

Tunti 12: Kuvaajan piirtäminen ja tulkinta

Tehtävä 1. Syksy 2022/12

13. Derivaatan määritelmä 12 p.

- Derivaatta määritellään erotusosamäärän raja-arvona. Esitä derivaatan määritelmän geometrinen tulkinta funktion $f(x) = \ln x$ avulla pisteessä $x = 2$. (4 p.)
- Osoita derivaatan määritelmän avulla, että funktion $f(x) = \ln x$ derivaatta on $f'(x) = \frac{1}{x}$, kun $x > 0$. Voit käyttää tietoa

$$\lim_{t \rightarrow 0} (1+t)^{1/t} = e.$$

Tehtävä 2. Kevät 2023/10

10. Positroniemissiotomografia 12 p.

Aineisto

10.A Taulukko: PET-kuvantamisen tulos

Positroniemissiotomografia (PET) on lääketieteellinen kuvantamismenetelmä, jonka avulla voidaan mallintaa sisäelinten toimintaa. PET-kuvan avulla on mahdollista muodostaa aika-aktiivisuuskäyrä, joka on muotoa $f(t) = g(t) + ue^{v-(t-w)^2}$, missä $u, v, w > 0$ ja

$$g(t) = \begin{cases} 0, & \text{kun } t < 0, \\ a_1 t + b_1, & \text{kun } 0 \leq t < w, \\ a_2 t + b_2, & \text{kun } t \geq w. \end{cases}$$

- Taulukko 10.A sisältää erään PET-kuvan mittausarvot ajan funktiona. Mittaus voidaan mallintaa funktion f avulla, kun $u = \frac{1}{5}$, $v = 3$, $w = 2$, $a_1 = \frac{5}{4}$, $b_1 = 0$, $a_2 = -\frac{1}{4}$ ja $b_2 = 3$. Piirrä funktion f kuvaaja ja mittausarvot koordinaatistoon. (4 p.)
- Miten parametrit u, v ja w vaikuttavat funktion kuvaajaan? (4 p.)
- Mitkä ehdot parametrien w, a_1, b_1, a_2 ja b_2 tulee toteuttaa, jotta funktio f on jatkuva? (4 p.)

Tehtävä 3. Kevät 2024/8

8. Taivaanmekaniikka 12 p.

Aineisto

8.A Video: Maapallon akseli

Maapallo pyörii akselinsa ympäri. Akselin ja Maan kiertoradan tason (eli ratatason) normaalin välisen kulman suuruus on 23,5 astetta, ja akselin suunta pysyy samana Maan kiertäessä Aurinkoa. Akselin asento on sellainen, että pohjoisnapa on kesäpäivänseisauksena lähimpänä Aurinkoa ja talvipäivänseisauksena kauimpana siitä. Videossa 8.A on havainnollistettu tilannetta.

Määritä Maan akselin ja Auringosta Maahan kulkevan säteen välinen kulma kuukausi kesäpäivänseisauksen jälkeen. Maapallon kiertorata oletetaan tässä ympyräksi.