Tulon ja osamäärän derivaatta

Kaavojen johtamista (kirja s. 109-110) ei tällä kurssilla tarvi osata, mutta huippuarvosanojen tavoittelijat lukekaa ja harjoitelkaa. Otetaan suoraan MAFY:n avulla käyttöön.

funktioiden tulo	$\mathrm{D}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
funktioiden osamäärä	$\mathrm{D}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

Määritä $f'(3)$, kun $f(x) = (2x - 7) \cdot (5x - 6x^3)$

Jos avataan sulkeet voidaan derivoida, kuten aiemmin opitut polynomifunktiot.

Käytetään nyt kuitenkin tulon derivoimissääntöä

$$\mathrm{D}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Kirjoitetaan alkuperäinen funktio samassa muodossa

$$D\left((2x - 7) \cdot (5x - 6x^3)\right) = 2 \cdot (5x - 6x^3) + (2x - 7) \cdot (5 - 18x^2)$$

$$= 10x - 12x^3 + 10x - 36x^3 - 35 + 126x^2$$

$$= -48x^3 + 126x^2 + 20x - 35 = f'(x)$$

$$f'(3) = -137$$

Nyt alkuperäinen funktio voidaan ajatella koostuvan kahdesta erillisestä funktiosta.

Merkitään uusiksi kaavan mukaan:

$$f(x) = 2x - 7$$

$$f'(x) = 2$$

$$g(x) = 5x - 6x^3$$

$$g'(x) = 5 - 18x^2$$

Muista :

f(x) := (2 x − 7) (5 x − 6 x³)

→ f(x) := (−6 x³ + 5 x) (2 x − 7)

f(x)

Derivaatta: 2 (−6 x³ + 5 x) + (−18 x² + 5) (2 x − 7)

f′(3)

→ −137

Sievennä(f′(x))

→ −48 x³ + 126 x² + 20 x − 35

Derivoi funktio $f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 9}{7 - 13x}$

Määrittelyjoukko:

$7 - 13x \neq 0 \ -> x \neq \frac{13}{7}$

Haetaan MAFY:stä kaava:

$$\mathrm{D}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} = \frac{(6x - 5) \cdot (7 - 13x) - \left(3x^2 - 5x + 9\right) \cdot (-13)}{49 - 182x + 169x^2} = \ldots$$

Ajatellaan alkuperäisen koostuvan kahdesta erillisestä funktiosta

$f(x) = 3x^2 - 5x + 9$

$f'(x) = 6x - 5$

$g(x) = 7 - 13x$

$g'(x) = -13$

$(g(x))^2 = (7 - 13x)^2 = 49 - 182x + 169x^2$