 = k \lambda$  saadaan hilavakioksi

$$d = \frac{k \lambda}{\sin \alpha_1} = \frac{5 \cdot 632,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{\sin 14,5201^\circ} = 1,26197 \cdot 10^{-5} \text{ m} \approx 13 \text{ } \mu\text{m}.$$

- b) Keltaiselle valolle vastaava viidennen kertaluvun valopisteen etäisyys diffraktiokuvion keskikohdasta (keskusmaksimista) on 33,8 cm. Keltaisen valon taipumiskulma saadaan yhtälöstä

$\tan \alpha_2 = \frac{33,8 \text{ cm}}{139 \text{ cm}}$ . Taipumiskulma on  $\alpha_2 = 13,6671^\circ$ . Hilayhtälöstä  $d \sin \alpha = k \lambda$  saadaan keltaisen

$$\text{valon aallonpituudeksi } \lambda = \frac{d \sin \alpha}{k} = \frac{1,26197 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \sin 13,6671^\circ}{5} \approx 600 \text{ nm}.$$