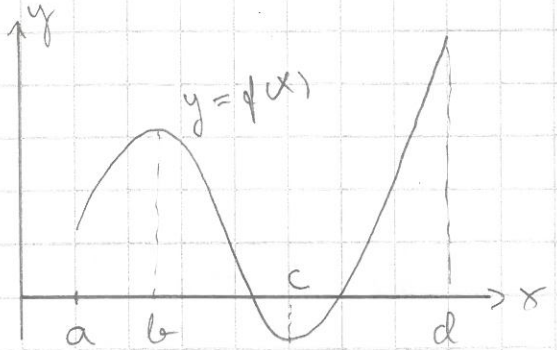
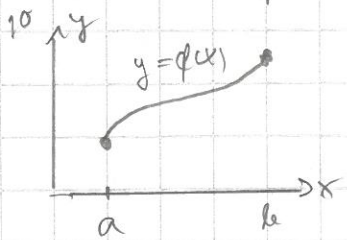
9. Polynomifunktion suurin ja pienin arvo



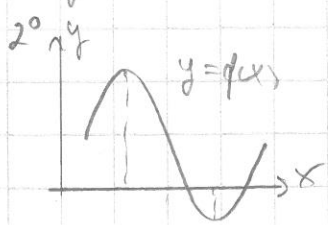
$\begin{cases} f(b), f(d): \text{(paikallinen) maksimiarvo} \\ f(a), f(c): (\text{---}''\text{---}) \text{ minimiarvo} \end{cases}$

$\begin{cases} f(d) \text{ suurin arvo} \\ f(c) \text{ pienin arvo} \end{cases}$

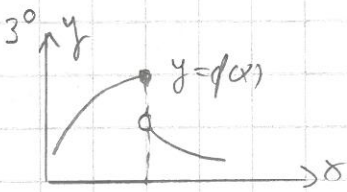
Funktion f suurin / pienin arvo löytyvät:



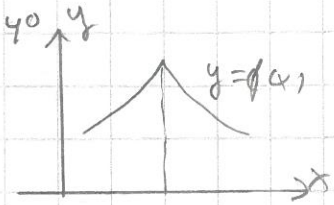
suljetun välin $[a,b]$ päätepisteet



derivaatan 0-kohdat



ei-jatkuvuus-kohdat



kohdat joissa derivaattaa ei ole (terävä piste)

Polynomifunktiot ovat jatkuvia ja derivoituvia $\mathbb{R}$:ssä
$\Rightarrow$ tapaukset 1° ja 2°

9.12 $f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$

f on jatkuva ja derivoituva $\mathbb{R}$:ssä

$f'(x) = 4x^3 - 16x = 0 \iff 4x(x^2 - 4) = 0 \iff x = 0 \text{ tai } x = \begin{cases} -2 \\ 2 \end{cases}$

f'	$-$		$+$		$-$		$+$
f	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
		-2		0		2	
		min				min	

$f'(-3) = -60 < 0$, $f(-1) = 12 > 0$

$f'(1) = -12 < 0$, $f(3) = 60 > 0$

$f(-2) = f(2) = -15$ pienin arvo

$\left.\begin{matrix} f(0) = 1 \\ \text{esim. } f(3) = 10 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(0)$ ei ole suurin arvo $\Rightarrow$ suurinta arvoa ei ole

9.20 $f(t) = -0{,}0006t^4 + 0{,}02t^3 - 0{,}02t^2 + 0{,}88t + 22$

f jatk. ja derivoituva välillä $[1, 31]$

F ON JATKUVA JA DERIVOITUVA KOKO REAALILUKUJEN JOUKOSSA

$f'(t) = -0{,}0024t^3 + 0{,}06t^2 - 0{,}04t + 0{,}88 \quad (= 0 \text{ paha!})$

f' jatk. ja derivoituva välillä $[1, 31]$

$f''(t) = -0{,}0072t^2 + 0{,}12t - 0{,}04 = 0 \iff t \approx \begin{cases} 0{,}340 \\ 16{,}326 \end{cases}$