2

1

a) $\frac{x^6 x^{10}}{(x^3)^4} = \frac{x^{16}}{x^{12}} = x^4$ **(3p)**

b) $15x^2 - 3x = 0$

$3x(5x-1)=0$

Tulon nollasäännön nojalla $3x=0$ tai $5x-1=0$ **(1p),** joista saadaan vastaukset $x=0$ tai $x=\frac{1}{5}$. **(2p)**

c)

$2^{1-x} = \frac{1}{64}$

$2^{1-x} = 2^{-6}$

$1-x=-6$ **(2p)**

$x=7$ **(1p)**

d)

$f(x)=e^{4 \cdot x}$

$f'(x)=4e^{4x}$ **(1p)**

$f'(0)=4e^0=4$ **(2p)**

Tangentin kulmakerroin on siis 4.

3.

a)

$|a| = \sqrt{2^2+2^2+1^2} \blacktriangleright 3$ **(2p)**

$|b| = \sqrt{(-3)^2+5^2+4^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ **(2p)**

b)

$a \cdot b = 2 \cdot (-3)+2 \cdot 5+1 \cdot 4 = 8$. **(4p)**

c)

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{8}{3 \cdot 5\sqrt{2}}\right)$ **(2p)**

$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{8}{3 \cdot 5 \cdot \sqrt{2}}\right) \blacktriangleright \alpha = 1.18410770064$ **(1p)**

Vastaus: 67,84 astetta. **(1p)**

4

$f(x)=x^3(x+4)=x^4+4x^3$

$f'(x)=4x^3+12x^2$ **(3p)**

Selvitetään derivaatan nollakohdat:

$4x^3+12x^2=0$

$4x^2(x+3)=0$

$x=-3$ tai $x=0$ **(3p)**

Päätellään funktion käyttäytyminen derivaatan arvojen avulla:

$f'(-4)<0$

$f'(-1)>0$

$f'(1)>0$

Päätellään kulkukaavion avulla tai päättelemällä, että funktion pienin arvo löytyy kohdasta $x=-3$. **(3p)**

Selvitetään funktion pienin arvo:

$f(-3)=(-3)^3\cdot(-3+4)=-27\cdot 1=-27$ **(3p)**

-3
0
f '
-
+
+
f
vähenee
kasvaa
kasvaa

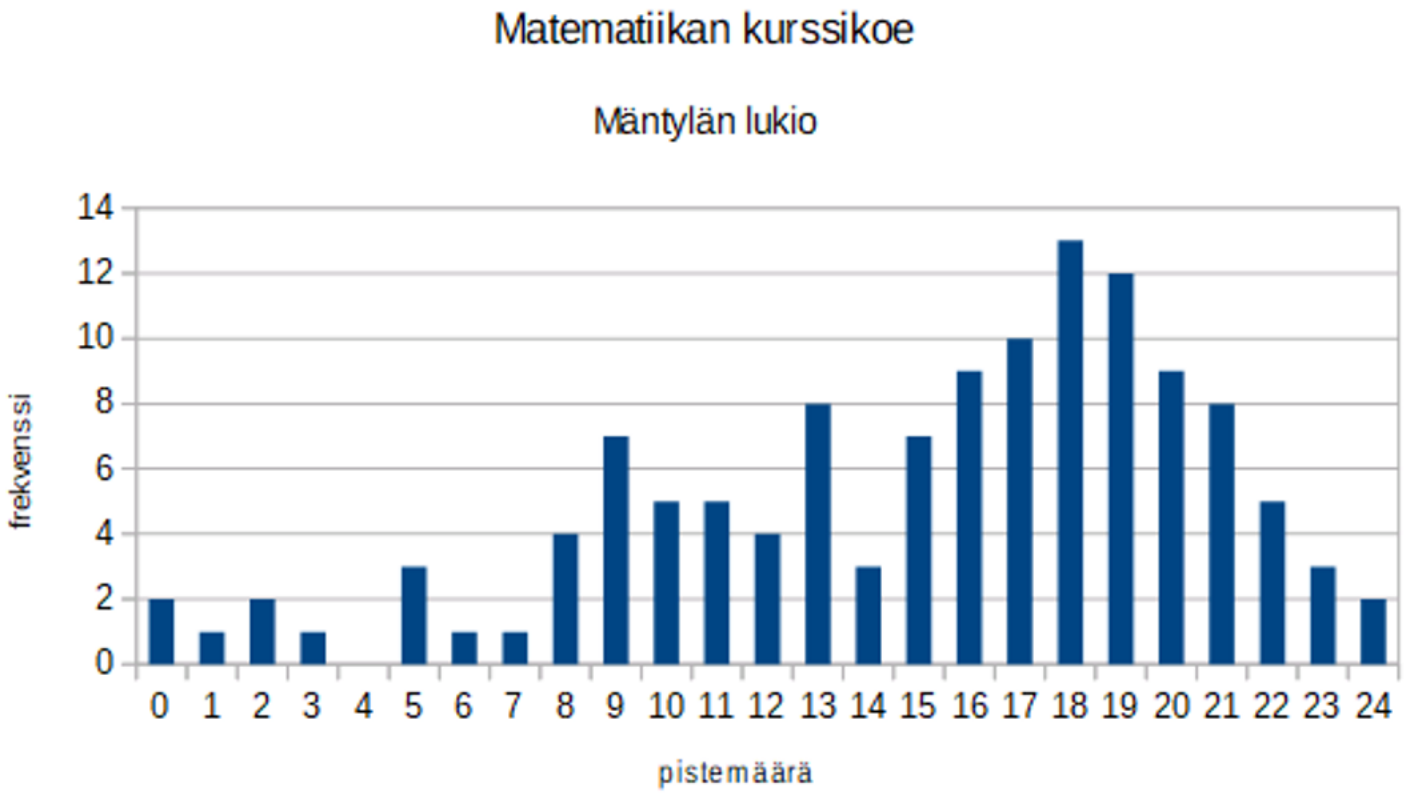
	A pistemäärä	B f	C suht	D	E	F	G
							=OneVar(
1	0	2	1.6			Otsikko	Yhden m...
2	1	1	0.8			$\bar{x}$	15.088
3	2	2	1.6			Σx	1886.
4	3	1	0.8			Σx^2	32222.
5	4	0	0.			sx := $s_{n-...}$	5.51100...
6	5	3	2.4			σx := $\sigma_{n...}$	5.48892...
7	6	1	0.8			n	125.
8	7	1	0.8			MinX	0.
9	8	4	3.2			Q_1X	11.
10	9	7	5.6			MedianX...	16.
11	10	5	4.			Q_3X	19.
12	11	5	4.			MaxX	24.
13	12	4	3.2			SSX := Σ..	3766.032
14	13	8	6.4				
15	14	3	2.4				
16	15	7	5.6				
17	16	9	7.2				
18	17	10	8.				
19	18	13	10.4				
20	19	12	9.6				
21	20	9	7.2				
22	21	8	6.4				
23	22	5	4.				
24	23	3	2.4				

25	24	2	1.6				
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							
44							
45							
46							
47							
48							
49							
50							
51							

5

A) Lasketaan frekvenssien summa: Kokeeseen osallistui 125 opiskelijaa **(1p)**

B)



(2p)

C)

Suhteelliset frekvenssit:

0 1.6 %

1: 0.8 %

2: 1.6 %

3: 0.8 %

4: 0 %

5: 2.4 %

6: 0.8 %

7: 0.8 %

8: 3.2 %

9: 5.6 %

10: 4 %

11: 4 %

12: 3.2 %

13: 6.4 %

14: 2.4 %

15: 5.6 %

16: 7.2 %

17: 8 %

18: 10.4 %

19: 9.6 %

20: 7.2 %

21: 6.4 %

22: 4 %

23: 2.4 %

24: 1.6 %

(3p)

D)

Keskiarvo: 15,1 pistettä laskimen komennolla **(3p)**

Keskihajonta: 5,5 pistettä laskimen komennolla **(3p)**

Laskimella selvitetty tilastolliset tunnusluvut, mutta vastaus ilmoitettu väärin: max 2p

6.

Tarkastellaan yhtälöä $(a+1)x^2+2(a-1)x-2=0$.

a) Osoita, että yhtälöllä on ratkaisuja kaikilla parametrin a arvoilla.

b) Millä parametrin a arvoilla ratkaisut ovat erimerkkiset?

a)

1) Jos $a+1=0$ eli $a=-1$, kyseessä on 1. asteen yhtälö

$0\cdot x^2+2\cdot(-1-1)\cdot x-2=0 \blacktriangleright -4\cdot x-2=0$

jolla on ratkaisu $x=-\frac{1}{2}$. **(2 p)**

2) Jos $a\neq-1$, kyseessä on 2.asteen yhtälö, jolla on ratkaisuja, jos diskriminantti on suurempi tai yhtäsuuri kuin nolla. **(2 p)**

Lasketaan diskriminantti

$(2\cdot(a-1))^2-4\cdot(a+1)\cdot-2 \blacktriangleright 4\cdot a^2+12$ **(1 p)**

Koska $a^2\geq0$ kaikilla a:n arvoilla, on diskriminantti

$4\cdot a^2+12>0$

kaikilla a:n arvoilla joten yhtälöllä on ratkaisuja kaikilla vakion a arvoilla.**(1 p)**

Kohdista 1 ja 2 yhdessä seuraa väite.

Toinen lähestymistapa

Ratkaistaan yhtälö

$\text{solve}((a+1)\cdot x^2+2\cdot(a-1)\cdot x-2=0,x) \blacktriangleright x=\frac{\sqrt{a^2+3}-a+1}{a+1}$ or $x=\frac{-(\sqrt{a^2+3}+a-1)}{a+1}$

josta tehdään vastaavat havainnot kun edellä tarkastelemalla tapaukset $a=-1$ ja $a\neq-1$.

b)

Oletetaan, että $a \neq -1$ eli ratkaisuja on kaksi.

Ratkaistaan yhtälö

$\text{solve}\left((a+1)\cdot x^2+2\cdot(a-1)\cdot x-2=0, x\right) \rightarrow x=\frac{\sqrt{a^2+3}-a+1}{a+1}$ or $x=\frac{-\left(\sqrt{a^2+3}+a-1\right)}{a+1}$ josta

$\mathbf{x1}:=\frac{\sqrt{a^2+3}-a+1}{a+1}$: $\mathbf{x2}:=\frac{-\left(\sqrt{a^2+3}+a-1\right)}{a+1}$ **(2 p)**

Ratkaisut ovat erimerkkiset, jos niiden tulo on negatiivinen **(2 p)**

eli kun

$\text{solve}(\mathbf{x1}\cdot\mathbf{x2}<0, a) \rightarrow a>-1$ **(2 p)**

Vastaus: $a>-1$

Toinen lähestymistapa

Yhtälön ratkaiseminen **(2 p)**

$\text{solve}(\mathbf{x1}>0 \text{ and } \mathbf{x2}<0, a) \rightarrow a>-1$ **(2 p)**

$\text{solve}(\mathbf{x1}<0 \text{ and } \mathbf{x2}>0, a) \rightarrow \text{false}$ eli tästä ei tule lisää ratkaisuja **(2 p)**

Vastaus: $a>-1$

7

A)

Tilanne

Olkoon janan AB keskipiste E sekä janan ED pituus x.

Nelikulmion ADBC saadaan tällöin vähentämällä kolmion ABC pinta-alasta kolmion ABD pinta-ala: **(1p)**

$$\frac{6\cdot(x+4)}{2}-\frac{6\cdot x}{2}$$ **(1p)**

$$\frac{6\cdot(x+4)}{2}-\frac{6\cdot x}{2} \blacktriangleright 12$$ **(2p)**

Nelikulmion ADBC pinta-ala on siis 12 pinta-alayksikköä.

B)

Pinta-alaksi saatiin vakioarvo 12 pinta-alayksikköä, joka ei ole riippuvainen muuttujasta x. Näin ollen pisteen C sijainti ei vaikuta nelikulmion pinta-alaan. **(2p)**

C)

Tilanne, jossa piste D sijaitsee janan AB yläpuolella tai janalla, todistettiin edellä. **(2p)**
Tarkastellaan vielä tilannetta, jossa piste D sijaitsee janan AB alapuolella:

Jos piste C sijaitsee janan AB alapuolella, tilanne on symmetrian nojalla todistettu A-kohdassa.**(2p)**

Enää riittää tarkastella tilannetta, jossa piste C sijaitsee janan AB yläpuolella ja piste D janan AB alapuolella:

Lasketaan yhteen kolmioiden ABC ja ADB pinta-alat:

$$\frac{6\cdot(4-x)}{2}+\frac{6\cdot x}{2} \blacktriangleright 12$$ **(2p)**

8.

Määritellään funktiot

$\mathbf{f}(x):=x^2$ ▸ *Valmis*

$\mathbf{g}(x):=|x^3|$ ▸ *Valmis*

Ratkaistaan käyrien yhtälöistä x y:n avulla

$\text{solve}(\mathbf{f}(x)=y,x)|y\geq 0$ ▸ $x=-\sqrt{y}$ and $y\geq 0$ or $x=\sqrt{y}$ and $y\geq 0$ **(1 p)**

$\text{solve}(\mathbf{g}(x)=y,x)|y\geq 0$ ▸ $x=-y^{\frac{1}{3}}$ and $y\geq 0$ or $x=y^{\frac{1}{3}}$ and $y\geq 0$ **(1 p)**

Tilavuudet ja nestepinnan korkeudet ovat samat. Olkoon nestepinnan korkeus a.

Pyörähdys tapahtuu y−akselin ympäri, jolloin saadaan tilavuudet

$\pi\cdot\int_0^a \left(\sqrt{y}\right)^2\,dy$ ▸ $\frac{a^2\cdot\pi}{2}$ **(1 p)**

$\pi\cdot\int_0^a \left(y^{\frac{1}{3}}\right)^2\,dy$ ▸ $\frac{3\cdot a^{\frac{5}{3}}\cdot\pi}{5}$ **(1 p)**

jotka ovat yhtäsuuret kun

$\text{solve}\left(\frac{a^2\cdot\pi}{2}=\frac{3\cdot a^{\frac{5}{3}}\cdot\pi}{5},a\right)$ ▸ $a=0$ or $a=\frac{216}{125}$ **(2 p)**

Tällöin nestemäärän tilavuus on

$\frac{a^2\cdot\pi}{2}|a=\frac{216}{125}$ ▸ $\frac{23328\cdot\pi}{15625}$ eli likiarvona $\frac{23328\cdot\pi}{15625}$ ▸ 4.69037269907 **(1 p)**

Vastaus: Tilavuus on $\frac{23328\cdot\pi}{15625}dm^3 \approx 4.69\,dm^3$ **(1 p)**

b) Määritellään funktio

$\mathbf{h}(x):=|k\cdot x|$ ▸ *Valmis*

$\text{solve}(y=\mathbf{h}(x),x)|y\geq 0$ ▸ $x=\frac{-y}{|k|}$ and $y\geq 0$ or $x=\frac{y}{|k|}$ **(1 p)**

Koska nestemäärän tilavuus ja nestepinnan korkeus on sama kuin edellä

$$\text{solve}\left(\pi\cdot\int_0^{\frac{216}{125}}\left(\frac{y}{|k|}\right)^2 dy=\frac{23328\cdot\pi}{15625},k\right)$$ ▸ $k=\frac{-12\cdot\sqrt{5}}{25}$ or $k=\frac{12\cdot\sqrt{5}}{25}$ **(3 p)**

$k=-1.0733126292$ or $k=1.0733126292$

Vastaus: $k=\frac{-12\cdot\sqrt{5}}{25}$ tai $k=\frac{12\cdot\sqrt{5}}{25}$

9.1

a) $\begin{cases} F_1 = F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \end{cases}$ **(3 p)**

b) Lasketaan taulukkolaskentaohjelmalla kirjoittamalla ensimmäiseen soluun A1 1 ja toiseen soluun A2 1 ja sitten kolmanteen soluun A3 kaava =A1+A2 ja kopioidaan kaavaa alaspäin kopiointikahvalla.

Saadaan

	A
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	8
7	13
8	21
9	34
10	55
11	89
12	144
13	233
14	377
15	610
16	987
17	1597
18	2584
19	4181
20	6765
21	10946
22	17711
23	28657
24	46368
25	75025
26	121393
27	196418
28	317811
29	514229
30	832040
31	1346269
32	2178309

(1 p)

josta nähdään että suurin kuusinumeroinen on 832040 joka on jonon 30. jäsen. **(1 p +**

1 p)

b)

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ▸ 1.61803398875 on kolmen desimaalin tarkkudella 1.618 **(1 p)**

Kirjoitetaan soluun B2 kaava A2/A1 ja kopioidaan sitä alaspäin **: (1 p)**

B13 =A13/A12

	A	B	C	D
1	1			
2	1	1		
3	2	2		
4	3	1,5		
5	5	1,66666667		
6	8	1,6		
7	13	1,625		
8	21	1,61538462		
9	34	1,61904762		
10	55	1,61764706		
11	89	1,61818182		
12	144	1,61797753		
13	233	1,61805556		
14	377	1,61802575		
15	610	1,61803714		

(2 p)

Havaitaan että $\frac{F_{10}}{F_9}$ on kolmen desimaalin tarkkudella sama kuin $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **(2 p)**

9.2

A)

Määritellään funktio $\mathbf{f}(x)$:

$\mathbf{f}(x) := x^{2 \cdot x} - e^{x}$ ▸ *Valmis*

$\mathbf{f}(1)$ ▸ -1.71828182846

$\mathbf{f}(2)$ ▸ 8.61094390107

(1p)

Funktio on välillä $[1,2]$ jatkuva ja saa välin päätepisteissä erimerkkiset arvot, joten Bolzanon lauseen nojalla funktiolla vähintään yksi nollakohta välillä $(1,2)$. **(2p)**

B)

Käytetään alkuarvauksia $x_1 = 1$ ja $x_2 = 2$. **(2p)**

Sijoitetaan alkuarvaukset taulukkoon ja kolmanteen soluun iterointikaava, jota käytetään seuraavissa soluissa.

Sekanttimenetelmä antaa nollakohdaksi $x = 1{,}649$.

A3	$=\text{approx}\left(a2 - \frac{\mathbf{f}(a2) \cdot (a2 - a1)}{\mathbf{f}(a2) - \mathbf{f}(a1)}\right)$

(7p)

Pyöristysvirhe vastauksessa −2p

	A	B	C	D	E	F	G
1	1						
2	2						
3	1.16635...						
4	1.30905...						
5	3.71085...						
6	1.30929...						
7	1.30953...						
8	2.47488...						
9	1.33443...						
10	1.35824...						
11	2.17997...						
12	1.41601...						
13	1.46501...						
14	1.81681...						
15	1.58015...						
16	1.62509...						
17	1.65282...						
18	1.64849...						
19	1.64871...						
20	1.64872...						
21	1.64872...						
22	1.64872...						
23	#UNDEF						
24	#ERR						
25	#UNDEF						

26	#UNDEF						
27	#ERR						
28	#UNDEF						
29	#UNDEF						
30	#ERR						
31	#UNDEF						
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							
44							
45							
46							
47							
48							
49							
50							
51							
52							

10.

P(hehkulamppu kestää vähintään 2200 h)= $\int_{2.2}^{2.5} \left(-6\cdot t^2+24\cdot t-22.5\right) dt$ ▸ 0.216 **(2 p)**

P(energiasäästölamppu kestää vähintään 2200 h) =
normCdf(2200,∞,24000,8200) ▸ 0.996075915204 **(2 p)**

a) P(kaikki viisi hehkulamppua kestävät vähintään 2200 h)=

$(0.216)^5$ ▸ 0.000470184985

(2 p)

Vastaus: 0.00047

b) P(kaikki viisi energiasäästölamppua kestävät vähintään 2200 h) =

$(\text{normCdf}(2200,\infty,24000,8200))^5$ ▸ 0.980532957371

(2 p)

Vastaus: 0.98

c) P(vähintään kolme hehkulamppua ja vähintään kolme energiansäästölamppua kestää yli 2200 h) =
binomCdf(5,0.216,3,5)· binomCdf(5,normCdf(2200,∞,24000,8200),3,5)
▸ 0.07094629225

Vastaus:0.071

(2 p + 2 p)

11

A)

$\mathbf{f}(x):=3\cdot\sin(1\cdot x)$ ▸ *Valmis*

$\mathbf{g}(x):=1\cdot\cos(2\cdot x)$ ▸ *Valmis*

(Piste per kerroin, yhteensä 2p)

B)

Kun $x=\frac{\pi}{2}$, funktioiden derivaatat saavat arvon nolla ja tangentit ovat vaakasuoria, jolloin kolmiota ei synny. **(2p)**

C)

Määritetään kohtaan $x=a$ piirretyt tangentit:

$\mathbf{tanf}(x):=\text{tangentLine}(\mathbf{f}(x),x,a)$ ▸ *Valmis*

$\mathbf{tanf}(x)$ ▸ $3\cdot\cos(a)\cdot x-3\cdot(a\cdot\cos(a)-\sin(a))$

$\mathbf{tang}(x):=\text{tangentLine}(\mathbf{g}(x),x,a)$ ▸ *Valmis*

Määritetään tangenttien leikkauspisteen x−koordinaatti syntyvän kolmion korkeudeksi:

$\text{solve}(\mathbf{tanf}(x)=\mathbf{tang}(x),x)$ ▸ $x=\frac{\cos(2\cdot a)+2\cdot a\cdot\sin(2\cdot a)+3\cdot(a\cdot\cos(a)-\sin(a))}{2\cdot\sin(2\cdot a)+3\cdot\cos(a)}$

$\mathbf{korkeus}(a):=\frac{\cos(2\cdot a)+2\cdot a\cdot\sin(2\cdot a)+3\cdot(a\cdot\cos(a)-\sin(a))}{2\cdot\sin(2\cdot a)+3\cdot\cos(a)}$ ▸ *Valmis* **(2p)**

Määritetään tangenttien vakiotermien erotuksen itseisarvo kolmion kannaksi:

$|\mathbf{tanf}(0)-\mathbf{tang}(0)|$ ▸ $|\cos(2\cdot a)+2\cdot a\cdot\sin(2\cdot a)+3\cdot(a\cdot\cos(a)-\sin(a))|$

$\mathbf{kanta}(a):=|\cos(2\cdot a)+2\cdot a\cdot\sin(2\cdot a)+3\cdot(a\cdot\cos(a)-\sin(a))|$ ▸ *Valmis* **(2p)**

$\mathbf{ala}(a):=\frac{\mathbf{kanta}(a)\cdot\mathbf{korkeus}(a)}{2}$ ▸ *Valmis*

$\text{fMax}\left(\mathbf{ala}(a),a,\frac{7\cdot\pi}{12},\pi\right)$ ▸ $a=2.5663435963$ ⚠ **(2p)**

$\mathbf{ala}(2.5663435963) \blacktriangleright 17.616067421$

Suurin mahdollinen pinta-ala on siis 17,6 pinta-alayksikköä.**(2p)**

12.

Osoita (esimerkiksi matemaattisella induktiolla), että luku $n^3 + 5n$ on jaollinen luvulla 6, kun n on luonnollinen luku.

Oletus: n on luonnollinen luku.

Väite: n^3+5n on jaollinen luvulla 6.

Todistus: Todistetaan induktiolla.

Alkuaskel

Kun n=0, niin $n^3+5n=0^3+5\cdot 0=0$ on jaollinen kuudella, sillä nolla on jaollinen kaikilla kokonaisluvuilla. Alkuaskel ok. **(2 p)**

Induktioaskel

Induktio–oletus: n^3+5n on jaollinen luvulla 6.

Induktioväite: $(n+1)^3+5(n+1)$ on jaollinen luvulla 6. **(1 p)**

Induktiotodistus: Koska n^3+5n on jaollinen luvulla 6, niin olemassa kokonaisluku k siten että

$n^3+5n=6k$

Muodostetaan polynomi

$\text{expand}\left((n+1)^3+5\cdot(n+1)\right) \blacktriangleright n^3+3\cdot n^2+8\cdot n+6$ **(1 p)**

$(n+1)^3+5\cdot(n+1)=n^3+3\cdot n^2+8\cdot n+6=\left(n^3+5n\right)+\left(3n^2+3n+6\right)=6k+3\left(n^2+n+2\right)$
$=6k+3\left(n(n+1)+2\right)$

(2 p) **(1 p)**

Koska n ja n+1 ovat kaksi peräkkäistä kokonaislukua, on niistä toinen parillinen ja toinen pariton, joten tulo$n(n+1)$ on parillinen eli on olemassa kokonaisluku l siten että

$n(n+1)=2l$. **(2 p)**

$6k+3\left(n(n+1)+2\right)=6k+3(2l+2)=6k+6(l+1)=6(k+l+1)$ jossa$k+l+1$ on kokonaislukuku, **(2 p)**

joten

$(n+1)^3+5(n+1)$ on jaollinen luvulla 6,

Alkuaskeleesta ja induktioaskeleesta seuraa yhdessä, että n^3+5n on jaollinen luvulla 6, kun n on luonnollinen luku. **(1 p)**

Toinen lähestymistapa

Olkoon n luonnollinen luku. Kun n jaetaan kuudella, on jakojäännös joko 0,1,2,3,4 tai 5 eli n on muotoa

$n=6k$, $n=6k+1$, $n=6k+2$, $n=6k+3$, $n=6k+4$ tai $n=6k+5$.**(4 p)**

Käydään läpi kaikki nämä vaihtoehdot

$n^3+5\cdot n|n=6\cdot k \blacktriangleright 216\cdot k^3+30\cdot k=6\left(36k^3+5k\right)$

$n^3+5\cdot n|n=6\cdot k+1 \blacktriangleright 6\cdot(6\cdot k+1)\cdot\left(6\cdot k^2+2\cdot k+1\right)$

$n^3+5\cdot n|n=6\cdot k+2 \blacktriangleright 6\cdot(3\cdot k+1)\cdot\left(12\cdot k^2+8\cdot k+3\right)$

$n^3+5\cdot n|n=6\cdot k+3 \blacktriangleright 6\cdot(2\cdot k+1)\cdot\left(18\cdot k^2+18\cdot k+7\right)$

$n^3+5\cdot n|n=6\cdot k+4 \blacktriangleright 6\cdot(3\cdot k+2)\cdot\left(12\cdot k^2+16\cdot k+7\right)$

$n^3+5\cdot n|n=6\cdot k+5 \blacktriangleright 6\cdot(6\cdot k+5)\cdot\left(6\cdot k^2+10\cdot k+5\right)$ **(6 p)**

Kaikki lausekkeet ovat muotoa 6 kertaa kokonaisluku, joten kaikki ovat kuudella jaollisia.**(1p)**

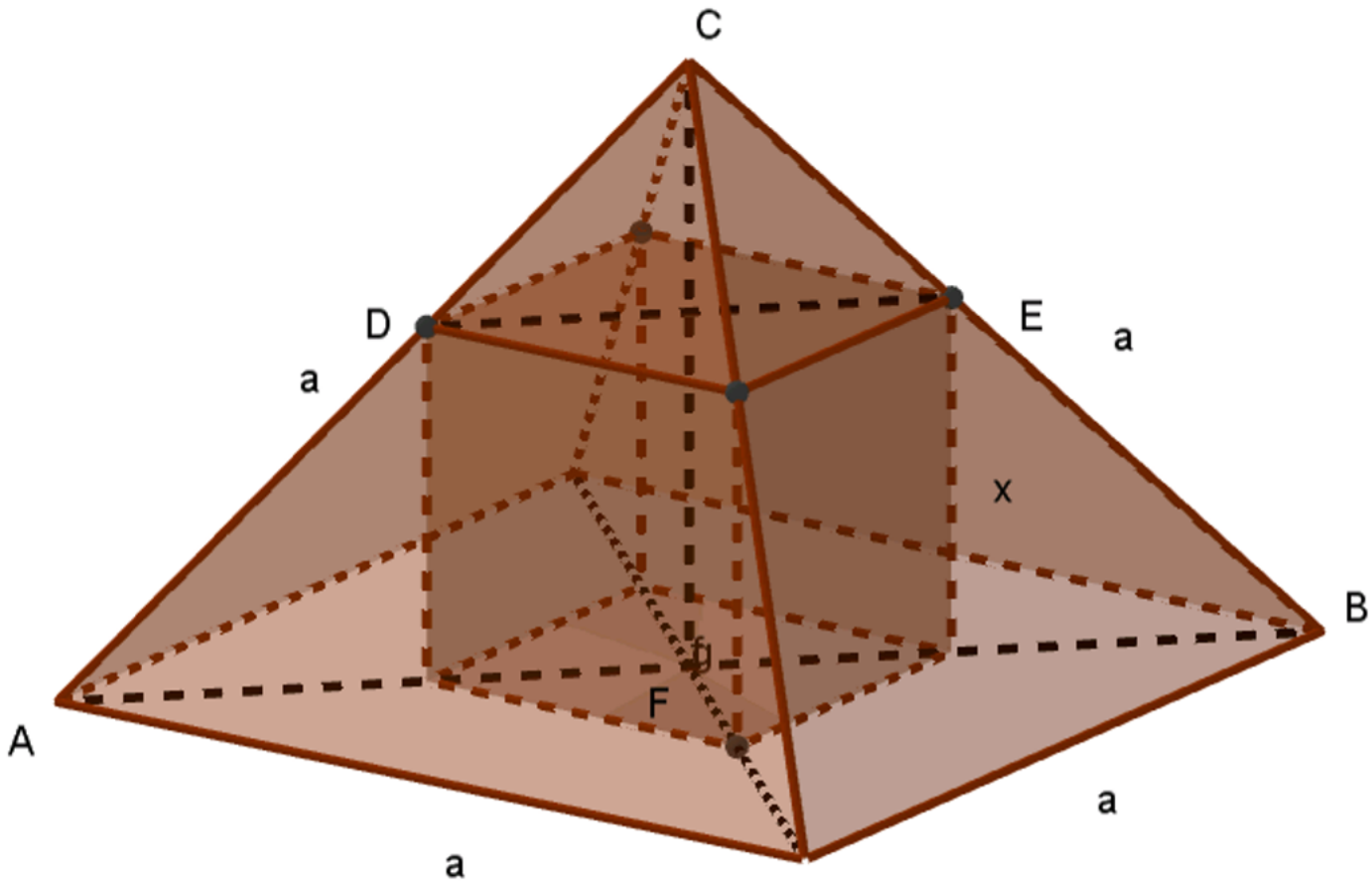
Väite on täten todistettu.**(1 p)**

Kolmas lähestymistapa

Samaan tapaan kuin edellä, mutta käytetään kongruenssia mod 6 ja käydään järjestelmällisesti läpi vaihtoehdot n≡0, n≡1,n≡2, n≡3, n≡4 tai n≡5.

13.

Olkoon kuution sivun pituus x ja pyramidin korkeus h. **(Kuva 3 p)**



Janan AB pituus on $\sqrt{2}\,a$ ja janan DE pituus $\sqrt{2}\,x$ **(1 p)**

Pythagoraan lauseella saadaan suorakulmaisesta kolmiosta FBC

$$\text{solve}\left(h^2+\left(\frac{\sqrt{2}\cdot a}{2}\right)^2=a^2,h\right)\,|\,h>0 \text{ and } a>0 \;\blacktriangleright\; h=\frac{a\cdot\sqrt{2}}{2} \text{ and } a>0$$ **(2 p)**

Kolmiot ABC ja DEC ovat yhdenmuotoiset , sillä **(1 p)**

kulma C on yhteinen ja kulmat A ja D ovat samankohtaiset (kolmioiden yhdenmuotoisuuslause kk).

Saadaan verranto

$$\text{solve}\left(\frac{h}{h-x}=\frac{\sqrt{2}\cdot a}{\sqrt{2}\cdot x},x\right) \;\blacktriangleright\; x=\frac{a\cdot h}{a+h}$$ **(3 p)**

Sijoitetaan h:n arvo

$\frac{a \cdot h}{a+h} | h = \frac{a \cdot \sqrt{2}}{2} \blacktriangleright a \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)$ **(2 p)**

Vastaus: Kuution sivun pituus on $a \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right)$