

$$\underline{109} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^3 + x^2 - x}{2x^3 - x^2 + 6x - 3}$$

$\Rightarrow$ supistettava $x - \frac{1}{2}$:lla, jotta
sijoitus mahdollinen $2(x - \frac{1}{2}) = 2x - 1$

$$\begin{array}{r} 2x-1 \overline{) \begin{array}{r} x^2 + x \\ 2x^3 + x^2 - x \\ -(2x^3 - x^2) \\ \hline 2x^2 - x \\ -(2x^2 - x) \\ \hline 0 \end{array}} \\ 2x-1 \overline{) \begin{array}{r} x^2 + 3 \\ 2x^3 - x^2 + 6x - 3 \\ -(2x^3 - x^2) \\ \hline 6x - 3 \\ -(6x - 3) \\ \hline 0 \end{array}} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^3 + x^2 - x}{2x^3 - x^2 + 6x - 3} &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)(x^2+x)}{(2x-1)(x^2+3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x^2+x}{x^2+3} \\ &= \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + 3} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{13}{4}} = \frac{3}{13} \end{aligned}$$

KORKEAMMAN ASTEEN YHTÄLÖT

* juuria korkeintaan asteluvun osoittama määrä (ESIM 1)

* tulon nollasääntö

$$2x^3 + x^2 - x = x(2x^2 + x - 1)$$

$$2(x+1)^3 + 2x + 2 = 2(x+1)^3 + 2(x+1)$$

$$= (x+1)(2(x+1)^2 + 2)$$

tai valmis tulo (ESIM 2 s.57)

* tekijöihinjako jakokulman avulla

→ Etsi yksi juuri a , jaa $x-a$:lla

$$qx^n + \dots + p$$

juuret muotoa $\frac{p}{q}$, missä

q ja p ovat korkeimman asteen termin kerroin ja vakiotermin TAI näiden tekijöitä

esim $2x^5 + 6x^3 - 3 = 0$ luun 2 tekijät
 $"q"$ 1, 2, -1, -2
 luun 3 tekijät
 $"p"$ 1, 3, -1, -3

$$\frac{p}{q} = \left\{ \pm 1, \pm \frac{1}{2}, \pm 3, \pm \frac{3}{2} \right\} \quad \text{ESIM 3 s.58-59}$$

* ratkaisukaavan soveltaminen

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\uparrow$ $\uparrow$
 $"jotain" \cdot 2$ $"jotain"$

esim $x^4 - x^2 - 6 = 0 \Rightarrow (x^2)^2 - (x^2) - 6$

$a=1$
 $b=-1$
 $c=-6$

$$x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x^2 = 3 \quad \text{tai} \quad x^2 = -2$$

$x = \pm \sqrt{3}$ ei mahdoll.

5.62

115

116

117

126

127

129 →