

D²
1. Määritä funktion

$$f(x) = \int_0^x (3t^2 - 4t - 3) dt \text{ nollakohdat.}$$

2. Laske sen alueen pinta-ala, jonka pisteiden koordinaatit toteuttavat molemmat epäyhtäöt $y > x - 3$ ja $y < -x^2 + 8x - 9$.

3. Millä a :n arvoilla on $\int_0^a \frac{dx}{2x+a} = \ln a$?

4. Suora $y = e$ ja käyrä $y = e^{|x|}$ rajaavat alueen. Alue pyörähtää x -akselin ympäri. Määritä syntyvän kappaleen tilavuus.

5. Käyrälle $y = \frac{1}{x}$, missä $x > 0$, piirretään tangentti pisteeseen $(a, \frac{1}{a})$. Tangentin ja x -akselin leikkauspisteen kautta piirretään y -akselin suuntainen suora. Osoita, että tangentin, y -akselin suuntaisen suoran ja käyrän $y = \frac{1}{x}$ rajaaman alueen pinta-ala ei riipu käyrältä valitusta pisteestä $(a, \frac{1}{a})$.

6. Olkoon A_n sen alueen pinta-ala, jonka käyrä $y = x \sin x$ rajaa yhdessä x -akselin kanssa välillä $[n\pi, (n+1)\pi]$, missä $n \geq 0$ on kokonaisluku. Osoita, että funktio $\sin x - x \cos x$ on funktion $x \sin x$ integraalifunktio, ja laske pinta-ala A_n . Mikä on sen moniosaisen alueen pinta-ala, jonka käyrä $y = x \sin x$ rajaa x -akselin kanssa välillä $[0, 100\pi]$?

1. Määritä funktion $f(x) = 2x - 3$ se integraalifunktio, jonka

- a) pienen arvo on 10
b) pienen arvo välillä $[2, 10]$ on 10.

2. Osoita, että funktio $f(x) = x - \sin x \cos x$ on funktion $g(x) = 2 \sin^2 x$ integraalifunktio.

3. Käyrän $y = \sqrt{x} - x$ ja x -akselin rajaama alue pyörähtää x -akselin ympäri. Laske muodostuvan pyörähdyskappaleen tilavuus.

4. Kuinka suuri on sen alueen pinta-ala, jota rajaavat funktion $f(x) = xe^{-\frac{1}{2}x^2}$ kuvaaja, kuvaajalle koordinaation ensimmäiseen neljännekseseen piirretty vaakasuora tangentti ja y -akseli?

5. Aluetta rajaavat funktion $f(x) = e^{-x}$ kuvaaja ja suorat $x = k$ ja $x = 2k$, missä $k > 0$. Mikä alueen suurin mahdollinen pinta-ala on?

6. Käyrä $y^2 = a(1-x)(1+x)$, missä $a > 0$, pyörähtää a) x -akselin b) y -akselin ympäri. Laske kummankin pyörähdyskappaleen tilavuus. Millä a :n arvoilla kappaleilla on sama tilavuus?

(A) 1. a) $\frac{1}{2}e^2 + 3e - \frac{3}{2}$, b) $\frac{1}{2}$; 2. $\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{23}{6}$;
3. $\frac{5}{4}$; 4. $a = \frac{2}{3}$; 5. 21 cm ; 6. $\frac{\pi}{4} - \frac{2}{3}$ ($\approx 0,12$)

(B) 1. $a = 6$, $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$; 2. $4\frac{1}{2}$; 3. a) $225g$, b) $525g$;
4. $a = e^{-\frac{3}{2}}$; 5. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$; 6. 1450 m^3

(C) 1. $a = \frac{29}{8}$; 2. $a = -3$, $b = -8$; 3. $\frac{\pi}{2} + 1$; 4. $\frac{32\pi}{3}$;
5. $\frac{\pi}{3}$; 6. $8\frac{2}{3}$

(D) 1. $-1, 0$; 3; 2. $20\frac{5}{6}$; 3. $a = \sqrt{3}$; 4. $\pi(e^2 + 1)$ ($\approx 26,4$)

5. $A = \ln 2 - \frac{1}{2}$ (radia); 6. $A_n = (2n+1)\pi$, $10\,000\pi$

(E) 1. a) $x^2 - 3x + \frac{49}{4}$, b) $x^2 - 3x + 12$; 3. $\frac{\pi}{30}$ ($\approx 0,10$)

4. $2e^{-\frac{1}{2}} - 1$ ($\approx 0,21$); 5. $\frac{1}{4}$; 6. a) $\frac{4\pi}{3}a$, b) $\frac{4\pi}{3}\sqrt{a}$, $a = 1$