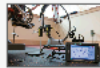
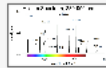
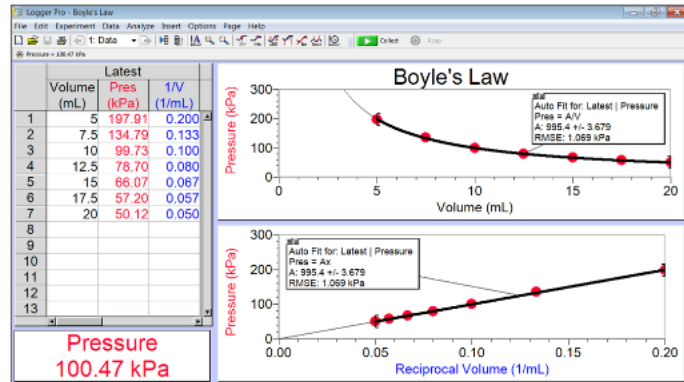


Luku 4: Tiedon esittäminen ja analysointi

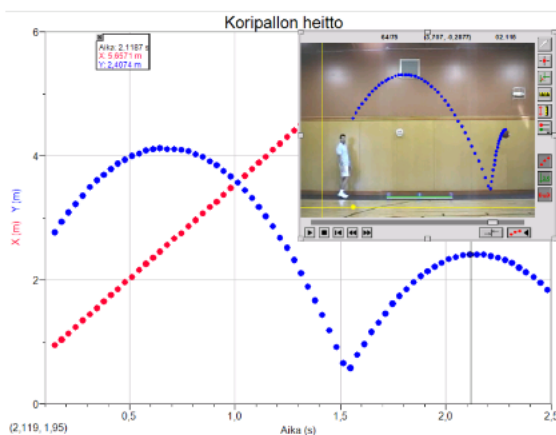
Keskeiset sisällöt

- Mittaustulosten esittäminen
- Kuvaajan laadinta
- Kuvaajan tulkintaa
- Suureiden väliset riippuvuudet
- Suoraan verrannollisuus
- Kulmakertoimen määrittäminen



Mittauspisteiden esittäminen graafisesti kuvaajan avulla

Mittaamalla saatu numeerinen tieto voidaan esittää taulukkomuodossa tai kuvaajana koordinaatistossa. Taulukosta, jossa on paljon mittauspisteitä, on vaikea tehdä johtopäätöksiä suureiden välisistä riippuvuuksista. Kuvaajien akseleille valitaan suureet sen mukaan minkä suureiden välisiä riippuvuuksia halutaan kuvaajan avulla tutkia. Samassa kuvaajassa voi olla samanaikaisesti useita eri mittauskertoja ja useita eri suureita.



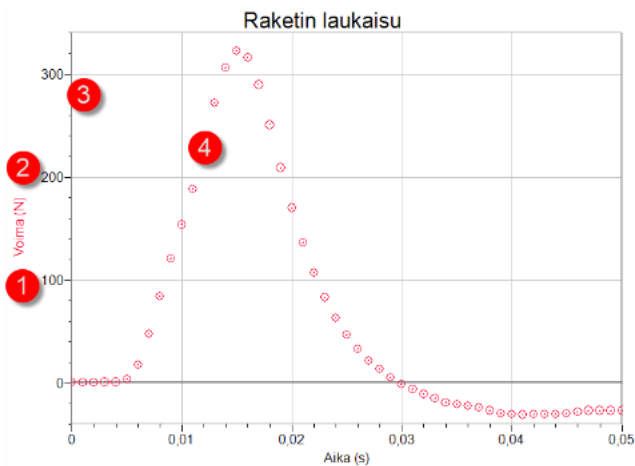
Kuvaajasta nähdään pallon paikan x ja y-koordinaatit ajan funktiona.

Kuvaajan laadinta

Mittaustuloksista voidaan laatia kuvaaja käsin esimerkiksi millimetripaperille tai sitten tietokoneella käyttämällä tähän soveltuvaa ohjelmaa.

Kuvaajan laadinnan vaiheet:

1. Kirjoitetaan suureiden nimet tai tunnukset akseleille.
2. Kirjoitetaan suureiden yksiköiden tunnukset.
3. Valitaan sopivat lukuarvot akseleille.
4. Merkitään mittauspisteiden arvot koordinaatistoon.



Kuvaajan piirtäminen TI-Nspirellä

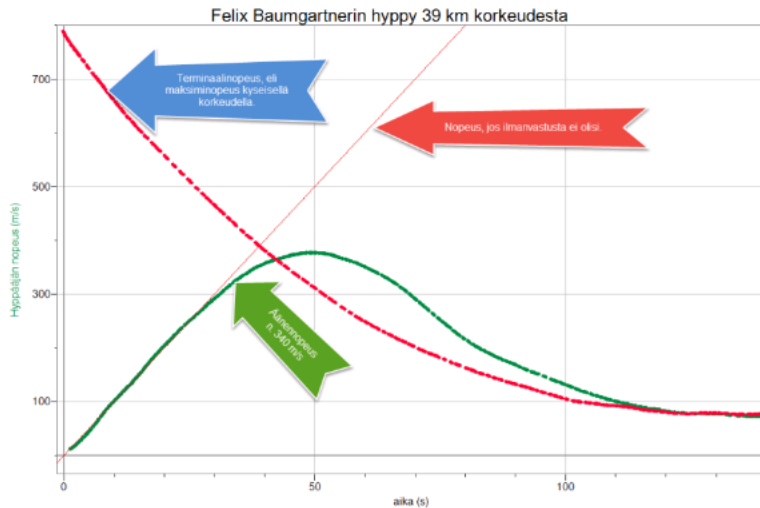
- Avaa DataQuest -sovellus.
- Siirry taulukko välilehdelle.
- Nimeä sarakkeet niiden otsikoita kaksoisklikkaamalla.
- Merkitse tietoihin suureiden yksiköt ja tunnukset.
- Syötä mittaustulokset taulukkoon.
- Palaa takaisin Kuvaajat -välilehdelle , jossa näet muodostuneen kuvaajan.

run1	
x	y
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

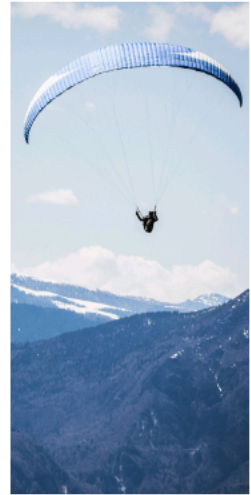
Kuvaajien tulkintaa

Kuvaajien avulla voidaan tutkittavasta ilmiöstä selvittää:

- Suureen arvojen vaihteluväli, minimi, maksimi ja nollakohdat
- Suureen arvojen muutosnopeuden
- Suureiden väliset riippuvuudet
- Mittausvirheet mahdollisina poikkeamina muista mittauspisteistä.



Mitä asioita hypystä voit kuvaajan perusteella selvittää?



Suureiden väliset riippuvuudet

Mitattujen suureiden väliltä voidaan havaita erilaisia riippuvuuksia ja mittauspisteisiin voidaan sovittaa funktioita, joiden avulla tutkittua ilmiötä voidaan mallintaa matemaattisesti.

Esimerkkejä suureiden välisistä riippuvuuksista

1. Suoraan verrannollisuus

$$y = k \cdot x, \text{ missä } k \text{ on kulmakerroin}$$

2. Lineaarinen riippuvuus

$$y = k \cdot x + b,$$

3. Toisen asteen polynomi

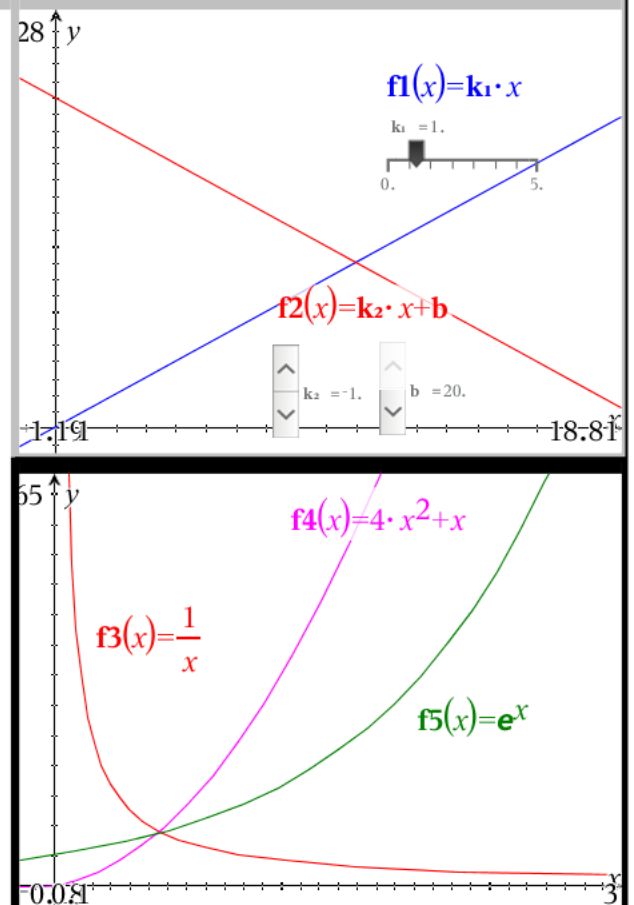
$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

4. Kääntäen verrannollisuus

$$y = k \cdot \frac{1}{x}, \text{ missä } k \text{ on verrannollisuuskertoimen}$$

5. Eksponentiaalinen verrannollisuus

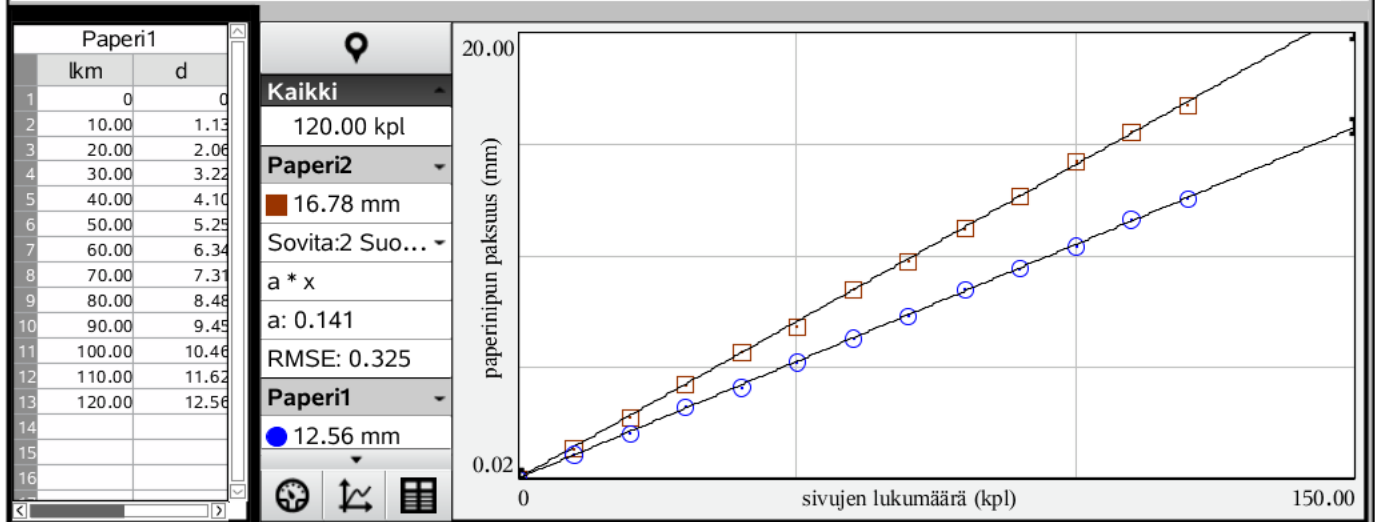
$$y = a \cdot k^x$$



Suoraan verrannollisuus ja kulmakerroin

Suoraan verrannollisten suureiden kuvaaja on origon kautta kulkeva suora, jonka jyrkkyys kuvaa tutkittujen suureiden välistä verrannollisuutta.

Tutkittaessa esimerkiksi paperinipun paksuuden ja sivujen määrän välistä riippuvuutta, saadaan alla olevassa taulukossa olevat tulokset. Laaditaan kuvaaja, jossa paperinipun paksuus esitetään sivumäärän funktiona ja sovitetaan pisteisiin origosta lähtevä suora. Kulmakertoimeksi saadaan 1. paperille 0.105 mm/s ja toiselle 0.141 mm/s. Suoran jyrkkyys kuvaa siis tutkitun paperin yhden sivun paksuutta.



Kulmakertoimen laskeminen

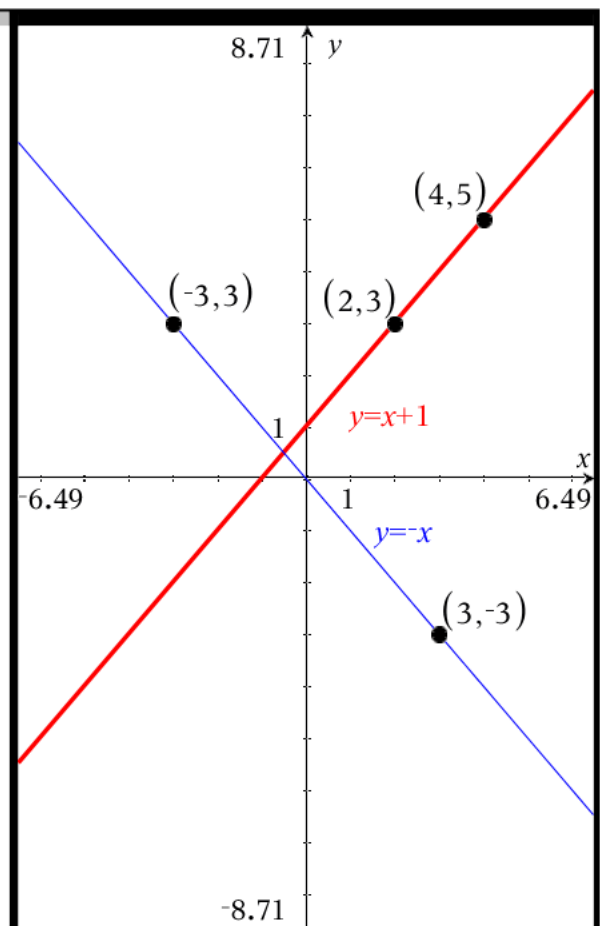
Suoran kulmakerroin lasketaan kahden pisteen avulla selvittämällä mikä on y-koordinaatin muutoksen suhde x-koordinaatin muutokseen vastaavalla välillä.

Esimerkiksi pisteiden (2,3) ja (4,5) kautta kulkevan suoran kulmakerroin on

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1$$

ja pisteiden (-3,3) ja (3,-3) kautta kulkevan suoran kulmakerroin on

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 3}{3 - (-3)} = \frac{-6}{6} = -1$$



Tehtäviä

1. Laadi graafinen esitys alla olevista lämpötilan mittaustuloksista, jotka saatiin, kun vettä lämmitettiin vedenkeittimellä. Nimeä sarakkeet(x: aika ja y: lämpötila) ja anna suureille yksiköt(s ja °C).

- Millä ajanhetkellä lämmitys aloitetaan?
- Kuinka paljon veden lämpötila muuttuu ja kuinka paljon tähän muutokseen kuluu aikaa?
- Sovita suora siihen osaan mittauspisteistä, jossa vesi lämpenee. Kuinka suuri on tämän suoran jyrkkyys, eli kulmakerroin?
- Mitä kulmakerroin kertoo veden lämpenemisestä?

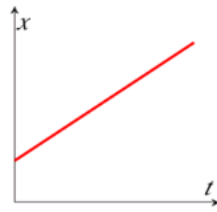
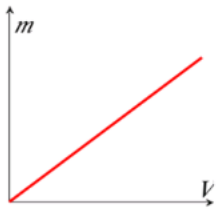
run1		
	x	y
1	0	19.19
2	0.50	19.19
3	1.00	19.19
4	1.50	19.19
5	2.00	19.19
6	2.50	19.19
7	3.00	19.19
8	3.50	19.19
9	4.00	19.19
10	4.50	19.19
11	5.00	19.19
12	5.50	19.19
13	6.00	19.19
14	6.50	19.19
15	7.00	19.19
16	7.50	19.19
17	8.00	19.19
18	8.50	19.19
19	9.00	19.19
20	9.50	19.19
21	10.00	19.19
22	10.50	19.19
23	11.00	19.19
24	11.50	19.19
25	12.00	19.19
26	12.50	19.19
27	13.00	19.19
28	13.50	19.19
29	14.00	19.19
30	14.50	19.26
31	15.00	19.42
32	15.50	19.67
33	16.00	19.83

2. Laadi graafinen esitys Celsius ja Farenheit –asteikkojen välisestä riippuvuudesta seuraavan kuvan avulla.

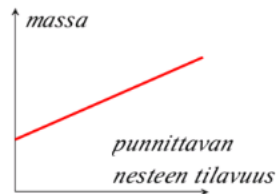
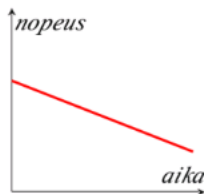
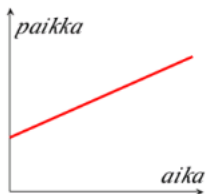
- Millainen riippuvuus näiden välillä on, kun Farenheit esitetään Celsius –asteiden funktiona?
- Mikä on mittauspisteisiin sovitetun funktion yhtälö?



3. Mitä kulmakerroin kuvaa seuraavissa kuvaajissa?



4. Mitä suoran vakiotermi voisi tarkoittaa seuraavissa tilanteissa?



Vastauksia

Vastauksia

1. a) n. 14 sekunnin kohdalla

b) noin 80 astetta ja 101 sekuntia

c) kulmakerroin on noin $0.84\text{ }^{\circ}\text{C/s}$

d) kulmakerroin kertoo veden lämpenemisnopeuden

2. a) Lineaarinen riippuvuus

b) $f(x) = 1.8x + 32$, kun x on lämpötilan arvo Celsius -asteina.