2 TALLETUKSET

POHDITTAVAA

1. Viidesosa Aleksandran käteen jäävistä vuosituloista on

$\frac{25\,000\text{ €}}{5} = 5000\text{ €}.$ Aleksandra säästää siis 5000 € vuodessa, ja hän tarvitsee yhteensä 200 000 €.

Aleksandran on siis säästettävä

$\frac{200\,000}{5000} = 40$ vuotta.

Noin pitkässä ajassa elämäntilanne ehtii muuttua paljon. Esimerkiksi tulojen suuruus ja asunnon tarve muuttuu, joten suunnitelma ei ole realistinen.

Vastaus: 40 vuotta, ei kovin realistinen

2. Ajatellaan, että haluat ostaa esimerkiksi auton, jonka hinta on 20 000 €, ja vuositulosi lukion jälkeen ovat esimerkiksi 10 000 €.

Jos pystyt säästämään vuosituloista neljäsosan eli $\frac{10\,000\text{ €}}{4} = 2500\text{ €},$

rahat autoa varten on säästetty $\frac{20\,000}{2500} = 8$ vuodessa.

Jos pystyt säästämään vuosituloista kymmenesosan eli $\frac{10\,000\text{ €}}{10} = 1000\text{ €},$

rahat autoa varten on säästetty $\frac{20\,000}{1000} = 20$ vuodessa.

Joutuisit säästämään autoa varten esimerkiksi 8 vuotta tai 20 vuotta.

Vastaus: –

2.1 Yksinkertainen korko

ALOITA PERUSTEISTA

201. **a)** Korkoa maksetaan 2,00 % talletuksen suuruudesta. 1 % talletuksen suuruudesta on $\frac{500\ €}{100} = 5\ €,$ joten 2 % talletuksen suuruudesta on $2 \cdot 5\ € = 10\ €.$

Tilille maksetaan vuodessa korkoa 10 €.

Vastaus: 10 euroa

b) Korko lisätään pääomaan.
Tilillä on koron maksun jälkeen rahaa $500\ € + 10\ € = 510\ €.$

Vastaus: 510 euroa

202. Korosta maksetaan lähdeveroa 30 %.

Lasketaan, kuinka monta euroa on 30 % 200 eurosta. 1 % 200 eurosta on $\frac{200\ €}{100} = 2\ €,$ joten 30 % 200 eurosta on $30 \cdot 2\ € = 60\ €.$

200 euron korosta maksetaan lähdeveroa 60 €.

Vastaus: 60 euroa

203. **a)** Korkokanta tarkoittaa tilin korkoa prosentteina. Nettokorkokanta tarkoittaa sitä tilin korkoprosenttia, josta lähdevero on pidätetty.

b) Lähdevero on 30 %, joten tilin korosta jää koron maksun jälkeen $100\ \% - 30\ \% = 70\ \%$ jäljelle.

Nettokorkokanta on siis $0{,}70 \cdot 2{,}20\ \% = 1{,}54\ \%.$

Vastaus: 1,54 %

204. **a)** Lähdevero on 30 %, joten tilin korosta jää koronmaksun jälkeen 100 % − 30 % = 70 % jäljelle. Nettokorkokanta on siis 0,7 · 1,50 % = 1,05 %.

Vastaus: 1,05 %

b) Korkoa maksetaan 1,05 % talletuksen suuruudesta, eli 0,0105 · 1000 € = 10,50 €.

Nettokorko on 10,50 €.

Vastaus: 10,50 euroa

c) Koron maksun jälkeen tilillä on 1000 € + 10,50 € = 1010,50 €.

Vastaus: 1010,50 euroa

205. Yhtälössä k on pääoma, i korkokanta prosenttikertoimena ja t korkoaika kuukausina.

a) k = 2600 € on pääoma, joten väite on oikein.

Vastaus: oikein

b) Korkokanta on i = 0,90 % = 0,009, joten väite on väärin.

Vastaus: väärin; 0,0090

c) Korkoaika vuosina saadaan jakamalla korkopäivien määrä luvulla 360. Korkoaika on siis vuosina $t = \frac{73}{360}$, joten väite on väärin.

Vastaus: väärin, $\frac{73}{360}$

206. **a)** Lasketaan korkopäivät.
huhtikuu: 30 − 16 = 14 (talletuspäivää ei lasketa)
toukokuu: 9 (lopetuspäivä lasketaan)

Korkopäiviä on yhteensä 14 + 9 = 23.

Vastaus: 23 päivää

b) Korkopäiviä on 23, joten korkoaika on $\frac{23}{365}$ vuotta.

Vastaus: $\frac{23}{365}$ vuotta

207. **a)** Koska tehtävässä ei ole toisin sanottu, korkotapa on 30/360.
Lasketaan korkopäivät.
maaliskuu: 30 − 30 = 0 (talletuspäivää ei lasketa)
huhtikuu: 30
toukokuu: 30
kesäkuu: 15 (lopetuspäivä lasketaan)

Korkopäiviä on yhteensä 30 + 30 + 15 = 75, joten korkoaika on

$$\frac{75}{360}^{(15} = \frac{5}{24} \text{ vuotta.}$$

Vastaus: $\frac{5}{24}$ vuotta

b) Nettokorkokanta on 0,7 · 1,20 % = 0,84 %.

Vastaus: 0,84 %

c) Lasketaan korko r, kun pääoma k = 750 €, korkokanta i = 0,0084 ja korkoaika $t = \frac{5}{24}$ vuotta.

$$r = kit = 750\text{ €} \cdot 0{,}0084 \cdot \frac{5}{24} = 1{,}3125 \approx 1{,}31\text{ €}$$

Vastaus: 1,31 euroa

208. Nettokorkokanta on 3,50 %, joten $i = 0{,}0350$.
Korkoaika $t = 1$ vuosi.
Maksetun koron määrä on $r = 50{,}05$ €.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä talletettu summa k.

$$\begin{aligned} r &= kit \\ 50{,}05 &= k \cdot 0{,}0350 \cdot 1 \qquad \|: 0{,}0350 \\ k &= 1430 \end{aligned}$$

Jasmin talletti 1430 €.

Vastaus: $50{,}05 = k \cdot 0{,}0350 \cdot 1$ ja 1430 euroa

VAHVISTA OSAAMISTA

209. Pääoma on $k = 1000$ €.
Tilin korkokanta on 2,00 %, joten $i = 0{,}02$, kun lähdeveroa ei huomioida.
Talletusaika on vuosi, joten korkoaika on $t = 1$.

Jos veroja ei huomioida, korko on
$r = kit = 1000\text{ €} \cdot 0{,}02 \cdot 1 = 1000\text{ €} \cdot 0{,}02$.
Ilmaisua A vastaa siis lauseke I.

Asiakas saa lähdeveron jälkeen tilille 70 % korosta eli
$0{,}7 \cdot 1000\text{ €} \cdot 0{,}02$.
Ilmaisua B vastaa siis lauseke III.

Verottajalle maksetaan 30 % koroista eli
$0{,}3 \cdot 1000\text{ €} \cdot 0{,}02$.
Ilmaisua C vastaa siis lauseke IV.

Nettokorkokanta on $0{,}70 \cdot 2{,}00$ %, joten ilmaisua D vastaa lauseke II.

Vastaus: A: I, B: III, C: IV ja D: II

210. Tilillä oleva pääoma on 500 € ja korkokanta 3,00 %. Korkoa maksetaan siis 3 % 500 eurosta. Koska 1 % 500 eurosta on $\frac{500\text{ €}}{100} = 5\text{ €},$ niin 3 % 500 eurosta on 3 · 5 € = 15 €.

Korosta pidätetään 30 % lähdeveroa. Koska 10 % 15 eurosta on
$$\frac{15\text{ €}}{10} = 1{,}50\text{ €},$$
niin 30 % 15 eurosta on 3 · 1,50 € = 4,50 €.

Lähdeveroa maksetaan siis 4,50 €, joten nettokorko on
15 € − 4,5 € = 10,50 €.

Pirjo voi nostaa tililtä vuoden kuluttua
500 € + 10,50 € = 510,50 €.

Vastaus: 510,50 €

211. **a)** Lausekkeessa 0,7 · 2,6 % prosenttiluku 2,6 % voi olla esimerkiksi tilin korkokanta, jolloin lausekkeen arvo on nettokorkokanta, kun korosta pidätetään 30 prosentin lähdevero.
Ongelma voi siis olla esimerkiksi ”Mikä on tilin nettokorkokanta, kun korkokanta on 2,6 %?”

Vastaus: Mikä on tilin nettokorkokanta, kun korkokanta on 2,6 %?

b) Lausekkeessa 390 € · 0,0182 rahasumma 390 € voi olla esimerkiksi tilillä oleva pääoma ja 0,0182 nettokorkokanta prosenttikertoimena.
Ongelma voi siis olla esimerkiksi ”Kuinka paljon 390 euron talletukselle maksetaan korkoa vuodessa, kun nettokorkokanta on 1,82 %?”

Vastaus: Kuinka paljon 390 euron talletukselle maksetaan korkoa vuodessa, kun nettokorkokanta on 1,82 %?

c) Lausekkeessa $390\text{ €} \cdot 0{,}0182 \cdot \frac{83}{360}$ rahasumma 390 € voi olla esimerkiksi tilillä oleva pääoma, luku 0,0182 nettokorkokanta prosenttikertoimena ja $\frac{83}{360}$ korkoaika vuosina.
Ongelma voi siis olla esimerkiksi ”Kuinka paljon 390 euron talletukselle maksetaan korkoa 83 korkopäivältä, kun tilin nettokorkokanta on 1,82 % ja korkotapa todelliset/360?”

Vastaus: Kuinka paljon 390 euron talletukselle maksetaan korkoa 83 korkopäivältä, kun tilin nettokorkokanta on 1,82 % ja korkotapa todelliset/360?

212. **a)** Pääoma on k = 100 €, nettokorkokanta i = 0,0050 ja korkoaika on t = 1 vuosi.
Lasketaan tilille maksettava korko.
$r = kit$ = 100 € · 0,0050 · 1 = 0,50 €

Korko lisätään pääomaan, joten 100 euron talletus kasvaa vuodessa 100 € + 0,50 € = 100,50 euron suuruiseksi.

Vastaus: 100,50 euron suuruiseksi

b) Kun raha on tilillä neljä kuukautta, korkoaika $t = {}^{(4}\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ vuotta.
Pääoma on k = 100 € ja nettokorkokanta i = 0,0050.
Lasketaan tilille maksettavan koron määrä.

$$r = kit = 100\ € \cdot 0{,}0050 \cdot \frac{1}{3} = 0{,}166\ldots\ € \approx 0{,}17\ €$$

Korko lisätään pääomaan, joten 100 euron talletus kasvaa neljässä kuukaudessa 100 € + 0,17 € = 100,17 euron suuruiseksi.

Vastaus: 100,17 euron suuruiseksi

213. Lasketaan ensin korko, kun lähdeveroa ei oteta huomioon.
Pääoma on k = 4892,02 €, korkokanta on i = 0,0164 ja korkoaika on t = 1 vuosi.
$r = kit$ = 4892,02 € · 0,0164 · 1 = 80,229… € ≈ 80,23 €.

Lähdeveroa maksetaan 30 % koron määrästä eli
0,3 · 80,23 € = 24,069 €.
Lähdeveron määrä pyöristetään alaspäin 10 sentin tarkkuuteen, joten veroa maksetaan 24,00 €.

Nettokorko on 80,23 € − 24,00 € = 56,23 €.

Koron maksun jälkeen tilillä on rahaa 4892,02 € + 56,23 € = 4948,25 €.

Vastaus: 4948,25 euroa

214. Koska tehtävässä ei ole sanottu muuta, niin korkotapa on 30/360.

Talletettu pääoma on k = 1250 €, korkoaika on $t = \frac{215}{360}$ vuotta ja korko r = 1265 € − 1250 € = 15 €. Merkitään nettokorkokantaa prosenttikertoimena kirjaimella i. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan i siitä.

$$\begin{aligned} r &= kit \\ 15 &= 1250 \cdot i \cdot \frac{215}{360} \\ 746{,}527...i &= 15 \qquad \| : 746{,}527... \\ i &= 0{,}02009... \end{aligned}$$

Nettokorkokannan on oltava 2,009… % ≈ 2,01 %.

Vastaus: 2,01 %

215. Pääoma on k = 1100 € ja nettokorkokanta i = 0,0077. Lasketaan korkopäivät.
tammikuu: 31 − 3 = 28 (talletuspäivää ei lasketa)
helmikuu: 29 (karkausvuosi)
maaliskuu: 31
huhtikuu: 30
toukokuu: 31
kesäkuu: 30
heinäkuu: 31
elokuu: 8 (lopetuspäivä lasketaan)

Korkopäiviä on yhteensä 28 + 29 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 8 = 218, joten korkoaika on $\frac{218}{366}$ vuotta.
Lasketaan tilille maksettava korko.

$$r = kit = 1100 \text{ €} \cdot 0{,}0077 \cdot \frac{218}{366} = 5{,}044... \text{ €} \approx 5{,}04 \text{ €}$$

Korko lisättiin pääomaan, joten Elmeri sai tililtä
1100 € + 5,04 € = 1105,04 €.

Vastaus: 1105,04 €

216. Lasketaan korkopäivät.
kesäkuu: 30 − 2 = 28 (talletuspäivää ei lasketa)
heinäkuu: 31
elokuu: 31
syyskuu: 1 (lopetuspäivä lasketaan)
Korkopäiviä on yhteensä 28 + 31 + 31 + 1 = 91.

Korko on r = 5,46 €, korkokanta i = 0,0072 ja korkoaika $t = \frac{91}{360}$ vuotta.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä pääoma k.

$$
\begin{aligned}
r &= kit \\
5{,}46 &= k \cdot 0{,}0072 \cdot \frac{91}{360} \\
5{,}46 &= 0{,}00182k \qquad \| : 0{,}00182 \\
k &= 3000
\end{aligned}
$$

Emmi talletti tilille 3000 euroa.

Vastaus: 3000 euroa

217. **a)** Tilillä oleva pääoma oli $k = 200$ €.
Tililtä nostettiin 202,70 €, joten koron määrä oli
$r = 202{,}70 \text{ €} - 200 \text{ €} = 2{,}70$ €.
Lasketaan korkopäivät.
maaliskuu: 31 − 19 = 12 (talletuspäivää ei lasketa)
huhtikuu: 30
toukokuu: 31
kesäkuu: 30
heinäkuu: 31
elokuu: 31
syyskuu: 30
lokakuu: 21 (lopetuspäivä lasketaan)

Korkopäiviä on yhteensä
12 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 21 = 216,
joten korkoaika on $\frac{216}{365}$ vuotta.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä nettokorkokanta i.

$$
\begin{aligned}
2{,}70 &= 200 \cdot i \cdot \frac{216}{365} \\
2{,}70 &= 118{,}356...i \qquad \| : 118{,}365... \\
i &= 0{,}02281...
\end{aligned}
$$

Tilin nettokorkokanta oli 2,281… % ≈ 2,28 %.

Vastaus: 2,28 %

b) Merkitään korkokantaa kirjaimella x.
Nettokorkokanta on 70 % korkokannasta. a-kohdan perusteella nettokorkokanta on $i = 0{,}02281…$ %. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokanta x.

$$
\begin{aligned}
0{,}70 \cdot x &= 2{,}281... \qquad \| : 0{,}70 \\
x &= 3{,}258...
\end{aligned}
$$

Korkokanta on 3,258… % ≈ 3,26 %.

Vastaus: 3,26 %

218. Tilin nettokorkokanta on 1,70 %, joten $i = 0{,}0170$.
Tarvittavat korkotulot vuodessa ovat 12 · 2300 € = 27 600 €.
Korkoaika on $t = 1$ vuosi. Merkitään pääomaa kirjaimella k ja ratkaistaan se yhtälön avulla.

$$
\begin{aligned}
r &= kit \\
27\,600 &= k \cdot 0{,}0170 \cdot 1 \\
27\,600 &= 0{,}0170k \qquad \|:0{,}0170 \\
k &= 1\,623\,529{,}411...
\end{aligned}
$$

Henrik tarvitsee 1 623 529,411… € ≈ 1 624 000 euron suuruisen pääoman.

Vastaus: 1 624 000 €

219. Tilin korkokanta oli 1,40 %, joten nettokorkokanta oli $i = 0{,}7 \cdot 1{,}40\ \% = 0{,}98\ \% = 0{,}0098$. Korko oli 3,60 €.

Koska tehtävässä ei ole muuta sanottu, niin korkotapa on 30/360.
Lasketaan korkopäivät.
syyskuu: 30 − 2 = 28 (talletuspäivää ei lasketa)
lokakuu: 30
marraskuu: 30
joulukuu: 16 (lopetuspäivä lasketaan)

Korkopäiviä on yhteensä 28 + 30 + 30 + 16 = 104, joten korkoaika on

$$t = \frac{104}{360}^{(8} = \frac{13}{45} \text{ vuotta.}$$

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä pääoma k.

$$
\begin{aligned}
r &= kit \\
3{,}60 &= k \cdot 0{,}0098 \cdot \frac{13}{45} \\
3{,}60 &= 0{,}00283...k \qquad \|:0{,}00283... \\
k &= 1271{,}585...
\end{aligned}
$$

Arpajaisvoiton suuruus oli 1271,585… € ≈ 1271,59 €.

Vastaus: 1271,59 €

220. Pääoma on k = 1000 € ja nettokorkokanta i = 0,0090. Maksetun koron määrä on r = 1005 € − 1000 € = 5 €.

Merkitään korkoaikaa vuosina kirjaimella t ja ratkaistaan se yhtälön avulla.

$$
\begin{aligned}
r &= kit \\
5 &= 1000 \cdot 0{,}0090 \cdot t \\
5 &= 9t \qquad \| : 9 \\
t &= 0{,}555...
\end{aligned}
$$

Korkoaika on 0,555… vuotta.

Koska tehtävässä ei ole muuta sanottu, niin korkotapa on 30/360. Merkitään korkoaikaa päivinä kirjaimella x ja ratkaistaan se yhtälön avulla.

$$
\begin{aligned}
\frac{x}{360} &= 0{,}555... \qquad \| \cdot 360 \\
x &= 200
\end{aligned}
$$

Talletuksen on oltava tilillä 200 päivää.

Vastaus: 200 päivää

221. Lasketaan molemmille talletuksille maksettavien korkojen määrät.

Karoliina:
Tilin nettokorkokanta on 0,7 · 2,2 % = 1,54 %, joten $i = 0{,}0154$.
Pääoma on k = 10 000 € ja korkoaika $t = 1$.

Lasketaan nettokorko.
$$r = kit = 10\,000\text{ €} \cdot 0{,}0154 \cdot 1 = 154\text{ €}$$

Petteri:
Ensimmäisen tilin nettokorkokanta on 0,7 · 2,35 % = 1,645 %, joten $i = 0{,}01645$.
Pääoma on k = 10 000 € ja korkoaika $t = \frac{1}{2}$ vuotta.

Lasketaan ensimmäisen puolen vuoden aikana kertynyt korko.
$$r = kit = 10\,000\text{ €} \cdot 0{,}01645 \cdot \frac{1}{2} = 82{,}25\text{ €}$$

Toisen tilin nettokorkokanta on 0,7 · 2,00 % = 1,4 %, joten $i = 0{,}014$.
Pääoma on k = 10 000 € + 82,25 € = 10 082,25 € ja
korkoaika $t = \frac{1}{2}$ vuotta.

Lasketaan toisen puolen vuoden aikana kertynyt nettokorko.
$$r = kit = 10\,082{,}25\text{ €} \cdot 0{,}014 \cdot \frac{1}{2} = 70{,}575...\text{ €} \approx 70{,}58\text{ €}$$

Petterin sijoitus kasvoi nettokorkoa vuoden aikana yhteensä
82,25 € + 70,58 € = 152,83 €.

Karoliina sai vuoden aikana 154 € nettokorkoa, joten hän teki paremman sijoituksen. Karoliinan sijoituksen arvo vuoden kuluttua oli
10 000 € + 154 € = 10 154 €.

Vastaus: Karoliina, 10 154 euroa

222. Tilin nettokorkokanta on 0,7 · 2,86 % = 2,002 %, joten i = 0,02002.
Korkoaika on $t = \dfrac{215}{360}$ vuotta.

Merkitään talletettavaa pääomaa kirjaimella k, jolloin tilille maksettavan koron määrä on 2000 − k.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä pääoma k.

$$
\begin{aligned}
r &= kit \\
2000 - k &= k \cdot 0{,}02002 \cdot \frac{215}{360} \\
2000 - k &= 0{,}011\ldots k \\
2000 &= 0{,}011\ldots k + k \\
2000 &= 1{,}011\ldots k \\
1{,}011\ldots k &= 2000 \qquad \| :1{,}011\ldots \\
k &= 1976{,}369\ldots \\
k &\approx 1976{,}37
\end{aligned}
$$

Tilille on talletettava 1976,37 euroa.

Vastaus: 1976,37 euroa

223. Koska tehtävässä ei ole muuta sanottu, niin korkotapa on 30/360.

Lasketaan kunkin talletuksen korkoaika ja korko sekä korkojen summa taulukkolaskentaohjelmalla soluviittausten avulla.

	A	B	C	D
1		Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko (€)
2	1. talletus	12	=B2/12	=35*C2*0,0287
3	2. talletus	11	=B3/12	=35*C3*0,0287
4	3. talletus	10	=B4/12	=35*C4*0,0287
5	4. talletus	9	=B5/12	=35*C5*0,0287
6	5. talletus	8	=B6/12	=35*C6*0,0287
7	6. talletus	7	=B7/12	=35*C7*0,0287
8	7. talletus	6	=B8/12	=35*C8*0,0287
9	8. talletus	5	=B9/12	=35*C9*0,0287
10	9. talletus	4	=B10/12	=35*C10*0,0287
11	10. talletus	3	=B11/12	=35*C11*0,0287
12	11. talletus	2	=B12/12	=35*C12*0,0287
13	12. talletus	1	=B13/12	=35*C13*0,0287
14				=SUMMA(D2:D13)

Videossa https://vimeo.com/238539417/62cc08e249 näytetään, miten korkojen summa voidaan laskea taulukkolaskentaohjelmalla.

	A	B	C	D
1		Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko (€)
2	1. talletus	12	1,000	1,00
3	2. talletus	11	0,917	0,92
4	3. talletus	10	0,833	0,84
5	4. talletus	9	0,750	0,75
6	5. talletus	8	0,667	0,67
7	6. talletus	7	0,583	0,59
8	7. talletus	6	0,500	0,50
9	8. talletus	5	0,417	0,42
10	9. talletus	4	0,333	0,33
11	10. talletus	3	0,250	0,25
12	11. talletus	2	0,167	0,17
13	12. talletus	1	0,083	0,08
14				6,53

Jenniina tallettaa tilille yhteensä $12 \cdot 35$ € = 420 € ja korkoa maksetaan yhteensä 6,53 €, joten tilillä on vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta 420 € + 6,53 € = 426,53 €.

Vastaus: 426,53 €

224. Tilin nettokorkokanta on 0,70 · 2,00 % = 1,40 %, joten i = 0,0140.
1. talletus kasvaa korkoa 12 kk, seuraava 11 kk jne. Viimeinen talletus kasvaa korkoa 1 kk.

Taulukoidaan talletuksille maksettavia korkoja.

	Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko vuoden lopussa (€)
1. talletus	12	$\frac{12}{12}=1$	$90\cdot 0{,}014\cdot\frac{12}{12}=1{,}26$
2. talletus	11	$\frac{11}{12}$	$90\cdot 0{,}014\cdot\frac{11}{12}=1{,}155$
3. talletus	10	$\frac{10}{12}$	$90\cdot 0{,}014\cdot\frac{10}{12}=1{,}05$
…	…	…	…
11. talletus	2	$\frac{2}{12}$	$90\cdot 0{,}014\cdot\frac{2}{12}=0{,}21$
12. talletus	1	$\frac{1}{12}$	$90\cdot 0{,}014\cdot\frac{1}{12}=0{,}105$

Huomataan, että korkojen muodostamassa lukujonossa
1,26; 1,155; 1,05; … peräkkäisten jäsenten erotus on aina 0,105, joten jono on aritmeettinen. Korkojen summa on siis aritmeettinen summa.

Aritmeettiselle summalle on laskukaava $S_n = n\cdot\frac{a_1+a_n}{2}$. Ensimmäinen yhteenlaskettava on a_1 = 1,26, viimeinen yhteenlaskettava on a_{12} = 0,105 ja yhteenlaskettavien määrä on n = 12.
Summa on siis

$$\begin{aligned}&1{,}26+1{,}155+1{,}05+\ldots 0{,}21+0{,}105\\&=12\cdot\frac{1{,}26+0{,}105}{2}\\&=8{,}19.\end{aligned}$$

Sampo tallettaa yhteensä 12 · 90 € = 1080 € ja korkoa maksetaan 8,19 €, joten Sampo voi nostaa tililtä 1080 € + 8,19 € = 1088,19 €.

Videossa https://vimeo.com/239053881/4c0e9516a2 näytetään, miten tehtävä voidaan ratkaista sopivalla ohjelmalla.

Vastaus: 1088,19 euroa

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

225. Korkokanta on 7,00 % + 0,50 % = 7,50 %, joten i = 0,075.
Pääoma on k = 115 €.
Lasketaan korkopäivät.
tammikuu: 31 − 2 = 29
helmikuu: 28
maaliskuu: 31
huhtikuu: 30
toukokuu: 4

Korkopäiviä on yhteensä 29 + 28 + 31 + 30 + 4 = 122, joten korkoaika on $\frac{122}{365}$ vuotta.

Lasketaan korko.

$$r = kit = 115\text{ €} \cdot 0,075 \cdot \frac{122}{365} = 2,882...\text{€} \approx 2,88\text{€}$$

Laskusta maksetaan viivästyskorkoa 2,88 €.

Vastaus: 2,88 euroa

226. Merkitään kuukausittain säästettävää summaa kirjaimella x.
Ensimmäinen talletus kasvaa korkoa 12 kk, toinen 11 kk ja niin edelleen.
Viimeinen talletus kasvaa korkoa 1 kk.

Nettokorkokanta on 0,70 · 2,50 % = 1,75 %, joten $i = 0{,}0175$.

Taulukoidaan talletuksille maksettavia korkoja.

	Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko vuoden lopussa (€)
1. talletus	12	$\frac{12}{12}=1$	$x\cdot 0{,}0175\cdot\frac{12}{12}=\frac{7}{400}x=0{,}0175x$
2. talletus	11	$\frac{11}{12}$	$x\cdot 0{,}0175\cdot\frac{11}{12}=\frac{77}{4800}x=0{,}016\ldots x$
3. talletus	10	$\frac{10}{12}$	$x\cdot 0{,}0175\cdot\frac{10}{12}=\frac{7}{480}x=0{,}014\ldots x$
…	…	…	…
11. talletus	2	$\frac{2}{12}$	$x\cdot 0{,}0175\cdot\frac{2}{12}=\frac{7}{2400}x=0{,}002\ldots x$
12. talletus	1	$\frac{1}{12}$	$x\cdot 0{,}0175\cdot\frac{1}{12}=\frac{7}{4800}x=0{,}001\ldots x$

Korkojen määrä pienenee aina saman verran, joten korot muodostavat aritmeettisen summan. Summan ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1=\frac{7}{400}x$, viimeinen yhteenlaskettava on $a_n=\frac{7}{4800}x$ ja yhteenlaskettavien määrä $n = 12$.

Korkojen summa on $12\cdot\dfrac{\frac{7}{400}x+\frac{7}{4800}x}{2}=\dfrac{91}{800}x.$

Väinö tallettaa yhteensä 12 kertaa summan x, joten talletusten yhteismäärä on $12x$. Tavoitteena on, että tilillä olisi lopuksi 1400 euroa, joten korkojen yhteismäärän on oltava $1400 - 12x$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä talletuksen suuruus x.

$$\begin{aligned}
1400-12x &= \frac{91}{800}x \\
-12x-\frac{91}{800}x &= -1400 \\
-12{,}113...x &= -1400 \qquad \| :(-12{,}113...) \\
x &= 115{,}571... \\
x &\approx 115{,}57
\end{aligned}$$

115,57 € ei aivan riitä, joten talletuksen on oltava vähintään 115,58 €.

Vastaus: 115,58 euroa

227. Merkitään henkilön A tallettaman pääoman suuruutta lausekkeella $28a$, jolloin henkilön B tallettaman pääoman suuruus on $29a$. Henkilön A talletus kasvoi korkoa $\frac{292}{365}$ vuotta ja henkilön B talletus $\frac{219}{365}$ vuotta.

Nostaessaan rahat henkilö A sai $28a + 28a \cdot i \cdot \frac{292}{365}$ ja henkilö B $29a + 29a \cdot i \cdot \frac{219}{365}$. Merkitään korkokantaa prosenttikertoimena kirjaimella i ja ratkaistaan se yhtälön avulla.

$$
\begin{aligned}
28a + 28a \cdot i \cdot \frac{292}{365} &= 29a + 29a \cdot i \cdot \frac{219}{365} && \| : a \\
28 + 28i \cdot \frac{292}{365} &= 29 + 29i \cdot \frac{219}{365} && \| \cdot 365 \\
10\,220 + 28i \cdot 292 &= 10\,585 + 29i \cdot 219 \\
10\,220 + 8176i &= 10\,585 + 6351i \\
8176i - 6351i &= 10\,585 - 10\,220 \\
1825i &= 365 && \| : 1825 \\
i &= 0,2
\end{aligned}
$$

Korkokanta oli 20 %.

Vastaus: 20 %

228. Tilin nettokorkokanta on 0,7 · 0,60 % = 0,42 %.

Allu tallettaa tilille 700 € 30.12.2014. Koska korkotapa on 30/360, niin talletuspäivä lasketaan vuoden viimeiseksi päiväksi, eikä joulukuulta makseta korkoa.

Mummolta saadulle rahalle maksetaan korkoa myös vuoden 2015 lopussa. Koron suuruus on 700 € · 0,0042 · 1 = 2,94 €.

Vuoden 2015 lopussa mummolta saatu raha on kasvanut 702,94 euroon, joten Allun on saatava lisää rahaa 1800 € − 702,94 € = 1097,06 €.

Allu tekee samansuuruisen talletuksen vuoden 2015 joka kuukauden alussa lukuun ottamatta tammikuuta. Merkitään kertatalletuksen suuruutta kirjaimella x ja taulukoidaan talletuksille maksettavia korkoja.

	Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko vuoden lopussa (€)
1. talletus	11	$\frac{11}{12}$	$x\cdot 0{,}0042\cdot\frac{11}{12}=0{,}00385x$
2. talletus	10	$\frac{10}{12}$	$x\cdot 0{,}0042\cdot\frac{10}{12}=0{,}0035x$
…	…	…	…
10. talletus	2	$\frac{2}{12}$	$x\cdot 0{,}0042\cdot\frac{2}{12}=0{,}0007x$
11. talletus	1	$\frac{1}{12}$	$x\cdot 0{,}0042\cdot\frac{1}{12}=0{,}00035x$

Korkojen määrä pienenee aina saman verran, joten korot muodostavat aritmeettisen summan. Summan ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1=0{,}00385x$, viimeinen yhteenlaskettava $a_{11}=0{,}00035x$ ja yhteenlaskettavien määrä $n = 11$.

Korkojen summa on $11\cdot\frac{0{,}00385x+0{,}00035x}{2}=0{,}0231x$.

Allu tallettaa yhteensä 11 kertaa summan x, joten talletusten yhteismäärä on $11x$. Tavoitteena on, että talletuksista kertyisi korkoineen yhteensä 1097,05 €, joten korkojen yhteismäärä on $1097{,}05 - 11x$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä talletuksen suuruus x.

$$\begin{aligned} 1097{,}06 - 11x &= 0{,}0231x \\ -11x - 0{,}0231x &= -1097{,}06 \\ -11{,}0231x &= -1097{,}06 \quad \| : (-11{,}0231) \\ x &= 99{,}523... \end{aligned}$$

99,52 euron kuukausittainen talletus ei aivan riitä, joten Allun on talletettava kuukausittain 99,53 €.

Vastaus: 99,53 €

229. Säästämisvaihtoehdossa A talletetaan yhteensä 4 · 120 € = 480 €.
Säästämisvaihtoehdossa B talletetaan yhteensä 12 · 40 € = 480 €.
Lasketaan molempien säästämiskeinojen tuottamien korkojen määrät.

Säästämiskeino A:

Tammikuun alussa talletetulle 120 €:n pääomalle maksettu koron määrä ennen lähdeveron pidättämistä:

$$r = kit = 120\,€ \cdot 0{,}0355 \cdot 1 = 4{,}26\,€$$

Huhtikuun alussa talletetulle 120 €:n pääomalle maksettu koron määrä ennen lähdeveron pidättämistä:

$$r = kit = 120\,€ \cdot 0{,}0355 \cdot \frac{9}{12} = 3{,}195\,€$$

Heinäkuun alussa talletetulle 120 €:n pääomalle maksettu koron määrä ennen lähdeveron pidättämistä:

$$r = kit = 120\,€ \cdot 0{,}0355 \cdot \frac{6}{12} = 2{,}13\,€$$

Lokakuun alussa talletetulle 120 €:n pääomalle maksettu koron määrä ennen lähdeveron pidättämistä:

$$r = kit = 120\,€ \cdot 0{,}0355 \cdot \frac{3}{12} = 1{,}065\,€$$

Korkojen yhteismäärä on 4,26 € + 3,195 € + 2,13 € + 1,065 € = 10,65 €.

Koroista pidätetään lähdeveroa 30 %. Lähdevero pyöristetään alaspäin 10 sentin tarkkuuteen.
Lähdeveron määrä on 0,30 · 10,65 € = 3,195 € ≈ 3,10 €.

Säästämiskeinossa A korkoa maksetaan yhteensä
10,65 € − 3,10 € = 7,55 €.

Säästämiskeino B:

Taulukoidaan talletuksille maksettavia korkoja.

	Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko vuoden lopussa (€)
1. talletus	12	1	$40 \cdot 0{,}04 \cdot 1 = 1{,}6$
2. talletus	11	$\frac{11}{12}$	$40 \cdot 0{,}04 \cdot \frac{11}{12} = \frac{22}{15} = 1{,}466...$
3. talletus	10	$\frac{10}{12}$	$40 \cdot 0{,}04 \cdot \frac{10}{12} = \frac{4}{3} = 1{,}333...$
…	…	…	…
11. talletus	2	$\frac{2}{12}$	$40 \cdot 0{,}04 \cdot \frac{2}{12} = \frac{4}{15} = 0{,}266...$
12. talletus	1	$\frac{1}{12}$	$40 \cdot 0{,}04 \cdot \frac{1}{12} = \frac{2}{15} = 0{,}133...$

Korkojen määrä pienenee aina saman verran, joten korot muodostavat aritmeettisen summan. Summan ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1 = 1{,}6$, viimeinen yhteenlaskettava $a_{12} = \frac{2}{15}$ ja yhteenlaskettavien määrä $n = 12$.

Lasketaan korkojen yhteismäärä aritmeettisen summan avulla.

$$n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = 12 \cdot \frac{1{,}60 + \frac{2}{15}}{2} = 10{,}40$$

Koroista pidätetään lähdeveroa 30 %. Lähdevero pyöristetään alaspäin 10 sentin tarkkuuteen.
Lähdeveron määrä on 0,30 · 10,4 € = 3,12 € ≈ 3,10 €

Säästämiskeinossa B korkoa maksetaan yhteensä
10,40 € − 3,10 € = 7,30 €.

Säästämiskeino A on 7,55 € − 7,30 € = 0,25 € tuottoisampi.

Vastaus: keinossa A; 0,25 euroa

230. Talletuspäiviltä korko laskettiin uuden koron mukaan. Taulukoidaan korkopäiviä ja niiden aikana voimassa olevia korkokantoja.

Aikaväli	Korkoaika (vrk)	Nettokorkokanta
2.5.2002−10.6.2002	toukokuu: 31 − 2 = 29 kesäkuu: 10 yht. 39	0,71 · (3,50 % − 1,00 %) = 1,775 %
11.6.2002−14.10.2002	kesäkuu: 30 − 11 + 1 = 20 heinäkuu: 31 elokuu: 31 syyskuu: 30 lokakuu: 14 yht. 126	0,71 · (3,75 % − 1,00 %) = 1,9525 %
15.10.2002−31.12.2002	lokakuu: 31 − 15 + 1 = 17 marraskuu: 30 joulukuu: 31 yht. 78	0,71 · (3,50 % − 1,00 %) = 1,775 %
1.1.2003	1	0,71 · (3,50 % − 1,00 %) = 1,775 %
2.1.2003−2.3.2003	tammikuu: 31 − 2 + 1 = 30 helmikuu: 28 maaliskuu: 2 yht. 60	0,71 · (3,20 % − 1,00 %) = 1,562 %
3.3.2003−2.5.2003	maaliskuu: 31 − 3 + 1 = 29 huhtikuu: 30 toukokuu: 2 yht. 61	0,71 · (2,90 % − 1,00 %) = 1,349 %

Vuoden 2002 nettokorko oli yhteensä

$$11\,000\text{ €}\cdot 0{,}01775\cdot\frac{39}{365}+11\,000\text{ €}\cdot 0{,}019525\cdot\frac{126}{365}+11\,000\text{ €}\cdot 0{,}01775\cdot\frac{78}{365}$$
$$=136{,}728...\text{ €}\approx 136{,}73\text{ €}.$$

Korko liitettiin pääomaan, joten vuoden 2003 alussa tilillä oli 11 136,73 €.

Vuoden 2003 nettokorko oli yhteensä

$$11136{,}73\text{ €}\cdot 0{,}01775\cdot\frac{1}{365}+11136{,}73\text{ €}\cdot 0{,}01562\cdot\frac{60}{365}$$
$$+11136{,}73\text{ €}\cdot 0{,}01349\cdot\frac{61}{365}$$
$$=54{,}244...\text{ €}\approx 54{,}24\text{ €}.$$

Lopettaessaan tilin henkilö sai 11 136,73 € + 54,24 € = 11 190,97 €.

Talletuksen suuruus oli k = 11 000 €, korkoaika oli 1 vuosi ja korko r = 190,97 €. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokanta i.

$$\begin{aligned} 190{,}97 &= 11\,000 \cdot i \cdot 1 \quad \| :11\,000 \\ i &= 0{,}01736... \end{aligned}$$

Talletuksen tuottoprosentti oli 1,736… % ≈ 1,74 %.

Vastaus: 11 190,97 euroa; 1,74 %

231. **a)** Tilien A ja B nettokorkokanta on 0,70 · 2,75 € = 1,925 %, joten i = 0,01925.

Vuoden lopussa maksettavat korot tilille A:

Tammikuun alussa tehty talletus:
$r = kit = 1000\,€ \cdot 0{,}01925 \cdot 1 = 19{,}25\,€$

Toukokuun alussa tehty talletus:
$r = kit = 1000\,€ \cdot 0{,}01925 \cdot \dfrac{8}{12} = 12{,}833...\,€ \approx 12{,}83\,€$

Lokakuun alussa tehty talletus:
$r = kit = 1000\,€ \cdot 0{,}01925 \cdot \dfrac{4}{12} = 6{,}416...\,€ \approx 6{,}42\,€$

Vuoden lopussa tilillä A on yhteensä
3 · 1000 € + 19,25 € + 12,83 € + 6,42 € = 3038,50 €.

Merkitään tilille B kuukausittain tehtävän talletuksen suuruutta kirjaimella x.

Taulukoidaan talletuksille maksettavia korkoja.

	Korko-aika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko vuoden lopussa (€)
1. talletus	12	1	$x \cdot 0{,}01925 \cdot 1 = 0{,}01925x$
2. talletus	11	$\dfrac{11}{12}$	$x \cdot 0{,}01925 \cdot \dfrac{11}{12} = \dfrac{847}{48\,000}x = 0{,}017...x$
3. talletus	10	$\dfrac{10}{12}$	$x \cdot 0{,}01925 \cdot \dfrac{10}{12} = \dfrac{77}{4800}x = 0{,}016...x$
…	…	…	…
11. talletus	2	$\dfrac{2}{12}$	$x \cdot 0{,}01925 \cdot \dfrac{2}{12} = \dfrac{77}{24\,000}x = 0{,}003...x$
12. talletus	1	$\dfrac{1}{12}$	$x \cdot 0{,}01925 \cdot \dfrac{1}{12} = \dfrac{77}{48\,000}x = 0{,}001...x$

Korkojen määrä pienenee aina saman verran, joten korot muodostavat aritmeettisen summan. Summan ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1 = 0{,}01925x$, viimeinen yhteenlaskettava $a_{12} = \frac{77}{48\,000}x$ ja yhteenlaskettavien määrä $n = 12$.

Lasketaan korkojen yhteismäärä aritmeettisen summan avulla.

$$12 \cdot \frac{0{,}01925x + \frac{77}{48\,000}x}{2} = 0{,}125125x$$

Vuoden lopussa tilillä B on yhteensä
$12 \cdot x + 0{,}125125x = 12{,}125125x$ euroa.
Asetetaan tilien loppusaldot yhtä suuriksi ja ratkaistaan yhtälöstä talletuksen suuruus x.

$$\begin{aligned} 12{,}125125x &= 3038{,}50 \qquad \| :12{,}125125 \\ x &= 250{,}595... \\ x &\approx 250{,}60 \end{aligned}$$

Tilille B pitäisi tallettaa kuukausittain 250,60 €.

Vastaus: 250,60 euroa

b) Tilille C tehdään kuukausittain $\frac{2880}{12} = 240$ euron talletus.
Merkitään nettokorkokantaa kirjaimella i. Kuukausittaisille talletuksille maksettujen korkojen määrä muodostaa aritmeettisen summan.

Ensimmäinen talletus kasvaa korkoa 12 kk, ja siitä saatava koron määrä on $r = kit = 240\ € \cdot i \cdot 1 = 240i$, joten summan ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1 = 240i$.

Viimeinen talletus kasvaa korkoa 1 kk, ja siitä saatava koron määrä on $r = kit = 240\ € \cdot i \cdot \frac{1}{12} = 20i$, joten summan viimeinen yhteenlaskettava $a_{12} = 20i$.

Lasketaan tilin C talletuksille maksettavien korkojen summa.

$$n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = 12 \cdot \frac{240i + 20i}{2} = 1560i$$

Tilin C saldo on vuoden lopussa euroina 2880 + 1560*i*.
Tilin A saldo on vuoden lopussa a-kohdan perusteella 3038,50 €.

Asetetaan tilien A ja C loppusaldot yhtä suuriksi ja ratkaistaan saadusta yhtälöstä nettokorkokanta *i*.

$$\begin{aligned} 3038{,}50 &= 2880 + 1560i \\ 1560i &= 158{,}50 \qquad \|:1560 \\ i &= 0{,}10160... \end{aligned}$$

Tilin C nettokorkokanta on siis 10,160…%.

Merkitään tilin C korkokantaa kirjaimella *x* ja ratkaistaan se yhtälön avulla.

$$\begin{aligned} 10{,}160...\% &= 0{,}7 \cdot x \qquad \|:0{,}7 \\ x &= 14{,}514...\% \end{aligned}$$

Tilin C korkokannan tulisi olla 14,514… % ≈ 14,51 %.

Vastaus: 14,51 %

2.2 Koronkorko ja diskonttaus

ALOITA PERUSTEISTA

232. **a)** Pääoma kasvaa vuosittain 2,50 %, joten vuoden kuluttua pääoma on 2,50 % + 100 % = 102,50 % alkuperäisestä määrästä.
Pääoma kasvaa siis joka vuosi 1,025-kertaiseksi.

Vastaus: 1,025-kertaiseksi

b) Vuoden kuluttua talletuksen suuruus on 1,025 · 300 € = 307,50 €.
Kahden vuoden kuluttua talletuksen suuruus on
1,025 · 307,50 € = 315,187… € ≈ 315,19 €.

Vastaus: vuodessa 307,50 euroa ja kahdessa vuodessa 315,19 euroa

233. **a)** Tilin nettokorkokanta on 0,70 · 2,00 % = 1,40 %.

Vastaus: 1,40 %

b) Nettokorkokanta on 1,40 %, joten vuoden kuluttua pääoma on 1,40 % + 100 % = 101,40 % alkuperäisestä määrästä. Pääoma tulee siis vuosittain 1,014-kertaiseksi.

Pääoman suuruus neljän vuoden kuluttua on
$K = k \cdot q^n = 550\text{ €} \cdot 1{,}014^4 = 581{,}452...\text{€} \approx 581{,}45\text{ €}$.

Vastaus: 581,45 euroa

234. Ratkaistaan tehtävä appletin avulla.

a) Kymmenennen vuoden lopussa tilillä on rahaa 5150,93 €.

Vastaus: 5150,93 euroa

	A	B
1	talletus (€)	500
2	nettokorkokanta (%)	0.54
3		
4	Tilillä rahaa	
5	1. vuoden lopussa	502.7
6	2. vuoden lopussa	1008.1146
7	3. vuoden lopussa	1516.2584
8	4. vuoden lopussa	2027.1462
9	5. vuoden lopussa	2540.7928
10	6. vuoden lopussa	3057.2131
11	7. vuoden lopussa	3576.422
12	8. vuoden lopussa	4098.4347
13	9. vuoden lopussa	4623.2662
14	10. vuoden lopussa	5150.9319

b) Viiden vuoden kuluttua tilillä on vähintään 1100 euroa.

Vastaus: viiden vuoden kuluttua

	A	B
1	talletus (€)	220
2	nettokorkokanta (%)	3.2
3		
4	Tilillä rahaa	
5	1. vuoden lopussa	227.04
6	2. vuoden lopussa	461.3453
7	3. vuoden lopussa	703.1483
8	4. vuoden lopussa	952.6891
9	5. vuoden lopussa	1210.2151
10	6. vuoden lopussa	1475.982

c) Kokeilemalla huomataan, että 10 000 euron raja ylittyy, kun talletus on vähintään 1183,70 €.

Tallennuksen suuruus on oltava vähintään 1183,70 €.

Vastaus: 1183,70 euroa

	A	B
1	talletus (€)	1183.7
2	nettokorkokanta (%)	1.21
3		
4	Tilillä rahaa	
5	1. vuoden lopussa	1198.0228
6	2. vuoden lopussa	2410.5416
7	3. vuoden lopussa	3637.7319
8	4. vuoden lopussa	4879.7713
9	5. vuoden lopussa	6136.8393
10	6. vuoden lopussa	7409.1178
11	7. vuoden lopussa	8696.7909
12	8. vuoden lopussa	10000.0448
13	9. vuoden lopussa	11319.0681

235. Tilin nettokorkokanta on 2,50 %, joten pääoma tulee vuosittain 1,025-kertaiseksi.

Lasketaan, kuinka paljon tilillä on rahaa 7 vuoden kuluttua talletuksesta.
$K = k \cdot qn = 12\,000 \cdot 1{,}025^7 = 14\,264{,}229\ldots\ € \approx 14\,264{,}23\ €$

Tilillä on rahaa 14 264,23 €.

Vastaus: 14 264,23 euroa

236. A: Tilin nettokorkokanta on 1,80 %, joten pääoma tulee vuosittain 1,018-kertaiseksi. Kolmen vuoden kuluttua tilin saldo on siten $5780{,}74\ € \cdot 1{,}018^3$, joten ilmaisu A ja lauseke III kuuluvat yhteen.

B: Diskonttausperiaatteen mukaan tilin saldo oli kolme vuotta sitten $5780{,}74\ € \cdot 1{,}018^{-3}$, joten ilmaisu B ja lauseke II kuuluvat yhteen.

C: Vastaavasti tilin saldo viisi vuotta sitten oli $5780{,}74\ € \cdot 1{,}018^{-5}$. Tämä on siis Saagan tallettama rahasumma. Ilmaisu C ja lauseke I kuuluvat yhteen.

D: Vastaavasti, kuten A-kohdassa, viiden vuoden kuluttua tilin saldo on $5780{,}74\ € \cdot 1{,}018^5$, joten Saaga saa viiden vuoden kuluttua nostaa tililtä $5780{,}74\ € \cdot 1{,}018^5$. Ilmaisu D ja lauseke IV kuuluvat yhteen.

Vastaus: A: III; B: II, C: I ja D: IV

237. **a)** Kun korkokanta on 6,00 %, vuoden kuluttua talletus on
6 % + 100 % = 106 % alkuperäisestä määrästä.
Talletus kasvaa siis joka vuosi 1,06-kertaiseksi.
Väite on väärin.

Vastaus: väärin; 1,06

b) Kun korkokanta säilyy muuttumattomana, kertyy toisena vuonna korkoa myös ensimmäisenä vuotena kertyneelle korolle. Eli toisena vuonna koron määrä on suurempi kuin ensimmäisenä vuonna.
Väite on väärin.

Vastaus: väärin, suurempi euromäärä

c) Kun kasvanut pääoma on $K = 400$ €, korkokerroin
$q = 100\ \% + 5{,}5\ \% = 105{,}5\ \% = 1{,}05$ ja vuosien lukumäärä $n = 3$, niin diskonttausperiaatteen mukaan talletettu alkupääoma on $400 \cdot 1{,}055^{-3}$.
Väite on oikein.

Vastaus: oikein

238. **a)** Lausekkeessa $600 \cdot 1{,}009^7$ luku 600 on koronkoron periaatteen alkupääoma, luku $1{,}009 = 100{,}9\ \% = 100\ \% + 0{,}9\ \%$ korkokerroin ja luku 7 vuosien määrä. Lausekkeella voidaan ratkaista esimerkiksi seuraava ongelma: ”Kuinka suureksi 600 euron pääoma kasvaa 0,9 prosentin nettokorkokannalla seitsemässä vuodessa?”

Vastaus: Kuinka suureksi 600 euron pääoma kasvaa 0,9 prosentin nettokorkokannalla seitsemässä vuodessa?

b) Lausekkeessa $700 \cdot 1{,}03^{-4}$ luku 700 on diskonttausperiaatteen kasvanut pääoma, luku $1{,}03 = 103\ \% = 100\ \% + 3\ \%$ korkokerroin ja luku 4 vuosien määrä. Lausekkeella voidaan ratkaista esimerkiksi seuraava ongelma: ”Mitä rahasummaa neljän vuoden kuluttua maksettava 700 euroa vastaa nykyrahassa, kun käytetään 3 prosentin korkokantaa?”

Vastaus: Mitä rahasummaa neljän vuoden kuluttua maksettava 700 euroa vastaa nykyrahassa, kun käytetään 3 prosentin korkokantaa?

239. Nettokorkokanta on 1,12 %, joten korkokerroin on $q = 1{,}0112$.
Alkupääoma on $k = 400$ € ja korkoaika $n = 1, 2, 3, \ldots 10$.

Laaditaan taulukkolaskentaohjelman avulla soluviittauksia käyttäen taulukko, kuinka paljon tilillä on rahaa kunkin vuoden lopussa.

	A	B
1	Vuosi	
2	0	400
3	1	=B2*0,012
4	2	=B3*0,012
5	3	=B4*0,012
6	4	=B5*0,012
7	5	=B6*0,012
8	6	=B7*0,012
9	7	=B8*0,012
10	8	=B9*0,012
11	9	=B10*0,012

Videossa https://vimeo.com/239053884/f74d256add näytetään, miten tehtävä voidaan ratkaista taulukkolaskentaohjelmalla.

Vastaus:

Vuosi	Tilillä rahaa (€)
1	404,48
2	409,01
3	413,59
4	418,22
5	422,91
6	427,64
7	432,43
8	437,28
9	442,17
10	447,13

240. **a)** Kasvanut pääoma on $K = 800$ €.
Koska nettokorkokanta on 2,55 %, niin korkokerroin on $q = 1{,}0255$.
Säästöaika on kaksi vuotta, joten $n = 2$.

Vastaus: $K = 800$ euroa, $q = 1{,}0255$ ja $n = 2$

b) Tapa 1:

Diskonttausperiaatteen mukaan alkupääoma on
$k = K \cdot q^{-}n = 800$ € $\cdot\ 1{,}0255^{-2} = 760{,}709\ldots$ € $\approx 760{,}71$ €.

Jullen tulee tallettaa 760,71 euroa.

Tapa 2:

Muodostetaan koronkoron periaatteen avulla yhtälö sijoittamalla kasvanut pääoma $K = 800$, korkokerroin $q = 1{,}0255$ ja vuosien lukumäärä $n = 2$.

$$\begin{aligned} K &= k \cdot q^n \\ 800 &= k \cdot 1{,}0255^2 \\ k \cdot 1{,}051\ldots &= 800 \qquad \| :1{,}051\ldots \\ k &= 760{,}709\ldots \\ k &\approx 760{,}71 \end{aligned}$$

Jullen tulee tallettaa 760,71 euroa.

Vastaus: 760,71 euroa

241. **a)** Alkupääoma on $k = 10$ €, kasvanut pääoma $K = 10{,}61$ € ja vuosien lukumäärä $n = 3$.

Vastaus: $k = 10$ euroa, $K = 10{,}61$ euroa ja $n = 3$

b) Muodostetaan a-kohdan tietojen avulla yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokerroin q.

$$
\begin{aligned}
K &= k \cdot q^n \\
10{,}61 &= 10 \cdot q^3 \qquad \| :10 \\
q^3 &= 1{,}061 \\
q &= \sqrt[3]{1{,}061} \\
q &= 1{,}01993...
\end{aligned}
$$

Korkokerroin on $q \approx 1{,}0199$.

Vastaus: $10{,}61 = 10 \cdot q^3$, $q = 1{,}0199$

c) Korkokerroin on b-kohdan perusteella 1,0199, joten nettokorkokanta on 1,99 %.

Vastaus: 1,99 %

VAHVISTA OSAAMISTA

242. Alkupääoma on k = 700 €, kasvanut pääoma K = 900 € ja korkokerroin q = 1,038. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä vuosien lukumäärä n.

$$\begin{aligned} K &= k \cdot q^n \\ 900 &= 700 \cdot 1{,}038^n \qquad \| :700 \\ 1{,}038^n &= 1{,}285... \\ n &= \log_{1{,}038} 1{,}285... \\ n &= 6{,}738... \end{aligned}$$

Annun säästötavoite täyttyy 6,738… ≈ 7 vuoden kuluttua.

Vastaus: 900 = 700 · 1,038n, 7 vuoden kuluttua

243. **a)** Ratkaistaan yhtälö.

$$
\begin{aligned}
k \cdot 1{,}02^7 &= 25\ 000 \qquad \| : 1{,}02^7 \\
k &= 21\,764{,}004... \\
k &\approx 21\,764
\end{aligned}
$$

Yhtälön avulla voidaan ratkaista esimerkiksi alkupääoman suuruus, kun halutaan, että seitsemän vuoden kuluttua tilillä on rahaa 25 000 euroa ja tilin nettokorkokanta on 2,00 %.

Vastaus: $k \approx 21\ 764$, Kuinka suuri alkupääoma kasvaa 7 vuodessa 25 000 euroon, kun tilin nettokorkokanta on 2,00 %?

b) Ratkaistaan yhtälö.

$$
\begin{aligned}
400 \cdot q^8 &= 560 \qquad \| : 400 \\
q^8 &= 1{,}4 \\
q &= _{(\pm)} \sqrt[8]{1{,}4} \\
q &= 1{,}04295... \\
q &\approx 1{,}0430
\end{aligned}
$$

Yhtälön avulla voidaan selvittää esimerkiksi tilin nettokorkokanta, kun tilille talletetaan 400 euroa ja halutaan, että kahdeksan vuoden kuluttua tilillä on rahaa 560 euroa.

Vastaus: $q \approx 1{,}0430$, Kuinka suuri tilin nettokorkokannan tulisi olla, jotta 400 euron talletus kasvaisi 8 vuodessa 560 euron suuruiseksi?

c) Ratkaistaan yhtälö.

$$
\begin{aligned}
3500 \cdot 1{,}013^n &= 4034{,}33 \qquad \| : 3500 \\
1{,}013^n &= 1{,}152... \\
n &= \log_{1{,}013} 1{,}152... \\
n &= 10{,}999... \\
n &\approx 11
\end{aligned}
$$

Yhtälön avulla voidaan ratkaista esimerkiksi, kuinka monen vuoden kuluttua 3500 euron pääoma kasvaa 4034,33 euroksi tilillä, jonka nettokorkokanta on 1,30 %.

Vastaus: $n \approx 11$, Kuinka monen vuoden kuluttua 3500 euron talletus kasvaa arvoon 4034,33 euron suuruiseksi, kun tilin nettokorkokanta on 1,30 %?

244. Merkitään alkupääomaa kirjaimella k. Kasvanut pääoma on $K = 5000$ € ja vuosien lukumäärä $n = 6$ vuotta.

Tilin nettokorkokanta on 2,45 %, joten korkokerroin on $q = 1{,}0245$.

Tapa 1:

Diskonttausperiaatteen mukaan kysytty pääoma on
$k = K \cdot q^{-n} = 5000$ € $\cdot\ 1{,}0245^{-6} = 4324{,}124\ldots$ € $\approx 4324{,}12$ €.

Jos tilille talletetaan 4324,12 euroa, pääoma on kuuden vuoden kuluttua
$4324{,}12$ € $\cdot\ 1{,}0245^{6} = 4999{,}994$ € $\approx 4999{,}99$ €.

Jotta tilillä olisi kuuden vuoden kuluttua vähintään 5000 euroa, tilille talletettavan pääoman suuruus on oltava vähintään 4324,13 €.

Tapa 2:

Muodostetaan yhtälö koronkoron periaatteen avulla sijoittamalla kasvanut pääoma $K = 5000$, korkokerroin $q = 1{,}0245$ ja vuosien lukumäärä $n = 6$.

$$
\begin{aligned}
K &= k \cdot q^{n} \\
5000 &= k \cdot 1{,}0245^{6} \\
k \cdot 1{,}156\ldots &= 5000 \qquad \| :1{,}156\ldots \\
k &= 4324{,}124\ldots
\end{aligned}
$$

Jos tilille talletetaan 4324,12 euroa, pääoma on kuuden vuoden kuluttua
$4324{,}12$ € $\cdot\ 1{,}0245^{6} = 4999{,}994$ € $\approx 4999{,}99$ €.

Jotta tilillä olisi kuuden vuoden kuluttua vähintään 5000 euroa, tilille talletettavan pääoman suuruus on oltava vähintään 4324,13 €.

Vastaus: 4324,13 €

245. Merkitään alkupääomaa kirjaimella k. Kasvanut pääoma on $K = 10\,000$ mk, korkokerroin $q = 1{,}1$ ja vuosien lukumäärä $n = 15$ vuotta.

Tapa 1:

Diskonttausperiaatteen mukaan kysytty pääoma on
$k = K \cdot q^{-n} = 10\,000 \text{ mk} \cdot 1{,}1^{-15} = 2393{,}920\ldots \text{ mk} \approx 2393{,}92$ mk.

Tapa 2:

Muodostetaan koronkoron periaatteen avulla yhtälö ja ratkaistaan siitä alkupääoma k.

$$
\begin{aligned}
K &= k \cdot q^{n} \\
10\,000 &= k \cdot 1{,}1^{15} \\
10\,000 &= 4{,}177\ldots k \qquad \| : 4{,}177\ldots \\
k &= 2393{,}920\ldots
\end{aligned}
$$

Olavin oli talletettava $2393{,}920\ldots$ mk $\approx 2393{,}92$ mk.

Vastaus: 2393,92 markkaa

246. Lasketaan Peetun pääoma käyttötilillä kahden vuoden kuluttua.
$1000\ € \cdot 1{,}009^{2} = 1018{,}081\ € \approx 1018{,}08\ €$.

Lasketaan Peetun pääoma säästötilillä kahden vuoden kuluttua.

$1000\ € \cdot 1{,}015^{2} = 1030{,}225\ € \approx 1030{,}23\ €$.

Peetun pääoma kahden vuoden kuluttua oli yhteensä
$1018{,}08\ € + 1030{,}23\ € = 2048{,}31\ €$.

Petran pääoma oli vuoden kuluttua $2000\ € \cdot 1{,}013 = 2026\ €$ ja kahden vuoden kuluttua $2026\ € \cdot 1{,}01 = 2046{,}26\ €$

Peetun talletus tuotti enemmän.

Vastaus: Peetun

247. **a)** Alkupääoma on $k = 1000$ €. Nettokorkokanta on $0{,}71 \cdot 1{,}50\ \% = 1{,}065\ \%$, joten korkokerroin on $q = 1{,}01065$. Vuosien lukumäärä on $n = 10$ vuotta. Lasketaan kasvanut pääoma K.

$K = k \cdot qn = 1000\ € \cdot 1{,}01065^{10} = 1111{,}751\ldots\ €$

Tilillä on 10 vuoden kuluttua 1111,751… € ≈ 1111,75 €.

Vastaus: 1111,75 euroa

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkoaika n.

$$\begin{aligned} 1000 \cdot 1{,}01065^n &= 2000 \quad \| :1000 \\ 1{,}01065^n &= 2 \\ n &= \log_{1{,}01065} 2 \\ n &= 65{,}430... \end{aligned}$$

Talletus ei ole vielä kaksinkertaistunut 65 vuoden kuluttua, joten vastaus on pyöristettävä ylöspäin 66 vuoteen.

Vastaus: 66 vuoden kuluttua

248. **a)** Alkupääoma on $k = 3000$ €, kasvanut pääoma $K = 4000$ € ja korkokerroin $q = 1{,}04$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä vuosien lukumäärä n.

$$
\begin{aligned}
K &= k \cdot q^n \\
4000 &= 3000 \cdot 1{,}04^n \qquad \| : 3000 \\
1{,}333... &= 1{,}04^n \\
n &= \log_{1{,}04} 1{,}333... \\
n &= 7{,}334...
\end{aligned}
$$

Talletuksen on oltava tilillä vähintään 7,334… vuotta.
0,334… a = 0,334… · 12 kk = 4,019… kk, joten talletuksen on oltava tilillä vähintään 7 vuotta ja 4 kuukautta.

Vastaus: 7 vuotta 4 kuukautta

b) Korkokanta on 0,75 %, joten nettokorkokanta on 0,70 · 0,75 % = 0,525 %.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä vuosien lukumäärä n.

$$
\begin{aligned}
K &= k \cdot q^n \\
4000 &= 3000 \cdot 1{,}00525^n \qquad \| : 3000 \\
1{,}333... &= 1{,}00525^n \\
n &= \log_{1{,}00525} 1{,}333... \\
n &= 54{,}940...
\end{aligned}
$$

Talletuksen on oltava tilillä 54,940… vuotta.
0,940… a = 0,940… · 12 kk = 11,283… kk,
joten talletuksen on oltava tilillä 55 kokonaista vuotta.

Vastaus: 55 vuotta 0 kuukautta

249. **a)** Alkupääoma on $k = 400$ €, vuosien lukumäärä $n = 2$ vuotta ja kasvanut pääoma $K = 410$ €. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokerroin q.

$$\begin{aligned} K &= k \cdot q^n \\ 410 &= 400 \cdot q^2 \quad \| :400 \\ q^2 &= 1{,}025 \\ q &=_{(\pm)} \sqrt{1{,}025} \\ q &= 1{,}01242... \end{aligned}$$

Nettokorkokanta on 1,242… % ≈ 1,24 %.

Vastaus: 1,24 %

b) Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokanta x.

$$\begin{aligned} 0{,}7 \cdot x &= 1{,}242...\% \quad \| :0{,}7 \\ x &= 1{,}774...\% \end{aligned}$$

Korkokanta on 1,774… % ≈ 1,77 %.

Vastaus: 1,77 %

250. Diskontataan kaikkien stipendien arvot käyttäen korkokantana 4,5 prosenttia.

$200\text{ €} \cdot 1{,}045^{-1} + 300\text{ €} \cdot 1{,}045^{-2} + 400\text{ €} \cdot 1{,}045^{-3} + 500\text{ €} \cdot 1{,}045^{-4}$
$+ 600\text{ €} \cdot 1{,}045^{-5}$
$= 1717{,}376\ldots\text{ €}$
$\approx 1717{,}38\text{ €}.$

Rahastoon on lahjoitettava 1717,38 €.

Vastaus: 1717,38 euroa

251. Diskontataan kaikkien kahdeksan stipendin arvot nykyrahaan.
Korkokerroin on $q = 1{,}03$, kasvanut pääoma on $K = 200$ € ja
$n = 1, 2, 3, \ldots, 7$ ja 8.

$$\begin{aligned} k &= 200\text{ €}\cdot 1{,}03^{-1} + 200\text{ €}\cdot 1{,}03^{-2} + 200\text{ €}\cdot 1{,}03^{-3} + \ldots + 200\text{ €}\cdot 1{,}03^{-8} \\ &= 1403{,}938\ldots\text{ €} \end{aligned}$$

Hermannin on talletettava tilille 1403,938… € ≈ 1403,94 €.

Vastaus: 1403,94 euroa

252. Korkokanta on 3,75 %, joten korkokerroin on $q = 1{,}0375$.
Tänä vuonna haitta on 7000 euroa, ensi vuoden haitan nykyarvo diskonttausperiaatteen mukaan $7000\text{ €} \cdot 1{,}0375^{-1}$, sitä seuraavana vuonna $7000\text{ €} \cdot 1{,}0375^{-2}$ ja niin edelleen. Viimeisen vuoden haitan nykyarvo on $7000\text{ €} \cdot 1{,}0375^{-9}$.

Haittojen nykyarvojen summa on euroina
$7000 + 7000 \cdot 1{,}0375^{-1} + 7000 \cdot 1{,}0375^{-2} + \ldots + 7000 \cdot 1{,}0375^{-9}$
$= 59\,645{,}367\ldots$

Haittakorvausta on maksettava 59 645,367… € ≈ 59 645,37 €.

Vastaus: 59 645,37 euroa

253. Vuosien lukumäärä on $n = 50$ ja korkokerroin $q = 1{,}007$. Koska alkupääoman suuruutta ei ole kerrottu, merkitään sitä kirjaimella k.
50 vuoden kuluttua pääoma on kasvanut arvoon
$k \cdot 1{,}007^{50} = 1{,}417\ldots k \approx 1{,}4k$.

Pääoma kasvaa noin 1,4-kertaiseksi.

Vastaus: 1,4-kertaiseksi

254. Vuosien lukumäärä on $n = 25$. Koska alkupääoman suuruutta ei ole kerrottu, merkitään sitä kirjaimella k. Kasvanut pääoma on $K = 2k$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä nettokorkokerroin q.

$$\begin{aligned} 2k &= k \cdot q^{25} \qquad \| : k \\ 2 &= q^{25} \\ q &= \sqrt[25]{2} \\ q &= 1{,}02811... \end{aligned}$$

Tilin nettokorkokanta on 2,811… %. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokanta x.

$$\begin{aligned} 0{,}7 \cdot x &= 2{,}811...\% \qquad \| : 0{,}7 \\ x &= 4{,}016...\% \end{aligned}$$

Korkokanta on 4,016… % ≈ 4,02 %.

Vastaus: 4,02 %

255. Koska alkupääoman suuruutta ei ole kerrottu, merkitään sitä kirjaimella k. Kaksinkertainen pääoma on $2k$.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä vuosien lukumäärä n.

$$\begin{aligned} K &= k \cdot q^{n} \\ 2k &= k \cdot 1{,}02^{n} \qquad \| : k \\ 2 &= 1{,}02^{n} \\ n &= \log_{1{,}02} 2 \\ n &= 35{,}002... \end{aligned}$$

Rahat on talletettava 35 vuodeksi.

Vastaus: 35 vuodeksi

256. Korkokerroin on q = 1,0175.
1. talletus kasvaa korkoa 14 vuoden ajan. Sen suuruus 15-vuotishääpäivänä on $k \cdot qn = 100$ € · $1{,}0175^{14}$.

2. talletus kasvaa korkoa 13 vuoden ajan. Sen suuruus 15-vuotishääpäivänä on 100 € · $1{,}0175^{13}$.

Kolmannen talletuksen suuruus 15-vuotishääpäivänä on 100 € · $1{,}0175^{12}$ ja niin edelleen. Viimeinen, eli 14. talletus kasvaa korkoa yhden vuoden ajan. Sen suuruus 15-vuotishääpäivänä on 100 € · $1{,}0175^{1}$.

Talletusten suuruudet 15-vuotishääpäivänä muodostavat geometrisen summan, jossa yhteenlaskettavien lukumäärä on n = 14, suhdeluku on q = 1,0175 ja ensimmäinen yhteenlaskettava on $a_1 = 100 \cdot 1{,}0175^1$.

$$100 \cdot 1{,}0175^1 + \ldots + 100 \cdot 1{,}0175^{13} + 100 \cdot 1{,}0175^{14}$$
$$= \frac{100 \cdot 1{,}0175^1 (1 - 1{,}0175^{14})}{1 - 1{,}0175}$$
$$= 1598{,}444...$$

Aviopari voi saada matkan, jonka hinta on 1598,444… € ≈ 1600 €.

Tapa 2: taulukkolaskentaohjelmalla

Videossa https://vimeo.com/238539424/d448f489f6 näytetään, miten tehtävä voidaan ratkaista taulukkolaskentaohjelmalla.

Vastaus: 1600 €

257. Merkitään tarvittavaa aikaa vuosina kirjaimella n. Talletuksia tehdään siis $n + 1$ kappaletta: ensimmäinen, kun aikaa on kulunut 0 vuotta ja viimeinen, kun aikaa on kulunut n vuotta.

Ensimmäinen talletus kasvaa korkoa n vuotta. Sen arvo on lopuksi $1000\text{ €} \cdot 1{,}029^n$.

Toinen talletus kasvaa korkoa $n - 1$ vuotta. Sen arvo on lopuksi $1000\text{ €} \cdot 1{,}029^{n-1}$.

Kolmannen talletuksen arvo on lopuksi $1000\text{ €} \cdot 1{,}029^{n-2}$ ja niin edelleen.

Toiseksi viimeinen talletus kasvaa korkoa kerran, joten sen arvo on lopuksi $1000\text{ €} \cdot 1{,}029^1$.

Viimeinen talletus ei kasva korkoa lainkaan., joten sen arvo on lopuksi 1000 €.

Talletusten suuruudet n vuoden kuluttua muodostavat geometrisen summan.

$$1000 + 1000 \cdot 1{,}029^1 + \ldots + 1000 \cdot 1{,}029^n = 1000 \cdot \frac{1 - 1{,}029^{n+1}}{1 - 1{,}029}.$$

Summan on oltava vähintään 20 000 euroa. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä kulunut aika n.

$$1000 \cdot \frac{1 - 1{,}029^{n+1}}{1 - 1{,}029} = 20\,000$$

Sopivalla ohjelmalla saadaan yhtälön ratkaisuksi $n = 15{,}0008\ldots \approx 15$. Rahat riittävät maailmanympärimatkaan 16. talletuksen jälkeen.

Vastaus: 16. talletuksen

258. Diskontataan jokainen ensimmäisen maksuvaihtoehdon maksuerä ja lasketaan nykyarvot yhteen.

$10\,000\text{ €} + 10\,000\text{ €} \cdot 1{,}05^{-1} + 10\,000 \cdot 1{,}05^{-2}$
$= 28\,594{,}104\text{ €}$
$\approx 28\,594{,}10\text{ €}$

Diskontataan jokainen toisen maksuvaihtoehdon maksuerä ja lasketaan nykyarvot yhteen.
$a + 15\,000\text{ €} \cdot 1{,}05^{-2} = a + 13\,605{,}442\text{ €} \approx a + 13\,605{,}44\text{ €}$

Asetetaan diskontatut arvot yhtä suuriksi ja ratkaistaan yhtälöstä luku a.
$a + 13\,605{,}44 = 28\,594{,}10$
$a = 14\,988{,}66\text{ €}$

Määrän a tulee olla 14 988,66 €.

Vastaus: 14 988,66 €

259. **a)** Apurahan tuotto on $0{,}054 \cdot 1\,800\,000\text{ €} = 97\,200\text{ €}$.
Tuotosta siirretään pääomaan 30 %.
Jäljelle jää 70 % eli $0{,}7 \cdot 97\,200\text{ €} = 68\,040\text{ €}$.
Kun on maksettu kaksi 21 000 euron suuruista apurahaa, jäljellä on
$68\,040\text{ €} - 2 \cdot 21\,000\text{ €} = 26\,040\text{ €}$.
14:ään matka-apurahaan käytetään yhteensä 26 040 €, joten yhden matka-apurahan suuruus on $\frac{26\,040\text{ €}}{14} = 1860\text{ €}$.

Vastaus: 1860 euroa

b) Tuotosta siirretään pääomaan vuosittain 30 prosenttia. Koska tuotto on 5,4 prosenttia pääomasta, joka vuosi pääoma kasvaa
$0{,}3 \cdot 5{,}4\,\% = 1{,}62\,\%$, eli pääoma tulee 1,0162-kertaiseksi.
Viidessä vuodessa pääoman suuruudeksi tulee
$1\,800\,000\text{ €} \cdot 1{,}0162^5 = 1\,950\,601{,}069\ldots\text{ €} \approx 1\,950\,000\text{ €}$.

Vastaus: 1,95 miljoonaan euroon

SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

260. **a)** Korkokerroin on $q = 1{,}014$. Pääoman suuruus vuoden kuluttua on $3000\ € \cdot 1{,}014 = 3042\ €$.

Vastaus: 3042 euroa

b) Korkokerroin on $q = 1{,}007$. Korkokausien lukumäärä on $n = 2$.
Pääoman suuruus vuoden kuluttua on
$3000\ € \cdot 1{,}007^2 = 3042{,}147\ € \approx 3042{,}15\ €$.

Vastaus: 3042,15 euroa

c) Korkokerroin on $q = 1{,}0035$. Korkokausien lukumäärä on $n = 4$.
Pääoman suuruus vuoden kuluttua on
$1{,}0035^4 \cdot 3000\ € = 3042{,}221\ldots\ € \approx 3042{,}22\ €$.

Vastaus: 3042,22 euroa

261. Korkokerroin on $q = 1{,}0175$. Merkitään vuosittaisen talletuksen suuruutta kirjaimella K.

Ensimmäinen talletus kasvaa korkoa 4 vuotta, toinen 3 vuotta, kolmas 2 vuotta ja neljäs vuoden. Taulukko havainnollistaa tehtyjä kertatalletuksia ja niiden arvoja talletusajan loputtua.

	1. talletus	2. talletus	3. talletus	4. talletus
1. vuoden lopussa	$1{,}0175 \cdot K$			
2. vuoden lopussa	$1{,}0175^2 \cdot K$	$1{,}0175 \cdot K$		
3. vuoden lopussa	$1{,}0175^3 \cdot K$	$1{,}0175^2 \cdot K$	$1{,}0175 \cdot K$	
4. vuoden lopussa	$1{,}0175^4 \cdot K$	$1{,}0175^3 \cdot K$	$1{,}0175^2 \cdot K$	$1{,}0175 \cdot K$

Taulukon alimmalla rivillä on kunkin vuoden talletuksen lopullinen rahamäärä 4. vuoden lopussa.
Näiden summan tulee olla 8000 €. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä talletuksen suuruus K.

$$
\begin{aligned}
1{,}0175^4 \cdot K + 1{,}0175^3 \cdot K + 1{,}0175^2 \cdot K + 1{,}0175 \cdot K &= 8000 \\
K \cdot \left(1{,}0175^4 + 1{,}0175^3 + 1{,}0175^2 + 1{,}0175\right) &= 8000 \\
4{,}178... \cdot K &= 8000 \qquad \| : 4{,}178... \\
K &= 1914{,}750...
\end{aligned}
$$

Vuosittaisen talletuksen tulisi olla 1914,750… € ≈ 1915 €.

Vastaus: 1915 euroa

262. Tilin nettokorkokanta on 0,70 · 1,31 % = 0,917 %.
Elmo tekee talletukset tammikuun, huhtikuun, heinäkuun ja lokakuun aluissa.

Tarkastellaan yhden vuoden aikana tehtäviä talletuksia ja niille maksettavia korkoja.

	Talletuksen suuruus (€)	Talletukselle maksettava korko (€)
1. talletus	300	$300 \cdot 0{,}00917 \cdot 1 = 2{,}751$
2. talletus	300	$300 \cdot 0{,}00917 \cdot \frac{9}{12} = 2{,}063...$
3. talletus	300	$300 \cdot 0{,}00917 \cdot \frac{6}{12} = 1{,}3755$
4. talletus	300	$300 \cdot 0{,}00917 \cdot \frac{3}{12} = 0{,}68775$
yhteensä:	1200	$6{,}8775 \approx 6{,}88$

Vuoden aikana tehdyt talletukset ja niille maksetut korot ovat yhteensä 1200 € + 6,88 € = 1206,88 €. Tämä vastaa yhtä, vuoden lopussa tehtyä 1206,88 euron talletusta. Voidaan siis ajatella, että viiden vuoden ajan joka vuoden lopussa tehdään yksi 1206,88 euron suuruinen talletus.

Ensimmäisen vuoden talletus kasvaa korkoa 4 vuoden ajan, toisen vuoden talletus 3 vuoden ajan ja niin edelleen. Viimeisen vuoden talletus ei ehdi kasvaa korkoa.

	Pääoma lopussa (€)
1. vuoden talletus	$1206{,}88 \cdot 1{,}00917^4$
2. vuoden talletus	$1206{,}88 \cdot 1{,}00917^3$
3. vuoden talletus	$1206{,}88 \cdot 1{,}00917^2$
4. vuoden talletus	$1206{,}88 \cdot 1{,}00917^1$
5. vuoden talletus	1206,88
yhteensä:	6146,090…

Elmolla on rahaa säästöajan päätyttyä 6146,09 €.

Videossa https://vimeo.com/238539433/95ef0a5c88 näytetään, miten tehtävä voidaan ratkaista taulukkolaskentaohjelmalla.

Vastaus: 6146,09 euroa

263. Nettokorkokanta on 0,70 · 4,00 % = 2,80 %.
Taulukoidaan yhden vuoden aikana tehtäville talletuksille maksettavia korkoja.

	Korkoaika (kk)	Korkoaika vuosina	Talletukselle maksettava korko vuoden lopussa (€)
1. talletus	12	$\frac{12}{12}=1$	$150\cdot 0,028\cdot \frac{12}{12}=4,2$
2. talletus	11	$\frac{11}{12}$	$150\cdot 0,028\cdot \frac{11}{12}=3,85$
3. talletus	10	$\frac{10}{12}$	$150\cdot 0,028\cdot \frac{10}{12}=3,5$
…	…	…	…
11. talletus	2	$\frac{2}{12}$	$150\cdot 0,028\cdot \frac{2}{12}=0,7$
12. talletus	1	$\frac{1}{12}$	$150\cdot 0,028\cdot \frac{1}{12}=0,35$

Huomataan, että korkojen muodostamassa lukujonossa 4,2; 3,85; 3,5; … peräkkäisten jäsenten erotus on aina 0,35, joten jono on aritmeettinen. Korkojen summa on siis aritmeettinen summa.

Aritmeettiselle summalle on laskukaava $S_n = n\cdot\frac{a_1+a_n}{2}$. Ensimmäinen yhteenlaskettava on a_1 = 4,2, viimeinen yhteenlaskettava on a_{12} = 0,35 ja yhteenlaskettavien määrä on n = 12.
Summa on siis

$$
\begin{aligned}
&4,2+3,85+3,5+...0,7+0,35\\
&=12\cdot\frac{4,2+0,35}{2}\\
&=27,3.
\end{aligned}
$$

Yhden vuoden aikana tehtyjen talletusten korko on vuoden lopussa 27,30 €.

Yhden vuoden aikana tehdyt talletukset ja niille maksetut korot ovat yhteensä 12 · 150 € + 27,30 € = 1827,30 €. Tämä vastaa yhtä vuoden lopussa tehtävää kertatalletusta, jonka suuruus on 1827,30 €.

Samanlaiset talletukset tehdään 15 vuoden ajan. Voidaan ajatella, että kunkin vuoden lopussa talletetaan 1827,30 €.

1. vuoden talletus kasvaa korkoa 14 vuoden ajan, joten sen suuruus on lopuksi 1827,30 € · $1{,}028^{14}$.

2. vuoden talletus kasvaa korkoa 13 vuoden ajan, joten sen suuruus on lopuksi 1827,30 € · $1{,}028^{13}$.

Vastaavasti 3. vuoden talletuksen suuruus on lopuksi 1827,30 € · $1{,}028^{12}$ ja niin edelleen.

Toiseksi viimeinen talletus kasvaa korkoa yhden vuoden ajan, joten sen suuruus on lopuksi 1827,30 € · 1,028.

Viimeisen vuoden talletus ei ehdi kasvaa korkoa lainkaan, joten sen suuruus on lopuksi 1827,30 €.

Talletusten summa lopuksi on euroina
$1827{,}30 \cdot 1{,}028^{14} + 1827{,}30 \cdot 1{,}028^{13} + \ldots + 1827{,}30 \cdot 1{,}028 + 1827{,}30$.

Kirjoitetaan summa lopusta alkuun.
$1827{,}30 + 1827{,}30 \cdot 1{,}028 + \ldots + 1827{,}30 \cdot 1{,}028^{14}$.

Peräkkäisten yhteenlaskettavien suhde on 1,028, joten summa on geometrinen. Geometriselle summalle on laskukaava $S = \dfrac{a_1 \cdot (1-q^n)}{1-q}$,
jossa a_1 on ensimmäinen yhteenlaskettava, q peräkkäisten jäsenten suhde ja n yhteenlaskettavien lukumäärä. Summa on siis

$$S = \frac{1827{,}30 \cdot (1-1{,}028^{15})}{1-1{,}028} = 33\,491{,}886...$$

Säästötilillä on rahaa 15 vuoden kuluttua ensimmäisestä talletuksesta 33 491,886… € ≈ 33 491,89 €.

Videossa https://vimeo.com/238539442/6164403c74 näytetään, miten tehtävä voidaan ratkaista taulukkolaskentaohjelmalla.

Vastaus: 33 491,89 euroa

264. Merkitään vuoden 2002 tammikuun alussa talletettua pääomaa kirjaimella k. Korkoprosentti on 2,54, joten korkokerroin on 1,0254. Koronkoron periaatteen mukaan n:n vuoden kuluttua pääoman suuruus on $k \cdot 1{,}0254n$.

Kun n vuotta on kulunut vuoden 2002 alusta, niin vuoden 2003 tammikuun alussa talletettu pääoma k on ollut tilillä $n - 1$ vuotta. Korkoprosentti on 3,25, joten korkokerroin on 1,0325. Koronkoron periaatteen mukaan pääoman suuruus on tällöin $k \cdot 1{,}0325^{n-1}$.

Merkitään pääomat yhtä suuriksi ja ratkaistaan saadusta yhtälöstä vuosien lukumäärä n.

$$
\begin{aligned}
k \cdot 1{,}0254^{n} &= k \cdot 1{,}0325^{n-1} && \| :k \\
1{,}0254^{n} &= 1{,}0325^{n-1} \\
1{,}0254 \cdot 1{,}0254^{n-1} &= 1{,}0325^{n-1} && \| :1{,}0254^{n-1} \\
1{,}0254 &= \frac{1{,}0325^{n-1}}{1{,}0254^{n-1}} \\
1{,}0254 &= \left(\frac{1{,}0325}{1{,}0254}\right)^{n-1} \\
1{,}0254 &= 1{,}006...^{n-1} \\
n-1 &= \log_{1{,}006...} 1{,}0254 \\
n-1 &= 3{,}635... \\
n &= 4{,}635...
\end{aligned}
$$

Käytännössä yhtälö kannattaa ratkaista sopivalla ohjelmalla. Vuoden 2003 ylioppilaskirjoituksissa yhtälöt jouduttiin kuitenkin vielä ratkaisemaan edellä näytetyllä menetelmällä.

0,635… vuotta = 0,635… · 12 kk = 7,620… kk ≈ 8 kk, joten talletukset olivat kasvaneet yhtä suuriksi vuoden 2006 elokuun alussa.

Vastaus: $k = 1{,}0254^{n} = k \cdot 1{,}0325^{n-1}$, elokuussa 2006

265. **a)** Kun talletuksen suuruus kasvaa p %, niin edellisen vuoden talletukseen on lisättävä edellisen vuoden talletus $\frac{p}{100}$ -kertaisena. Taulukoidaan talletusten suuruuksia.

	Talletuksen suuruus (€)
1. talletus	a
2. talletus	$a+\frac{p}{100}\cdot a=a\left(1+\frac{p}{100}\right)$
3. talletus	$a\left(1+\frac{p}{100}\right)+\frac{p}{100}\cdot a\left(1+\frac{p}{100}\right)$ $=a\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{p}{100}\right)$ $=a\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$
4. talletus	$a\left(1+\frac{p}{100}\right)^2+\frac{p}{100}\cdot a\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$ $=a\left(1+\frac{p}{100}\right)^2\left(1+\frac{p}{100}\right)$ $=a\left(1+\frac{p}{100}\right)^3$
…	
10. talletus	$a\left(1+\frac{p}{100}\right)^9$

10. vuoden talletus saadaan lausekkeella $a\left(1+\frac{p}{100}\right)^9$.

Vastaus: $a\left(1+\frac{p}{100}\right)^9$

b) Sijoitetaan a-kohdassa saatuun lausekkeeseen $a = 1000$ € ja $p = 2{,}00$ %.

$$a\left(1+\frac{p}{100}\right)^9=1000\cdot\left(1+\frac{2}{100}\right)^9=1195{,}092...\text{ €}$$

10. vuoden talletuksen suuruus on 1195,09 €.

Vastaus: 1195,09 euroa

ALOITUSAUKEAMAAN LIITTYVIÄ TEHTÄVIÄ

1. Jos korkokanta on esimerkiksi 0,80 %, nettokorkokanta on $0{,}7 \cdot 0{,}8\ \% = 0{,}56\ \%$. Korkokerroin on tällöin $q = 1{,}0056$. Jos tilillä on esimerkiksi 200 euroa, 10 vuoden päästä siellä on $200\ € \cdot 1{,}0056^{10} = 211{,}486\ldots\ € \approx 211{,}49\ €$.

Vastaus: -

2. Oletetaan esimerkiksi, että kesätöiden palkoista säästyy 2000 euroa ja ylioppilaslahjaksi saadusta rahoista 1000 euroa. Säästöjä on yhteensä 3000 euroa lukion loppuessa.

Oletetaan esimerkiksi, että haluat ostaa asunnon, jonka hinta on nyt 100 000 euroa, ja että asuntojen hinnat nousevat 3 % vuodessa. Kyseisen kaltaisen asunnon hinta on 10 vuoden kuluttua $100\,000\ € \cdot 1{,}03^{10} = 134\,391{,}637\ldots\ € \approx 134\,391{,}64\ €$.

10 prosentin käsiraha on $0{,}1 \cdot 134\,391{,}64\ € = 13\,439{,}164\ldots\ € \approx 13\,439{,}16\ €$.

Talletettu alkupääoma on $k = 3000\ €$, vuosien lukumäärä $n = 10$ ja kasvanut pääoma $K = 13\,439{,}16\ €$. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan siitä korkokerroin q.

$$\begin{aligned} 3000 \cdot q^{10} &= 13\,439{,}16 \quad \| :3000 \\ q^{10} &= 4{,}479\ldots \\ q &= \underset{(-)}{+}\sqrt[10]{4{,}479\ldots} \\ q &= 1{,}16178\ldots \end{aligned}$$

Nettokorkokannan pitäisi olla $16{,}178\ldots\ \% \approx 16{,}18\ \%$.

Vastaus: -