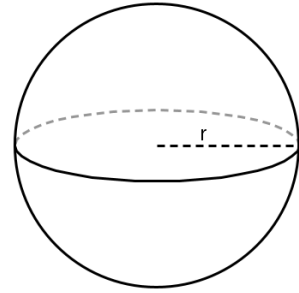


16. Pallo

Pallo (määritelmä)

Pallo muodostuu niistä avaruuden pisteistä, jotka ovat samalla etäisyydellä pallon keskipisteestä.

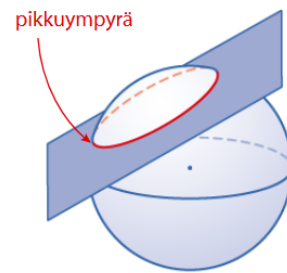
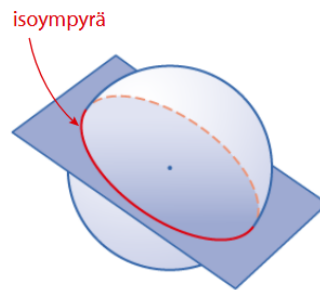
(r = säde)



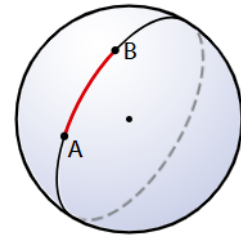
Iso- ja pikkuympyrä

Jos taso kulkee pallon keskipisteen kautta, muodostuu *isoympyrä*. Isoympyrän säde on sama kuin pallon säde.

Jos taso ei kulje keskipisteen kautta, muodostuu *pikkuympyrä*.



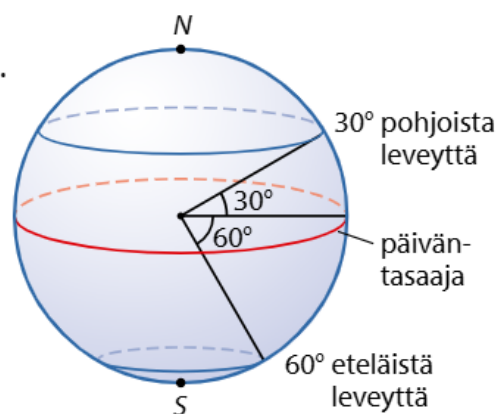
Pallon pinnalla lyhin reitti pisteen A ja B välillä kulkee pitkin pisteiden kautta kulkevaa isoympyrää.



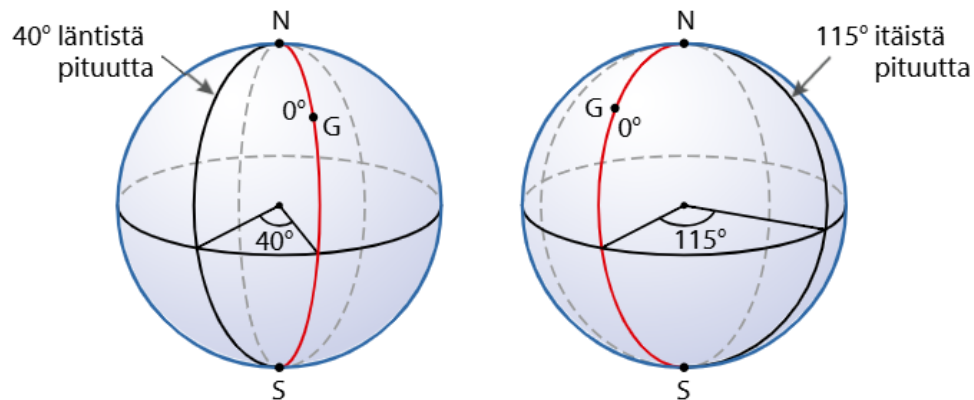
Leveys- ja pituuspiirit:

Leveyspiirejä ovat päiväntasaaja ja sen kanssa yhdensuuntaiset pikkuympyrät.

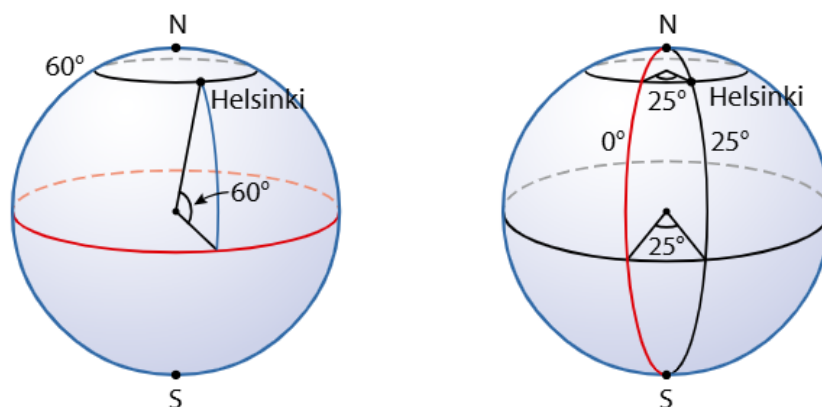
Päiväntasaajan leveyspiiri on 0° , etelänavan leveyspiiri on 90° eteläistä leveyttä ja pohjoisnavan 90° pohjoista leveyttä.



Pituuspiirit ovat maapallon pohjois- ja etelänavan kautta kulkevia isoym-
pyrän puolikkaita. Greenwichissä sijaitsevan kuninkaallisen observatorion
kautta kulkeva pituuspiiri on 0° . Pituuspiirien asteluvut ovat 0° – 180° .



Helsingin sijainti asteen tarkkuudella on 60° N, 25° E. Helsinki siis
sijaitsee 60 astetta pohjoiseen päiväntasaajasta ja 25 astetta itään
nollapituuspiiristä.



Esim1.

Rovaniemeltä (67° N, 26° E) lähdetään kompassin avulla kohti länttä ja kuljetaan
säilyttäen koko ajan suunta läneen, ts. kuljetaan koko ajan 67° leveyspiirillä. Kuinka
pitkä matka on kuljettu, kun ollaan jälleen Rovaniemellä? Maapallon säde on 6 370 km.

Ratk.

Merkitään

$$R = 6\,370\text{ km}$$

Lasketaan α

$$\alpha = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$$

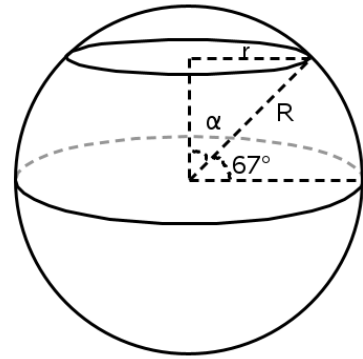
Lasketaan pikkuympyrän säde, joka kulkee Rovaniemen kautta

$$\sin \alpha = \frac{r}{R}$$

$$r = R \sin \alpha$$

$$r = 6\,370 \text{ km} \cdot \sin 23^\circ$$

$$= 2\,488,95... \text{ km}$$



Lasketaan pikkuympyrän piiri

$$p = 2\pi r$$

$$= 2\pi \cdot 2\,488,95... \text{ km}$$

$$= 15\,638,57... \text{ km}$$

$$\approx 15\,600 \text{ km}$$

V: Kuljettu matka on 15 600 km

Pallon tilavuus ja pinta-ala (lause)

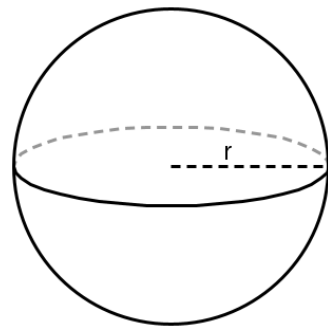
Pallon tilavuus

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

ja pallon pinta-ala

$$A = 4\pi r^2,$$

jossa r = pallon säde



Kun pallo leikataan tasolla, muodostuu kaksi kappaletta, joita kutsutaan *pallosegmenteiksi*.
Pallonpinta jakautuu samalla kahdeksi kalotiksi.

Kaksi yhdensuuntaista tasoa rajaavat pallopinnasta pinnan, jota kutsutaan vyöhykkeeksi.

Pallosegmentin tilavuus:

$$V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right)$$

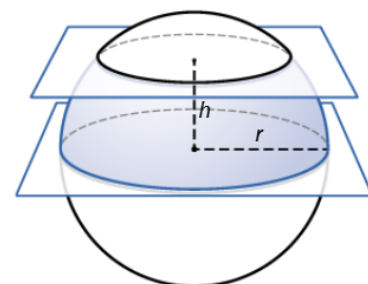
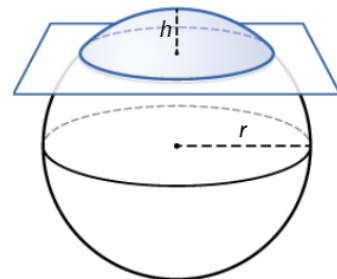
ja **kalotin tai vyöhykkeen pinta-ala**

$$A = 2\pi r h,$$

jossa

r = pallon säde

h = segmentin, kalotin tai vyöhykkeen korkeus



Esim2.

Pesuainepullon korkki on puolipallon muotoinen. Korkkia käytetään pesuaineen annostelussa mittana. Pesuohjeen mukaan liuosta tarvitaan 30 ml. Tätä tilavuutta osoittava merkkiviiva on korkin korkeuden puolivälissä. Laske korkin tilavuus.

Ratk.

Piirretään kuva, jossa

$$V = 30 \text{ ml} = 30 \text{ cm}^3$$

Koska merkki on korkeuden puolivälissä, niin

$$r = 2h$$

$$h = \frac{r}{2}$$

Sijoitetaan $V = 30 \text{ cm}^3$ ja $h = \frac{r}{2}$ pallosegmentin

tilavuuden yhtälöön ja ratkaistaan r

$$V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right)$$

$$V = \pi \left(\frac{r}{2} \right)^2 \left(r - \frac{\frac{r}{2}}{3} \right)$$

$$\text{solve} \left(30 = \pi \cdot \left(\frac{r}{2} \right)^2 \cdot \left(r - \frac{\frac{r}{2}}{3} \right), r \right) | r > 0 \rightarrow r = 3.5788$$

Korkin tilavuus:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3.5788)^3 \rightarrow 95.9999 \approx 96 \text{ ml}$$

V: Korkin tilavuus on 96 ml

