

# 1. LUVUT JA LUKUALUEET

## 1.1 Laskutoimituksia kokonaisluvulla

### LUO PERUSTA

101. a)  $2 + 16 + 14 + 8 = 2 + 8 + 16 + 14 = 10 + 30 = 40$

b)  $5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 20 = 5 \cdot 20 \cdot 3 \cdot 7 = 100 \cdot 21 = 2100$

Vastaus: a) 40                      b) 2100

102. A, B ja E

Vastaus: A, B ja E

103. a)  $7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 8 \cdot 7 = 56$

b)  $3 \cdot (-2) = -2 + (-2) + (-2) = -6$

Vastaus: a)  $8 \cdot 7 = 56$                       b)  $-2 + (-2) + (-2) = -6$

104. a)  $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$

b)  $-2 \cdot 2 \cdot 2 = -2^3 = -8$

c)  $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^3 = -8$

Vastaus: a)  $2^3 = 8$       b)  $-2^3 = -8$       c)  $(-2)^3 = -8$

**105.** a)  $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$

b)  $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) = 16$

c)  $-4^2 = -4 \cdot 4 = -16$

d)  $-(-4)^2 = -(-4) \cdot (-4) = -16$

Vastaus:

a)  $4 \cdot 4 = 16$    b)  $(-4) \cdot (-4) = 16$    c)  $-4 \cdot 4 = -16$    d)  $-(-4) \cdot (-4) = -16$

**106.** a)  $-(-13) = 13$

b)  $-(1 - 5) = -(-4) = 4$

c)  $\frac{-24}{3} = -8$

d)  $-5 \cdot (-7) \cdot (-2) = -5 \cdot (-2) \cdot (-7) = 10 \cdot (-7) = -70$

Vastaus: a) 13   b) 4   c) -8   d) -70

**107.** a)  $3 \cdot (2 - 5) = 3 \cdot (-3) = -9$

b)  $3 \cdot 2 - 5 = 6 - 5 = 1$

c)  $4 - 3 \cdot (2 - 5) = 4 - 3 \cdot (-3) = 4 + 9 = 13$

d)  $4 - 3 \cdot 2 - 5 = 4 - 6 - 5 = -7$

Vastaus: a) -9   b) 1   c) 13   d) -7

**108.** Esimerkiksi 4 kertaa kahden desilitran astiallista on 8 dl vettä. Tähän vesimäärään lisätään yksi viiden desilitran mukillinen vettä.

$$4 \cdot 2 \text{ dl} + 1 \cdot 5 \text{ dl} = 8 \text{ dl} + 5 \text{ dl} = 13 \text{ dl}.$$

Vastaus: Pojat pystyvät mittaamaan tarvittavan vesimäärän.

## VAHVISTA OSAAMISTA

109. a)  $-2$

b)  $-(-3) = 3$

Vastaus: a)  $-2$     b)  $-(-3) = 3$

110. a)  $-3 + 5 = 2$

b)  $-(-3)^2 = -9$

c)  $-(2 - (-3)) = -(2 + 3) = -5$

Vastaus: a)  $-3 + 5 = 2$     b)  $-(-3)^2 = -9$     c)  $-(2 - (-3)) = -5$

111. a)  $(-2)^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

b)  $(-2)^3 - 3^3 = -8 - 27 = -35$

Vastaus: a)  $(-2)^2 + 3^2 = 13$     b)  $(-2)^3 - 3^3 = -35$

112. a)  $2 + 3^2 = 2 + 9 = 11$

b)  $(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

c)  $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$

d)  $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$

Vastaus: a) 11    b) 25    c) 18    d) 36

**113. a)**  $(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$   
 $-1^5 = -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -1$

Molemmissa kertolaskuissa on pariton määrä negatiivisia lukuja.

- b)** Ensimmäisen laskun lopputulos on negatiivinen, sillä kertolaskussa on pariton määrä negatiivisia lukuja. Jälkimmäisen laskun lopputulos on positiivinen, sillä kertolaskussa on parillinen määrä negatiivisia lukuja.  
 $(-2)^3 = -8$  ja  $(-4)^2 = 16$

Vastaus: **a)**  $(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$  ja  
 $-1^5 = -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = -1$

**b)**  $(-2)^3 = -8$  ja  $(-4)^2 = 16$

**114. a)**  $7 - 4^2 = 7 - 16 = -9$

**b)**  $(7 - 4)^2 = 3^2 = 9$

**c)**  $7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$

**d)**  $-7^2 - 4^2 = -49 - 16 = -65$

Vastaus: **a)**  $-9$    **b)**  $9$    **c)**  $33$    **d)**  $-65$

**115. a)**  $2 \cdot 5^2 + 6^2 = 2 \cdot 25 + 36 = 50 + 36 = 86$

**b)**  $1 - 3^2 + 8^2 = 1 - 9 + 64 = 56$

**c)**  $(-9)^2 - 8^2 = 81 - 64 = 17$

**d)**  $(-5)^2 - 5^2 - (-5)^2 = 25 - 25 - 25 = -25$

Vastaus: **a)**  $86$    **b)**  $56$    **c)**  $17$    **d)**  $-25$

**116. a)**  $2 + (-3)$

- b)** Luvun vähentäminen voidaan ajatella vastaluvun lisäämisenä.

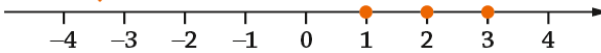
Vastaus: **a)**  $2 + (-3)$    **b)**  $-$

117. a)  $99 - 10 = 89$

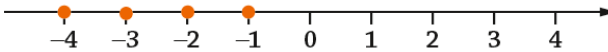
b)  $99 - (-99) = 198$

Vastaus: a) 89      b) 198

118. a) 1, 2 ja 3



b) -4, -3, -2 ja -1



119. a)

$$\begin{aligned} & \frac{\cancel{2} + 3 + (-5) \cancel{2} + 7}{5} \\ &= \frac{3 - 5 + 7}{5} \\ &= \frac{-2 + 7}{5} \\ &= \frac{5}{5} \\ &= 1 \text{ (}^\circ\text{C)} \end{aligned}$$

**b)**

$$\begin{aligned} & \frac{6+7+7+8+8+7+8+9+10+10}{10} \\ &= \frac{6+3\cdot 7+3\cdot 8+9+2\cdot 10}{10} \\ &= \frac{6+21+24+9+20}{10} \\ &= \frac{6+24+21+9+20}{10} \\ &= \frac{30+30+20}{10} \\ &= \frac{80}{10} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Vastaus: **a)** 1 °C      **b)** 8

**120.**  $\frac{54000000000\text{€}}{5400000} = 10000\text{€}$

Vastaus: 10 000 €

**121. a)**  $14 - 35 - 13 + 79 = 14 - 13 + 79 - 35 = 1 + 79 - 35 = 80 - 35 = 45$

**b)**  $4^2 \cdot 25 = 4 \cdot 4 \cdot 25 = 4 \cdot 100 = 400$

**c)**  $9 \cdot 151 + 151 = 9 \cdot 151 + 1 \cdot 151 = 10 \cdot 151 = 1510$

Vastaus: **a)** 45      **b)** 400      **c)** 1510

**122. a)**  $\boxed{-1} \cdot (\boxed{-2}^2 + \boxed{-1}) - \boxed{5} = -8$

**b)**  $\boxed{5} - (\boxed{-1}^3 + \boxed{-1}) = \boxed{7}$

- 123.** a) Esimerkiksi  $3 + (-1) = 2$ . Summa on pienempi kuin alkuperäinen luku 3, vaikka sen piti olla väitteen mukaan suurempi.
- b) Esimerkiksi  $\frac{-3}{-1} = 3$ . Osamäärä on suurempi kuin alkuperäinen luku  $-3$ , vaikka sen piti olla väitteen mukaan pienempi.

### SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

- 124.** a) Lasketaan ensin kahden peräkkäisen luvun erotukset. Yhteenlaskettavia lukuja  $-1$  on 50 kappaletta.

$$\begin{aligned} & \underbrace{1-2}_{-1} + \underbrace{3-4}_{-1} + \underbrace{5-6}_{-1} + \dots + \underbrace{99-100}_{-1} \\ & = -1 + (-1) + \dots + (-1) \\ & = 50 \cdot (-1) \\ & = -50 \end{aligned}$$

- b) Lasketaan ensin sulkeissa olevat erotukset, saadaan

$$\begin{aligned} & \underbrace{(10-1)}_9 \cdot \underbrace{(10-2)}_8 \cdot \underbrace{(10-3)}_7 \cdot \dots \cdot \underbrace{(10-20)}_{-10} \\ & = 9 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 0 \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-10) \\ & = 0 \end{aligned}$$

Yksi tulon tekijöistä on nolla, joten kertolaskun tulos on 0.

Vastaus: **a)**  $-50$       **b)**  $0$

- 125.** a) Lasketaan ensimmäisen ja viimeisen luvun summa, saadaan 11. Lasketaan toisen ja toiseksi viimeisen luvun summa ja jatketaan näin. Kahden luvun summia 11 on 5 kpl.

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 \\ & = \underbrace{1+10}_{11} + \underbrace{2+9}_{11} + \underbrace{3+8}_{11} + \underbrace{4+7}_{11} + \underbrace{5+6}_{11} \\ & = 11 + 11 + 11 + 11 + 11 \\ & = 5 \cdot 11 \\ & = 55 \end{aligned}$$

- b)** Lasketaan samalla tavalla kuin a-kohta. Lasketaan ensimmäisen ja viimeisen luvun summa, saadaan 101, toisen ja toiseksi viimeisen luvun summa ja näin jatketaan.

$$\begin{aligned}1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 97 + 98 + 99 + 100 \\ &= 50 \cdot 101 \\ &= 5050\end{aligned}$$

Vastaus: **a)** 55      **b)** 5050

- 126. a)** Voidaan kirjoittaa  $-a = -1 \cdot a$ . Jos negatiivinen luku  $a$  kerrotaan negatiivisella luvulla, saadaan positiivinen luku.

Esimerkiksi, jos  $a = -5$ , niin  $-a = -(-5) = 5$ .

- b)** Kun positiivisesta luvusta 1 vähennetään negatiivinen luku  $a$  eli lisätään positiivinen luku, saadaan positiivinen luku.

Esimerkiksi, jos  $a = -5$ , niin  $1 - a = 1 - (-5) = 1 + 5 = 6$ .

- c)** Kun negatiivisesta luvusta  $a$  vähennetään luku 1, saadaan negatiivinen luku.

Esimerkiksi, jos  $a = -5$ , niin  $-5 - 1 = -6$ .

- d)** Kun negatiivisesta luvusta  $a$  vähennetään positiivinen luku 1, saadaan negatiivinen luku. Kun saatu negatiivinen luku kerrotaan negatiivisella luvulla  $-1$ , saadaan positiivinen luku.

Esimerkiksi, jos  $a = -5$ , niin  $-5 - 1 = -6$ . Lisäksi  $-1 \cdot (-6) = 6$ .

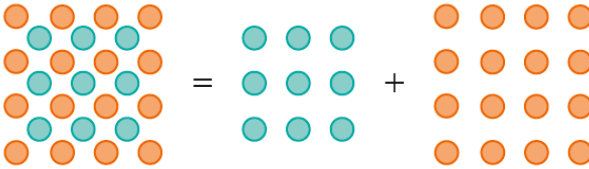
Vastaus: **a)** positiivinen      **b)** positiivinen      **c)** negatiivinen  
**d)** positiivinen

127. Kun valitaan laskujärjestys sopivasti,  $+/-$ -sarakkeen lukujen summaksi saadaan  $-50$ . Koska pelaajia on kentällä yhtä aikaa 5, hävisi tilastoitu joukkue ottelun  $\frac{50}{5} = 10$  pisteellä.

Toinen joukkue teki siis  $78 + 10 = 88$  pistettä.

Vastaus: Tilastoitu joukkue teki 78 p. ja sen vastustaja 88 p. Tilastoitu joukkue hävisi.

128. a)



$$\begin{aligned} & \underbrace{1 + 3 + 5 + 7}_4 + \underbrace{5 + 3 + 1}_3 \\ &= 3^2 + 4^2 \\ &= 9 + 16 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Summa on kahden peräkkäisen luonnollisen luvun neliön summa. Esimerkiksi tässä a-kohdan summassa on neljää erisuuruista luonnollista lukua, jolloin summa voidaan laskea lukujen 3 ja 4 neliöiden summana.

- b) Summassa on 100 erisuuruista lukua, joten summa voidaan laskea lukujen 99 ja 100 neliöiden avulla.

$$\begin{aligned} & \underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + 197 + 199}_{100} + \underbrace{197 + \dots + 3 + 2 + 1}_{99} \\ &= 99^2 + 100^2 \\ &= 19\,801 \end{aligned}$$

Vastaus: a) 25      b) 19 801

129. a)

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 1 + 3$$

$$3^2 = 1 + 3 + 5$$

$$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$$

$$5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

$$6^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$$



Neliön sivulla oleva ympyröiden lukumäärä antaa neliön kantaluvin. Neliössä, jonka sivun pituus on 4, on uloimpia violetteja ympyröitä  $4 + 4 - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 7$ .

Seuraavia vihreitä neliöitä on  $3 + 3 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$  jne.

Kaksi kertaa luku on parillinen, siitä vähennetään yksi ja siten yhteenlaskettavat ovat aina parittomia lukuja. Vastaavan neliön sivun pituus saadaan laskemalla esimerkiksi summassa  $1 + 2 + 5 + 7$  viimeisen yhteenlaskettavan avulla.

$$\frac{7+1}{2} = 4$$

- b) Summassa on yhteenlaskettavia 50 kpl, koska lasketaan yhteen parittomia kokonaislukuja väliltä 1–99. Edellisen kohdan mukaisesti summa voidaan laskea yhteenlaskettavien lukumäärän 50 neliönä. Tällöin luku 50 on neliön kantaluku.

$$1 + 3 + 5 + \dots + 99 = 50^2 = 2500$$

- c) Luvusta 1 alkaen luvun neliö voidaan laskea peräkkäisten parittomien kokonaislukujen summana, jossa yhteenlaskettavien lukumäärä on neliön kantaluku.

Vastaus: a)  $5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$ ,  $6^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$

b) 2500      c) Yhteenlaskettavien lukumäärä on neliön kantaluku.

130.  $5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 5 + 4$  ja

$$100^2 - 99^2 = 10\,000 - 9801 = 199 = 100 + 99$$

Vastaus:  $5^2 - 4^2 = 5 + 4$  ja  $100^2 - 99^2 = 100 + 99$

- 131.** Taulukon 1. rivin luvut 1, 2, 4, 8 ovat luvun 2 potensseja:  
 $2^0 = 1$ ,  $2^1 = 2$ ,  $2^2 = 4$ ,  $2^3 = 8$ . Jokainen luku voidaan esittää luvun 2 potenssien summana.

$$1 = 2^0$$

$$2 = 2^1$$

$$3 = 2^0 + 2^1 = 1 + 2$$

$$4 = 2^2$$

$$5 = 2^0 + 2^2 = 1 + 4$$

$$6 = 2^1 + 2^2 = 2 + 4$$

...

$$15 = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$$

Esimerkiksi luku 11 voidaan esittää summana  $1 + 2 + 8$ , joten luku 11 laitetaan sarakkeisiin A, B ja D. Luku  $15 = 1 + 2 + 4 + 8$ , joten se on kaikissa sarakkeissa.

## 1.2 Laskutoimituksia reaalityyppisillä

### LUO PERUSTA

132. a)  $\frac{\cancel{7}^1}{\cancel{14}_2} = \frac{1}{2}$

b)  $\frac{\cancel{6}^3}{\cancel{8}_4} = \frac{3}{4}$

c)  $\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{15}_5} = \frac{1}{5}$

d)  $\frac{\cancel{25}^1}{\cancel{100}_4} = \frac{1}{4}$

Vastaus: a)  $\frac{1}{2}$    b)  $\frac{3}{4}$    c)  $\frac{1}{5}$    d)  $\frac{1}{4}$

133. a)  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$

b)  $\overset{2)}{\frac{2}{5}} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4+1}{10} = \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{10}_2} = \frac{1}{2}$

c)  $1\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \overset{6)}{\frac{3}{2}} - \overset{2)}{\frac{1}{6}} = \frac{18}{12} - \frac{2}{12} = \frac{18-2}{12} = \frac{\cancel{16}^4}{\cancel{12}_3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

d)

$$\begin{aligned} & 1\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \\ & = \overset{5)}{\frac{4}{3}} - \overset{3)}{\frac{2}{5}} + \overset{5)}{\frac{2}{3}} \\ & = \frac{20}{15} - \frac{6}{15} + \frac{10}{15} \\ & = \frac{20 - 6 + 10}{15} \\ & = \frac{\overset{8}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} \\ & = \frac{8}{5} \\ & = 1\frac{3}{5} \end{aligned}$$

Vastaus: a)  $\frac{4}{5}$     b)  $\frac{1}{2}$     c)  $1\frac{1}{3}$     d)  $1\frac{3}{5}$

134. a)  $\frac{1 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 7} = \frac{2}{7}$

b)  $\frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{15}} \cdot \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{12}$

c)  $\frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \cdot \underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{2}{15}$

d)  $\frac{\overset{2}{\cancel{12}} \cdot \overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{30}} \cdot \underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot 3} = \frac{1}{3}$

Vastaus: a)  $\frac{2}{7}$     b)  $\frac{1}{12}$     c)  $\frac{2}{15}$     d)  $\frac{1}{3}$

$$135. \quad \text{a)} \quad \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{18}_5} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{8}_2} = \frac{1}{10}$$

$$\text{b)} \quad \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{8}_2} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{25}_5} = \frac{1}{10}$$

$$\text{c)} \quad \frac{\cancel{7}^1}{\cancel{18}_6} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{14}_2} = \frac{1}{12}$$

$$\text{d)} \quad \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{10}_2} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{6}_2} = \frac{1}{4}$$

Vastaus: **a)**  $\frac{1}{10}$       **b)**  $\frac{1}{10}$       **c)**  $\frac{1}{12}$       **d)**  $\frac{1}{4}$

$$136. \quad \text{a)} \quad \frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{\cancel{2}}{3} \cdot \frac{5}{\cancel{2}_1} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

$$\text{b)} \quad 5\frac{1}{7} : \frac{3}{7} = \frac{\cancel{36}^{12}}{\cancel{7}_1} \cdot \frac{\cancel{7}^1}{\cancel{3}_1} = 12$$

$$\text{c)} \quad -\frac{11}{12} : 1\frac{5}{6} = -\frac{11}{12} : \frac{11}{6} = -\frac{\cancel{11}^1}{\cancel{12}_2} \cdot \frac{\cancel{6}^1}{\cancel{11}_1} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{d)} \quad -6 : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{\cancel{6}^3}{1} \cdot \left(-\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{2}_1}\right) = 3 \cdot 3 = 9$$

Vastaus: **a)**  $1\frac{2}{3}$       **b)** 12      **c)**  $-\frac{1}{2}$       **d)** 9

**137.** Tungos on suhteellinen käsite, mutta jos se määritellään ihmisten määränä neliometriä kohden, se voidaan laskea seuraavasti.

A  $\frac{6}{16}$       B  $\frac{5}{17}$       C  $\frac{5}{16}$

$$\frac{5}{17} < \frac{5}{16} < \frac{6}{16}$$

Vastaus: Suurin tungos on huoneessa A ja pienin huoneessa B.

### VAHVISTA OSAAMISTA

**138.** a) 0,7

b) 0,545454..., jakso 54

c) 0,41666..., jakso 6

d) 0,307692307692..., jakso 307692

Vastaus: a) 0,7      b) 0,545454..., jakso 54      c) 0,41666..., jakso 6  
d) 0,307692307692..., jakso 307692

**139.** a) rationaalinen, jakso 123

b) irrationaalinen, päättymätön ja jaksoton

c) irrationaalinen, päättymätön ja jaksoton

d) rationaalinen, jakso 141592

Vastaus: a) rationaalinen, jakso 123      b) irrationaalinen, ei jaksoa  
c) irrationaalinen, ei jaksoa      d) rationaalinen, jakso 141592

**140.** Kuitin luvuista tulee yhteensä 19,12 €.

**a)**  $(1 + 3 + 7 + 3 + 1 + 2 + 1 + 2) \text{ €} = 20 \text{ €}$

**b)**  $(1,00 + 2,50 + 7,00 + 2,50 + 1,00 + 2,00 + 1,50 + 1,50) \text{ €} = 19 \text{ €}$

**c)** a-kohdan ero on  $20 \text{ €} - 19,12 \text{ €} = 0,88 \text{ €}$ .  
b-kohdan ero on  $19,12 \text{ €} - 19 \text{ €} = 0,12 \text{ €}$ .

Vastaus: **a)** 20 €      **b)** 19 € ja

**c)** a-kohdan ero on 0,88 € ja b-kohdan ero on 0,12 €.

**141.** **a)**  $\frac{\overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{4}{5}$

**b)**  $\frac{\overset{3}{\cancel{75}}}{\underset{4}{\cancel{100}}} = \frac{3}{4}$

**c)**  $\frac{\overset{1}{\cancel{125}}}{\underset{8}{\cancel{1000}}} = \frac{1}{8}$

**d)**  $4 \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{250}{\cancel{1000}}} = 4 \frac{1}{250}$

Vastaus: **a)**  $\frac{4}{5}$       **b)**  $\frac{3}{4}$       **c)**  $\frac{1}{8}$       **d)**  $\frac{1001}{250} (= 4 \frac{1}{250})$

142. a)  $-\frac{3}{4} = -0,75$  ja  $-\frac{4}{5} = -0,8$

Lukujen järjestys on pienimmästä suurimpaan

$$-\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}, -0,7 \text{ ja } -0,6.$$

b) Lavennetaan luvut samannimisiksi, jotta lukuja on helpompi verrata.

$${}^4)\frac{2}{3} = \frac{8}{12}, {}^2)\frac{5}{6} = \frac{10}{12} \text{ ja } \frac{7}{12}$$

Luvuista suurin on  $\frac{5}{6}$  ja pienin  $\frac{7}{12}$ .

Vastaus: a)  $-\frac{4}{5}, -\frac{3}{4}, -0,7$  ja  $-0,6$     b) Suurin on  $\frac{5}{6}$  ja pienin  $\frac{7}{12}$ .

143. Lääkettä annetaan  $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$  tablettia vuorokaudessa. Kahdessa viikossa on 14 vuorokautta. Lasketaan, kuinka monta tablettia kuluu tuona aikana.

$$\frac{\cancel{14}^7}{1} \cdot \frac{5}{\cancel{4}_2} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$$

Vastaus: Pakkaus riittää mökkimatkan ajaksi.

144. a) Eri medioiden seuraamiseen kuluu

$$\frac{1}{3} \cdot \cancel{24}^8 \text{ h} = 8 \text{ h} = 8 \text{ h} \cdot 60 \text{ min} = 480 \text{ min}.$$

Internetin parissa kuluu  $150 \text{ min} = 2,5 \text{ h}$ .

$$\frac{15\cancel{0}}{48\cancel{0}} = \frac{\cancel{15}^5}{\cancel{48}_{16}} = \frac{5}{16}$$

b) –

Vastaus: a)  $\frac{5}{16}$  b) –

145. a)  $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2+2+2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5}$

Kertolasku voidaan kirjoittaa summana, jolloin kertojana oleva kokonaisluku ilmoittaa, kuinka monta kertaa yhteenlaskussa osoittajat lasketaan yhteen.

b)  $\frac{10}{1} \cdot \frac{11}{15} = \frac{\cancel{10} \cdot 11}{\cancel{15}_3} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$

$\frac{7}{10} \cdot \frac{12}{1} = \frac{7 \cdot \cancel{12}_6}{\cancel{10}_5} = \frac{42}{5} = 8\frac{2}{5}$

Vastaus: a)  $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{2}{5}$  b)  $7\frac{1}{3}$  ja  $8\frac{2}{5}$

146. a)  $1 - 2 \cdot \frac{3}{4} = 1 - \frac{\cancel{2} \cdot 3}{\cancel{4}_2} = 1 - \frac{3}{2} = 1 - 1\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

b)  $6 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 1 = -\frac{\cancel{6} \cdot 2}{\cancel{3}_1} + 1 = -4 + 1 = -3$

c)  $\left(1 + \frac{1}{4}\right) : \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{5}{4} : \frac{3}{4} = \frac{5}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

Vastaus: a)  $-\frac{1}{2}$  b)  $-3$  c)  $1\frac{2}{3}$

147. a)  $\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} - \frac{30}{36} = \frac{25}{36} - \frac{30}{36} = \frac{25-30}{36} = -\frac{5}{36}$

b)  $-\frac{3}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{2} = -\frac{6}{10} - \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{-6-3+5}{10} = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$

c)

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3^2}{4} + \frac{3}{4^2} \\ &= \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} - \frac{3 \cdot 3}{4} + \frac{3}{4 \cdot 4} \\ &= \frac{9}{16} - \frac{9}{4} + \frac{3}{16} \\ &= \frac{9}{16} - \frac{36}{16} + \frac{3}{16} \\ &= \frac{9-36+3}{16} \\ &= -\frac{24}{16} \\ &= -\frac{3}{2} \\ &= -1\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Vastaus: a)  $-\frac{5}{36}$     b)  $-\frac{2}{5}$     c)  $-1\frac{1}{2}$

148. a)  $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}$

b)  $1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{20}{20} - \frac{4}{20} - \frac{5}{20} - \frac{10}{20} = \frac{20}{20} - \frac{19}{20} = \frac{1}{20}$

Vastaus: a)  $\frac{9}{20}$     b)  $\frac{1}{20}$

149. a) 
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3+4+1}{6} = \frac{8}{6} = \frac{8}{3} = \frac{8}{3} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

b) Luku, joka on yhtä etäällä molemmista luvuista, on lukujen puolivälissä eli niiden keskiarvo.

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{3+5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

Vastaus: a)  $\frac{4}{9}$     b)  $\frac{1}{3}$

150. Tulo  $\frac{1}{2} \cdot 5$  on osamääränä  $\frac{5}{2}$ .

Osamäärä  $\frac{13}{7}$  on tulona  $13 \cdot \frac{1}{7}$ .

Vastaus:  $\frac{5}{2}$  ja  $13 \cdot \frac{1}{7}$

151. a) Luvun ja sen käänteisluvun tulon on oltava 1.

$$\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{15}{15} = 1$$

Nämä luvut ovat toistensa käänteislukuja.

b)  $\frac{2}{5} \cdot 2,5 = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$

Nämä luvut ovat toistensa käänteislukuja.

$$c) \frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{2} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \neq 1$$

Nämä luvut eivät ole toistensa käänteislukuja.

Vastaus: **a)** Ovat.    **b)** Ovat.    **c)** Eivät ole.

**152.** Kaunokirjallisuutta on  $\frac{1}{4}$  ja tietokirjoja  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

Matematiikan ja luonnontieteen alalta olevaa kirjallisuutta kaikista julkaisuista on  $\frac{1}{25} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{100}$ .

Tietokirjoja, jotka eivät ole matematiikan ja luonnontieteiden alalta on  $1 - \frac{3}{100} = \frac{97}{100}$ .

Vastaus: Tietokirjoista muita kuin matematiikan ja luonnontieteiden alalta olevia kirjoja on  $\frac{97}{100}$ .

## SYVENNÄ YMMÄRRYSTÄ

**153.**

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \\ &= \frac{1}{100} \end{aligned}$$

Vastaus:  $\frac{1}{100}$

154. a) Kokonaisesta (koko janan pituus) otetaan kaksi viidesosaa jakamalla koko mitta viiteen osaan ja ottamalla näistä osista kaksi.

Kun tämä  $\frac{2}{5}$  jaetaan kolmella eli luvusta  $\frac{2}{5}$  otetaan kolmasosa, tulee koko mitta jaetuksi yhteensä  $5 \cdot 3$  viiteentoista osaan, joista otetaan kaksi osaa. Tulos on siis  $\frac{2}{15}$ .

Nimittäjä pitää kertoa kolmella, koska se kertoo jako-osien määrän.  $3 \cdot 5 = 15$

$$\text{b) } \frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5 \cdot 3} = \frac{4}{15} \text{ ja } 1\frac{5}{7} : 15 = \frac{12}{7} : 15 = \frac{12}{7 \cdot 15} = \frac{4}{35}$$

Vastaus: a) –      b)  $\frac{4}{15}$  ja  $\frac{4}{35}$

155. a)  $\frac{0,5 + 0,6}{2} = \frac{1,1}{2} = \frac{11}{20}$

- b) Kun lasketaan kahden rationaaliluvun keskiarvo, saadaan luku alkuperäisten lukujen puolivälissä. Kyseinen luku on myös rationaaliluku.

Kahden rationaaliluvun keskiarvo on myös rationaaliluku. Lukujen keskiarvon ja toisen alkuperäisen rationaaliluvun välissä on näiden lukujen keskiarvo. Toistamalla prosessia huomataan, että aina kahden rationaaliluvun välissä on niiden keskiarvo, joka on myös rationaaliluku. Kahden rationaaliluvun välissä on tämän perusteella äärettömän monta rationaalilukua.

Vastaus: a)  $\frac{11}{20}$       b) –

156. a) Luvut ovat  $\frac{1}{2}$  ja  $\frac{1}{3}$ .

$$\frac{1}{\overset{3)}{2} + \overset{2)}{3}} = \frac{1}{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = 1 \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{1} + \frac{3}{1} = 5$$

$$\frac{6}{5} \neq 5$$

Eivät ole samat, joten väittämä on epätosi.

b) Luvut  $a$  ja  $b$  ovat kokonaislukuja,  $a, b \neq 0$ .

$$\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$$

Rationaaliluku eli väittämä on tosi.

c) Lasketaan luvuilla vastaesimerkki.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Tulo ei ole suurempi kuin kumpikaan tulon tekijä, joten väittämä on epätosi.

$$\text{d) } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = 2$$

Osamäärä on suurempi kuin jaettava  $\frac{1}{2}$ . Väittämä on epätosi.

Vastaus: a) epätosi    b) tosi    c) epätosi    d) epätosi

157. Vastaus: Luku  $a$  on päättymätön ja jaksoton desimaaliluku.

Luku  $10a$  eroaa luvusta  $a$  vain siten, että desimaalipilkku on eri kohdassa. Se on siten myös päättymätön ja jaksoton desimaaliluku. Vastaavasti  $100a$  ja  $1000a$ .

158. a) Esimerkiksi  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$  ja  $\frac{3}{10}$ .

b) Rationaaliluvulla on päättävä desimaaliosa vain, jos murtoluvun nimittäjäksi voidaan laventamalla saada 10, 100, 1000 tai muu luvun 10 potenssi.

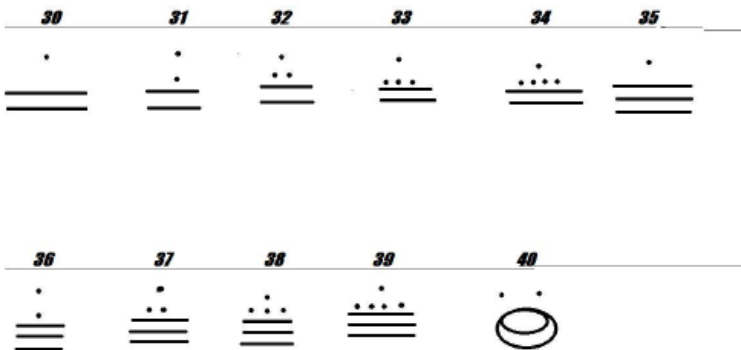
Laventaminen onnistuu vain, jos nimittäjä voidaan esittää tulomuodossa lukujen 2 ja 5 kertolaskuna ( $10 = 2 \cdot 5$ ). Siis nimittäjäksi kelpaa 2, 4, 8, 10, 16, 20, 25 jne.

Vastaus: a) Esimerkiksi  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$  ja  $\frac{3}{10}$ .

b) Nimittäjäksi kelpaa 2, 4, 8, 10, 16, 20, 25 jne.

## LUVUN 1 PÄÄTÖSSIVUN TEHTÄVÄT

1. a)



b) Ensimmäinen luku on  $4 \cdot 20 + 2 = 82$  ja toinen luku on  $1 \cdot 400 + 5 \cdot 20 + 3 = 503$ .

2. a)



Neljästä viivasta (eli  $4 \cdot 5$ ) muodostuu luku 20 ja siitä tulee ympyrä ylös. Näin ollen luku on  $2 \cdot 20 + 5 + 4 = 49$ .

b) Luvut ovat  $14 \cdot 400 + 11 \cdot 20 + 9 = 5829$  ja  
 $1 \cdot 400 + 14 \cdot 20 + 17 = 697$ . Niiden summa on 6526.

Kuvioon tulee alimpaan kerrokseen viiva, jonka päällä on yksi piste (luku 6), toiseen kerrokseen myös luku 6 ja kolmanteen luku 16 (kolme viivaa ja yksi piste).



Tämän voi tarkistaa:  $16 \cdot 400 + 6 \cdot 20 + 6 = 6526$ .