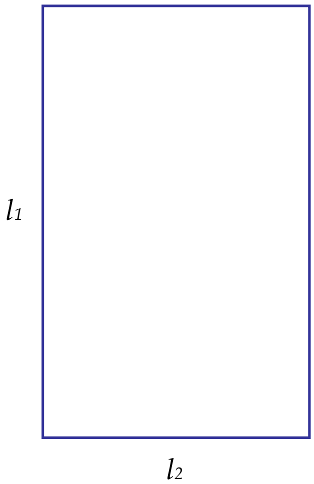
Attività 19 – Conchiglie, Galassie e Spirali

Lavoriamo ancora sulla *sezione aurea*.
Il grande interesse che essa ha rivestito nel tempo è sicuramente anche dovuto al fatto che la sua presenza è ritrovabile in molte forme della natura.

Per esempio da certe conchiglie fino a certi tipi di galassie!

Ti proponiamo ora di usare rettangoli aurei per costruire un particolare tipo di spirale.
Ti serve prima però una piccola osservazione. Considera il rettangolo aureo qui sotto (puoi controllare se non ti fidi) e disegna un quadrato sul suo lato lungo.



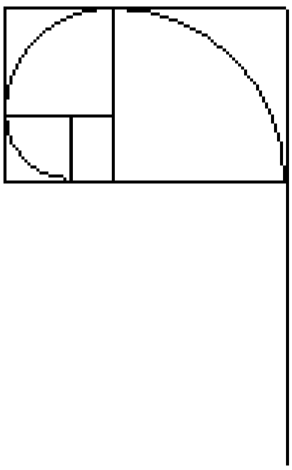
Ottieni in questo modo un nuovo rettangolo, che ha come base …….. e come altezza ……….
Dimostra che anch'esso è aureo. Inizia ricordando che

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{l_2}{\ldots\ldots\ldots} \quad \text{e quindi per la proprietà del comporre} \quad \frac{l_1 + l_2}{l_1} = \frac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$$

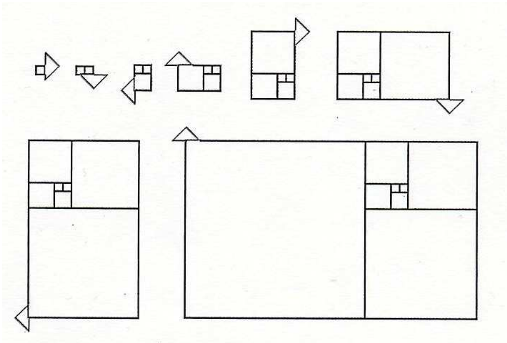
e ciò significa che ………………………………………………………………………………………
Attaccando con il medesimo criterio un quadrato al nuovo rettangolo si ottiene quindi ancora un rettangolo aureo.

Partendo ora dalla figura che trovi nella pagina successiva, costruisci con questo criterio i primi 8 quadrati avendo cura che si possa passare da uno all'altro girando sempre nello stesso verso.

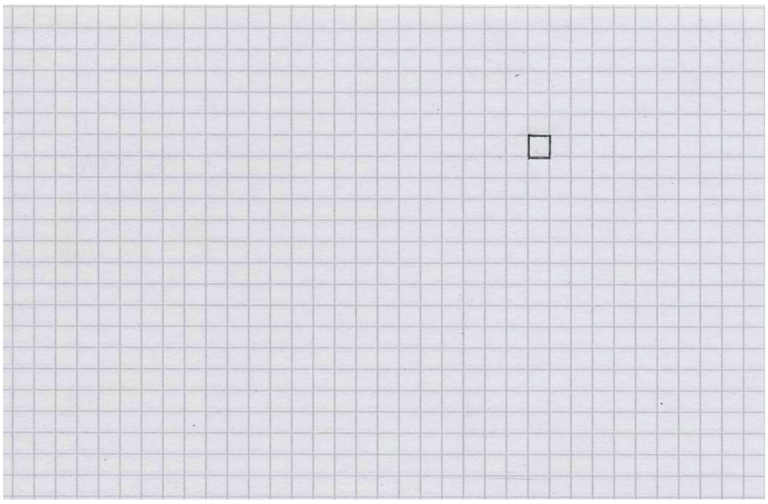
Nota che si è iniziata la costruzione girando in senso orario!
Dopo aver costruito i quadrati, disegna in ognuno di essi un arco di circonferenza che sia tangente a due lati consecutivi del rispettivo rettangolo aureo.



La figura che hai ottenuto viene detta ***spirale armonica*** o ***spirale logaritmica***. È proprio questo tipo di curva che si può ritrovare sia nella forma di alcune conchiglie, sia di certi tipi di galassie a spirale.



Per concludere ti insegniamo ora a costruire una spirale più semplice.
Sulla griglia a quadretti sottostante inizia dal quadretto indicato e costruisci una spirale di 8 quadrati secondo il criterio illustrato in figura a fianco.

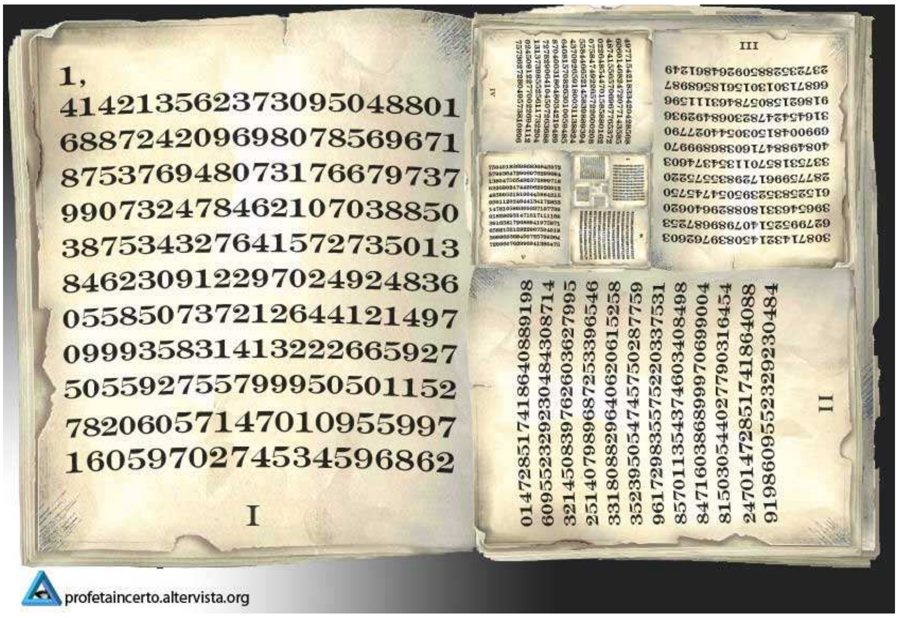


Ad ogni passaggio attaccando un quadrato si ottiene un nuovo rettangolo. Scrivi in ordine i rapporti tra il lato più lungo e il lato più corto di ciascun rettangolo

$\frac{2}{1}$; $\frac{3}{2}$; ………; ………;

………; ………; ………;

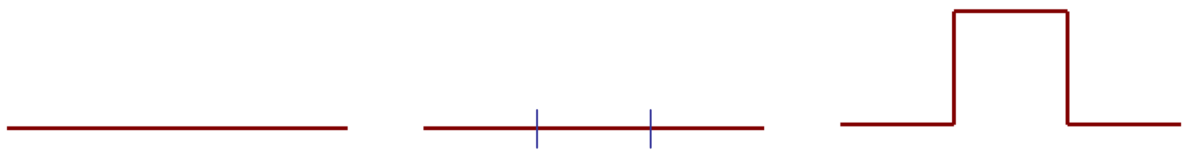
Inserisci adesso in ogni quadrato un arco di circonferenza in modo che due archi consecutivi siano tangenti ai lati dei rettangoli nello stesso punto.
La curva che hai ottenuto viene chiamata *spirale di Fibonacci*.



Ora ti proponiamo un argomento veramente moderno. Si è iniziato a studiarlo a partire dal 1973. Vediamo di che cosa si tratta.

Attività 20– Ci avviciniamo ai Frattali

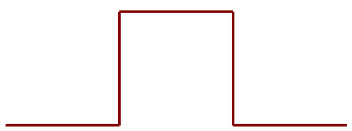
Dato un segmento di misura 1 u il seguente **algoritmo** trasforma il segmento in una spezzata di 5 segmenti, ciascuno che vale ⅓ u.
Perciò la lunghezza della spezzata sarà : ………………………



1) prendi un segmento;
2) dividilo in tre parti uguali;
3) cancella la parte centrale,
4) su questa parte costruisci tre lati di un quadrato.

Ripeti lo stesso procedimento su ciascuno dei segmenti che compongono la spezzata

Seconda tappa:



Numero di parti = …………………… Lunghezza di una parte = ……………………

Calcola la lunghezza della spezzata ottenuta: Spezzata = ……………………

Come cambia la lunghezza della spezzata quando ripetiamo tante volte il procedimento?
Completa la tabella e potrai capire meglio

1° tappa	$l \rightarrow \frac{5}{3} l$
2° tappa	$\frac{5}{3} l \rightarrow \frac{5}{3}\left(\frac{5}{3} l\right) =$
3° tappa	
4° tappa	
n° tappa	

Come vedi si può facilmente individuare la lunghezza della spezzata se conosciamo il numero di volte in cui applichiamo il procedimento.

Ma se pensiamo di non fermarci mai, la

lunghezza potrà diventare …………………

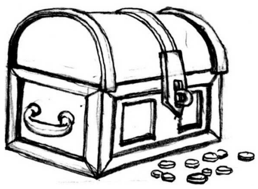
Attività 21 – La curva di Peano


Giuseppe Peano (1858 - 1932)

Lo studio di queste situazioni ebbe inizio nel 1890 con il famoso matematico piemontese ***Giuseppe Peano*** che ideò una *curva definita patologica*.
Se osservi bene il simbolo dell'Associazione Subalpina Mathesis nella prima pagina del tuo fascicolo potrai vederne una rappresentazione.

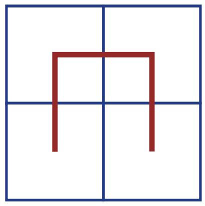
Si tratta di una **curva continua:** tutta la sua costruzione può essere percorsa *"senza mai alzare la matita dal piano"*.

Hilbert proseguì gli studi di Peano e inventò la curva che rappresenteremo tra poco. Viene costruita con un procedimento **ricorsivo**: si parte da un elemento base e si seguono le *"regole del gioco"*.



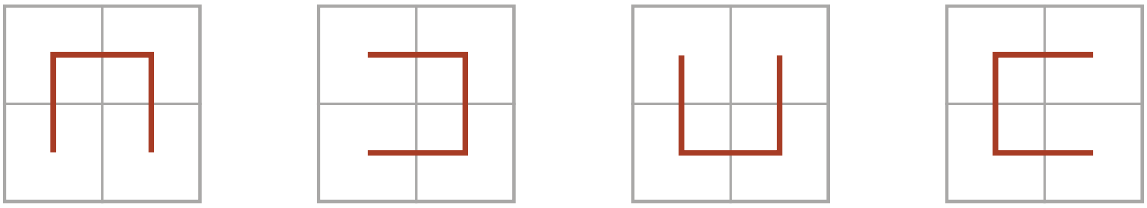
Domanda n°4

Elemento base



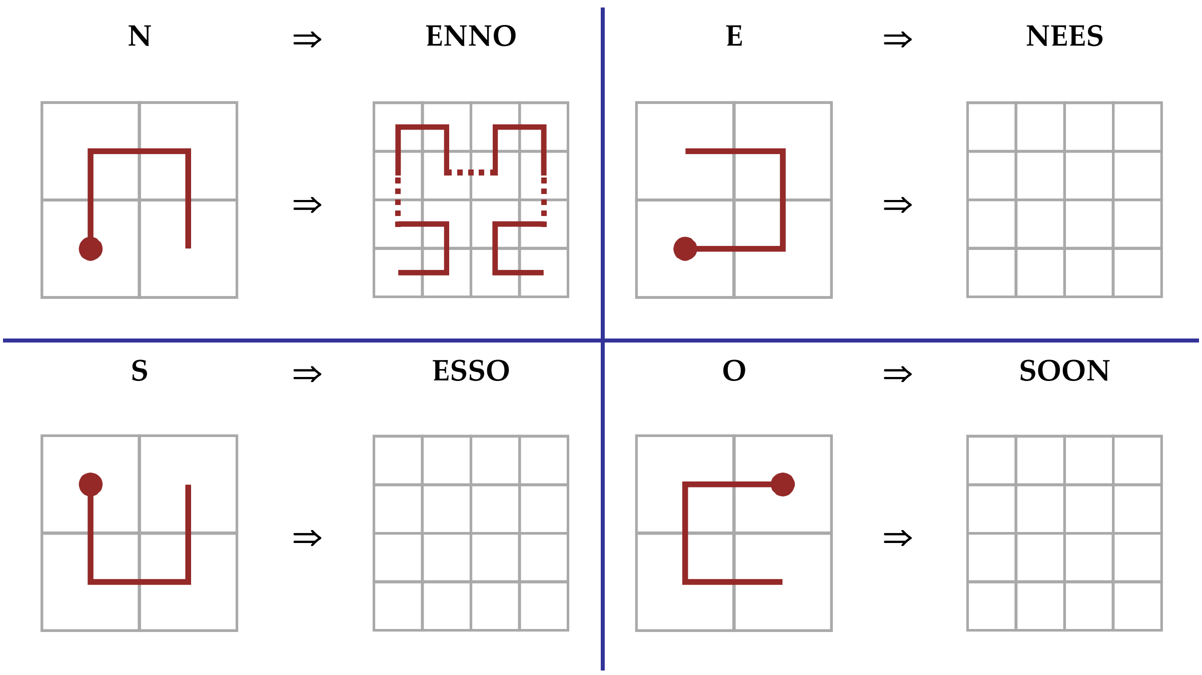
Regole del gioco: per costuire l'n-esima "tappa"

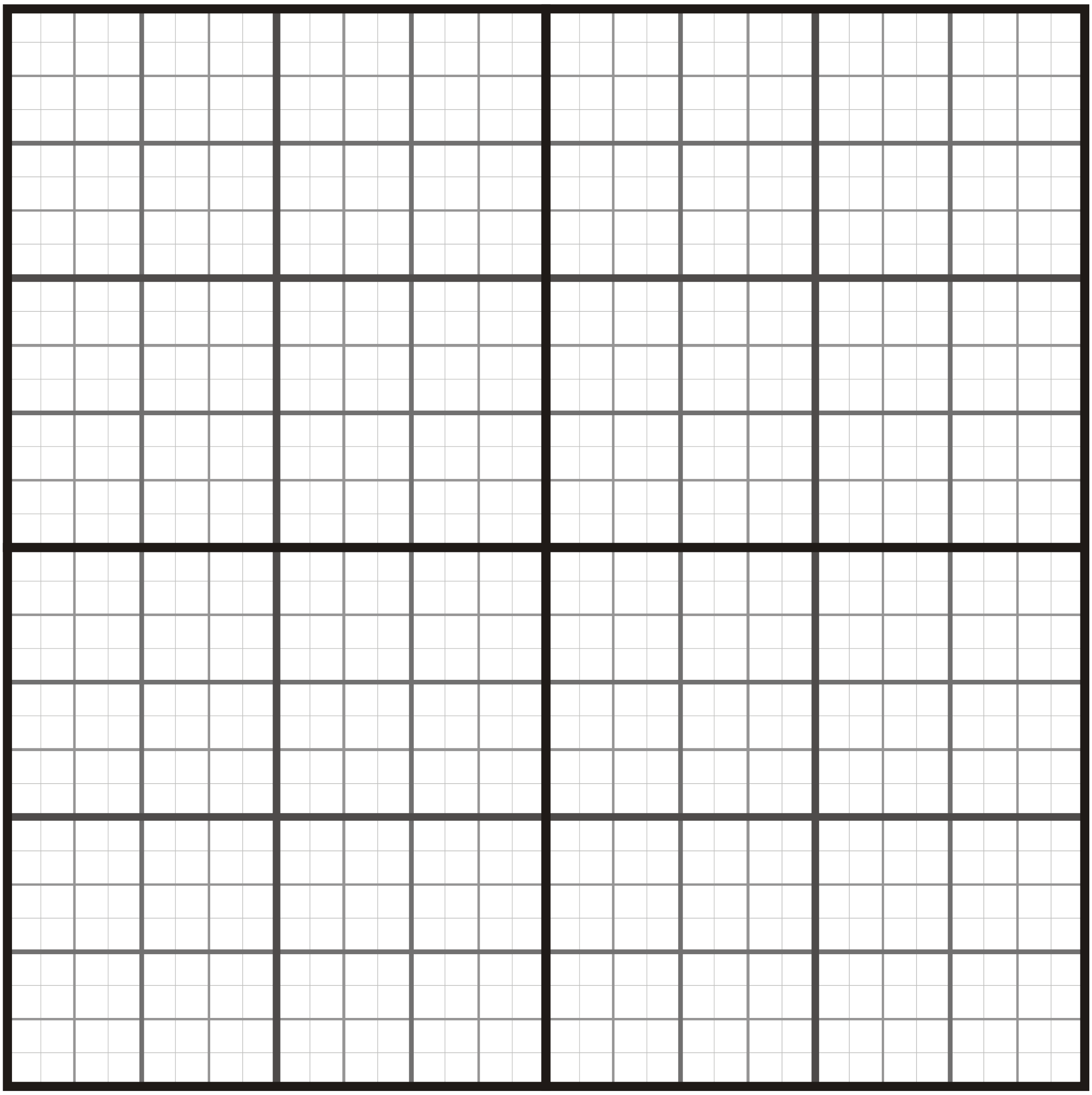
1) Gli elementi che si devono usare sono sempre **4**;



N = Nord   E = Est   S = Sud   O = Ovest

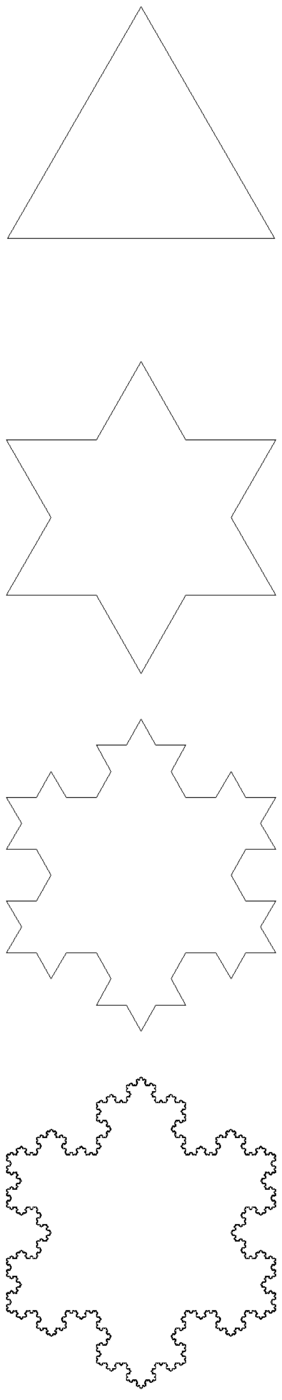
2) ogni volta si parte dal pallino indicato e si prosegue nell'unico modo possibile;
3) si passa da una tappa all'altra dimezzando il lato dei quadrati della griglia;
4) ad ogni tappa successiva si deve sostituire a ciascun elemento precedente la catena di 4 altri elementi composti secondo le regole seguenti e collegati nell'unica maniera possibile;





La curva così ottenuta risulta essere un **oggetto frattale**: si tratta cioè di un "oggetto" che gode della proprietà per cui, **qualunque sia il numero *k*, esso contiene un "pezzo" che è esattamente un suo rimpicciolimento in un rapporto più piccolo di *k*.**

Attività 22 – Fiocchi di Neve…



Il "Fiocco di Neve"
(o "Curva di von Koch")
nei passi 1, 2, 3, e 9

Poco dopo, nel 1904, il matematico svedese ***Helge von Koch*** presentò una curva chiamata "**Fiocco di neve":**

- si parte da un triangolo equilatero di lato unitario
- si divide ogni lato in tre parti uguali
- sul segmento mediano si costruisce un triangolo equilatero
- si cancella successivamente la base

Ne risulta una stella a sei punte che ha perimetro $\frac{4}{3}$ di quello di partenza.

Ripetendo la stessa costruzione su ciascuno dei lati del nuovo poligono si giunge ad un nuovo poligono di ………………………… lati, il cui perimetro è $\frac{4}{3}$ di quello del poligono immediatamente precedente e quindi ………….. di quello del triangolo iniziale.

Continuando allo stesso modo indefinitamente, si ottiene un contorno molto frastagliato, formato da segmenti rettilinei che sommati daranno una lunghezza che si può sempre ancora estendere, quindi con le caratteristiche di una **lunghezza che qualcuno dice infinita? Sarà vero?**

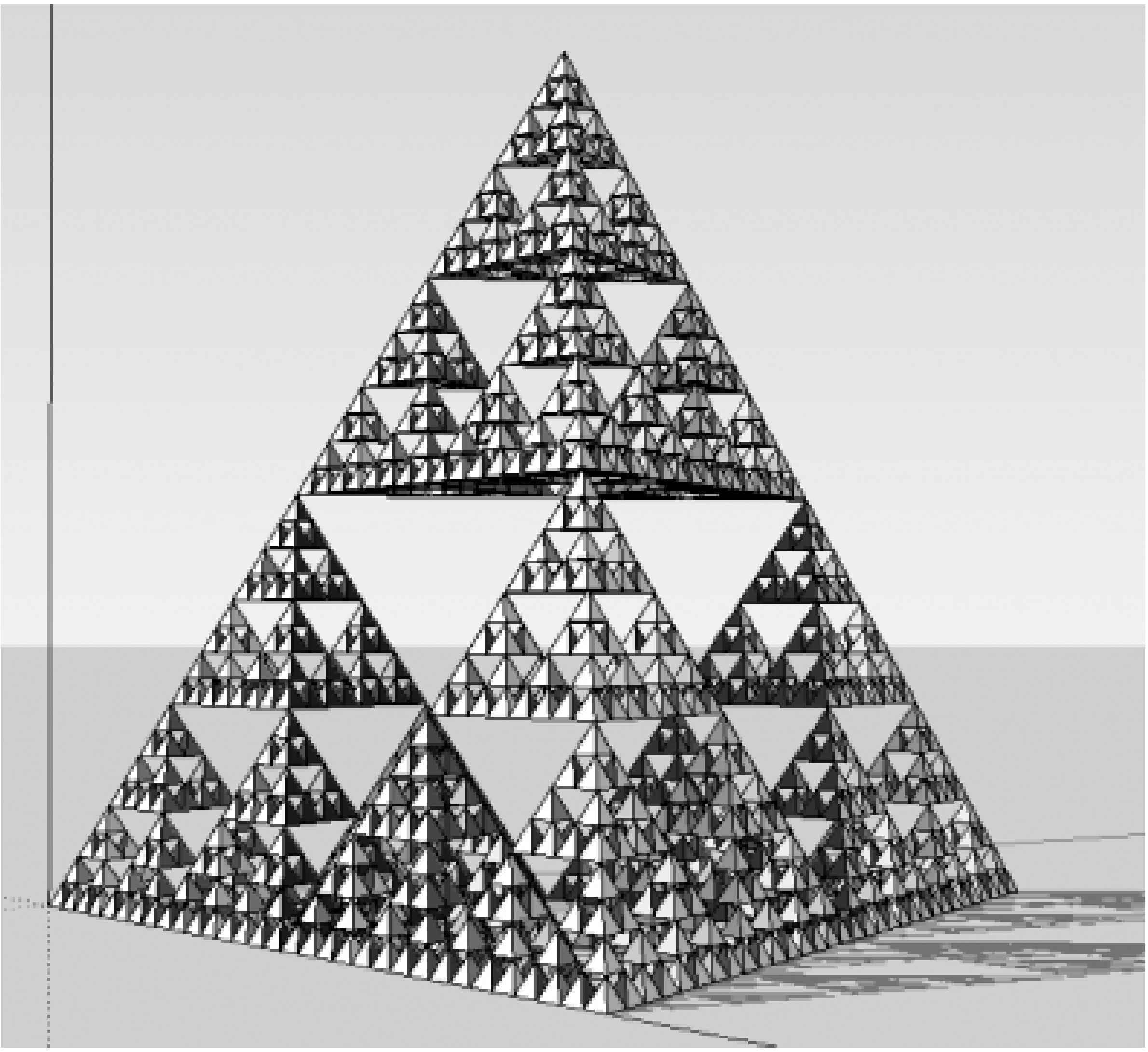
Nonostante questo la curva racchiude sempre una parte **finita di piano**: sembra davvero un paradosso.

Quando è stato possibile trattare questi problemi con il computer, ne sono nate immagini molto belle.

I frattali furono studiati per la prima volta dal matematico di origine polacca Benoit Mandelbrot nel 1973.

Attività 23 – Frattali tridimensionali

I frattali possono anche essere tridimensionali, con gli involucri della tavoletta di cioccolata puoi costruire il tetraedro di Sierpinsky.



http://regularpolygon.blogspot.com/2010/08/plugin-sierpinski-tetrahedron.html.

Ancora un frattale tridimensionale:

Lo costruiamo con la tecnica del **Kirigami** (piegatura e taglio della carta)

Attività in plenaria

L'infinito e il suo simbolo)

Abbiamo tanto parlato dell'infinito e forse, ora, il suo concetto matematico ti è più chiaro.
Ma non abbiamo detto nulla sul simbolo grafico: ∞.

Da: http://www.paginainizio.com/genio/chi-ha-inventato-il-simbolo-dell%27infinito.html
"Il simbolo dell'**infinito**, indicato come un 8 rovesciato in posizione orizzontale è stato per la prima volta ideato e adottato da **John Wallis**, nel 1655, ma utilizzato a livello internazionale solo a partire dal 1800.
Wallis è stato uno studioso inglese autore di numerosi trattati su varie tematiche riguardanti la **matematica e la geometria**, tra cui appunto l'analisi delle serie infinite, contributo essenziale per lo sviluppo del calcolo infinitesimale.
Il reale motivo per cui John Wallis utilizzò proprio il simbolo ∞ non è stato chiarito con certezza, tuttavia sono varie le ipotesi che deducono i perché della sua scelta.

Una delle più accreditate sostiene che il simbolo dell'infinito derivi dalla trasformazione della lettera latina **M** che, nella numerazione romana, indicava un numero estremamente grande, equivalente a 1000.

M m ∞

Un'altra ipotesi è quella che lo lega alla deformazione grafica della lettera greca **f** (phi), molto simile al numero 8 rovesciato.

Una terza ipotesi attribuisce la nascita del simbolo alla deformazione delle prime due lettere del termine latino **aequalis** (che significa "uguale"), un tempo utilizzato per indicare l'uguaglianza. "

Ecco come è stato interpretato il simbolo e il nostro percorso dagli studenti:
Stefania Morra,
Sara Bozzetto,
Alessio Mondello,
Alessandro Trasforini,
Federico Panato
partecipanti allo stage di Bardonecchia **Math 2014**.

"… tra questa immensità s'annega il pensier mio" *(Giacomo Leopardi, da* L'Infinito*)*

Naturalmente ti abbiamo dato un semplice assaggio dell'argomento. Speriamo di aver suscitato in te curiosità e interesse per la questione: ingredienti indispensabili per poter ancora dedicare tempo all'argomento e scoprire tante altre cose.

A conclusione riportiamo quanto scritto da uno studente sul tema dell'infinito, sperando che possiate condividere davvero le sue idee.

"L'Infinito è un numero che non si può contare.

È quello degli atomi che sono contenuti nel Pianeta Terra, oppure nel Sistema Solare.

Infinito è il numero delle gocce di pioggia che cadono durante un acquazzone.

Ma è anche il numero di pagine di compito che in classe ci danno da svolgere a casa…

L'Infinito è molto lontano, come raggiungere il punto dove termina una circonferenza.

È lontano come la più lontana delle stelle.

L'Infinito dura finché nel mondo e nell'universo ci sarà Pace"

Grazie! Tutti gli insegnanti che hanno lavorato nel corso degli anni a questo fascicolo hanno contribuito a rendere più chiara l'esposizione, più scorrevole il lavoro, arricchendo le pagine ad ogni edizione con novità e dettagli.

Fin qui abbiamo scritto noi e ci auguriamo che tu abbia potuto seguire senza troppa fatica il percorso tracciato.

Certo non tutto è stato detto sull'argomento, altrimenti avremmo costruito un fascicolo davvero "senza fine".

Almeno ora hai la possibilità di conoscere in che direzione indirizzare la tua ricerca personale, perché è ben vero che…

> ***"L'insegnamento non può essere il regalo che il maestro fa a qualcuno che viene ad ascoltare le sue lezioni, ma è piuttosto un aiuto a chi voglia imparare da sé e sia disposto a conquistare il sapere come una scoperta o un prodotto del proprio spirito"***
>
> ***Federigo Enriques***

Arrivederci al prossimo anno!

Bibliografia /Sitografia

1. Eli Maor – *All'infinito e oltre* – Mursia;
2. Rozsa Peter – *Giocando con l'Infinito* – Bur saggi;
3. Bruno D'Amore – *Infiniti* – Franco Angeli;
4. Antonino Zichichi – *L'Infinito* – Mondatori;
5. Lucio Lombardo Radice – *L'Infinito* – Editori Riuniti;
6. Raymond Smullyan – *Satana, Cantor e l'Infinito* – Bompiani;
7. Maurits Cornelis Escher – *Grafica e disegni* – Taschen;
8. André Deledicq, Francio Casiro – *Apprivoiser l'Infini* – ACL-Edition;
9. André Deledicq, Francio Casiro – *Addomesticare l'infinito* – Edizioni Kangourou Italia;
10. Mario Livio – *La Sezione Aurea* – Rizzoli.
11. www2.polito.it/didattica/polymath - *gennaio 2009*
12. Benoît Rittaud in "*Storia e destino della* $\sqrt{2}$ " Giovedì-Scienza 15/12/2011 – Torino
13. A. Beutelspacher, M. Wagner, "*Piega e spiega la matematica. Laboratorio di giochi matematici*." Milano, Salani 2009
14. www.matematicamente.it - Galleria -Categoria:Ridere di matematica
15. "*TANGENTE, L'aventure mathématique*" – Septembre-Octobre 2003 n° 94- ISSN 0987-0806.

Questionario di Valutazione

Scuola di provenienza:

……………………………………………………………………………………………………..…

Tipo di scuola / Indirizzo di studio

……………………………………………………………………………………………………..

VALUTAZIONE DELL'ATTIVITÀ SVOLTA

Per i seguenti argomenti, stabilisci una valutazione di interesse **(I)**
e una valutazione di difficoltà **(D)** per te:

I: **1**= poco interessante **2**= abbastanza interessante **3**= molto interessante

D: **1**= facile **2**= abbastanza facile **3**= difficile

	ARGOMENTO	I	D	Motivo eventuale della difficoltà
1	Le serie geometriche e il paradosso di Achille			
2	Le serie geometriche nell'arte di M.C. Escher			
3	Numeri irrazionali e misura di lunghezze tra loro incommensurabili			
4	I formati della carta			
5	Rapporto aureo e sezione aurea			
6	Frattali e Curva di Peano			

L'intervento dell'insegnante tutor per te è stato

- ☐ Adeguato
- ☐ Insufficiente, perché

  ……………………………………………………………………………………………

- ☐ Eccessivo, perché

  ………………………………………………………………………………………………

Lavorare in gruppo per te è stato

Noioso	**sì**	**no**	Interessante	**sì**	**no**
Faticoso	**sì**	**no**	Divertente	**sì**	**no**
Dispersivo	**sì**	**no**	Stimolante	**sì**	**no**

Altro

……

……

Indica gli argomenti dello stage che riterresti interessanti se venissero proposti in classe.

1 **2** **3** **4** **5** **6**

Motiva la tua scelta………………………………………………………………………………..

…….

Ritieni che i tempi dedicati alle varie attività siano stati ben distribuiti? sì no

Perché?

………

………

Commenti, suggerimenti e proposte

………

………

………

Grazie per la collaborazione!