

Eksponenttiyhtälö ja logaritmi

Eksponenttiyhtälö on $a^x = b$,

jossa kantaluku $a > 0$, $a \neq 1$ ja potenssin arvo $b > 0$.

- Ratkaiseminen ilman laskinta:

a) $2^x = 8$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

b) $3^x \cdot 3^3 = 3^8$

$$3^{x+3} = 3^8$$

$$x + 3 = 8$$

$$x = 5$$

Koska kantaluvut ovat yhtä suuret, eksponenttien on oltava yhtä suuret.

- Eksponenttina voi olla myös negatiivinen luku

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ jossa } a \neq 0.$$

Esim.

$$\text{c) } 4^{-2} = \frac{1}{4^2}$$

$$\text{d) } (5^x)^{-2} = \frac{1}{125}$$

$$5^{-2x} = \frac{1}{5^3}$$

$$5^{-2x} = 5^{-3}$$

$$-2x = -3 \quad | : (-2)$$

$$x = \frac{3}{2}$$

EkspONENTTIYHTÄLÖN RATKAISEMINEN LOGARITMIN AVULLA

- Yhtälön $a^x = b$ ratkaisu on $x = \log_a b$,
jossa $a > 0$, $a \neq 1$ ja $b > 0$.

Esim. 2. Ratkaise yhtälö logaritmin avulla.

a) $9^x = 729$

$$x = \log_9 729$$

$$x = 3$$

$$\text{b) } 10^{3x} - 4 = 9996$$

$$10^{3x} = 10000$$

$$3x = \lg 10000$$

$$3x = 4 \quad |:3$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$\log_{10} 10000$ voidaan
merkitä $\lg 10000$

$$\text{c) } 3 \cdot e^x = 60 \quad |:3$$

$$e^x = 20$$

$$x = \ln 20$$

Logaritmia, jonka kantaluku on Neperin luku e ($= 2,718 \dots$) kutsutaan luonnolliseksi logaritmiksi. Luonnollinen logaritmi \log_e merkitään \ln .