

3. EKSPONENTTI- JA POTENSSIYHTÄLÖ

- 3.1 EKSPONENTTIYHTÄLÖ JA LOGARITMI
- 3.2 POTENSSIYHTÄLÖ JA YLEINEN JUURI

3.1 Eksponenttiyhtälö ja logaritmi

Eksponenttiyhtälö

$$a^x = b,$$

Jossa kantaluku $a > 0, a \neq 1$ ja potenssin arvo $b > 0$.

Eksponenttiyhtälöä ratkaistaessa yhtälön molemmat puolet pyritään esittämään saman kantaluvun potenssina. Esim.

$$4^{2x} = 16$$

$$4^{2x} = 4^2$$

$$2x = 2$$

$$x = \frac{2}{2} = 1$$

Mitenkäs ne potenssin laskusäännöt
menikään...



$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Esim. Ratkaise yhtälöt

a) $3^x = 81$

b) $4^x = \frac{1}{16}$

c) $2^{x-1} = 8^{3x+1}$

a)

$$3^x = 81$$

$$3^x = 3^4$$

$$x = 4$$

b)

$$4^x = \frac{1}{16}$$

$$4^x = \frac{1}{4^2}$$

$$4^x = 4^{-2}$$

$$x = -2$$

c)

$$2^{x-1} = 8^{3x+1}$$

$$2^{x-1} = (2^3)^{3x+1}$$

$$x - 1 = 3(3x + 1)$$

$$x - 1 = 9x + 3$$

$$x - 9x = 3 + 1$$

$$-8x = 4$$

$$x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

Eksponttiyhtälön ratkaiseminen logaritmin avulla

Yhtälön $a^x = b$ ratkaisu on

$$x = \log_a b$$

Jossa $a > 0, a \neq 1$ ja $b > 0$

Apuaaa.....laskimessa ei ole kuin kymmenkantainen ja luonnollinen
logaritmi.....



$$\log_a x = \frac{\log x}{\log a}$$

Esim. Ratkaise yhtälöt

a) $4^x = 5$

b) $2 \cdot 8^x = 20$

a)

$$4^x = 5$$

$$x = \log_4 5$$

$$x \approx 1,16$$

b)

$$2 \cdot 8^x = 20 \quad || : 2$$

$$8^x = 10$$

$$x = \log_8 10$$

$$x \approx 1,11$$

3.2 Potenssiyhtälö ja yleinen juuri

Yleinen juuri:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Luvun a yleinen eli n . juuri $\sqrt[n]{a}$ on sellainen luku b , jonka n :s potenssi on a . Parillisilla luvun n arvoilla vaaditaan, että $b \geq 0$

Esim. Laske

a) $\sqrt[3]{8}$

b) $\sqrt[5]{-243}$

c) $\sqrt{-16}$

a) $\sqrt[3]{8} = 2$

b) $\sqrt[5]{-243} = -3$

c) $\sqrt{-16}$ ei ole määritelty

Potenssiyhtälön ratkaisu

Potenssiyhtälö on muotoa:

$$x^n = a.$$

Yhtälön $x^n = a$ ratkaisu on

- $x = \pm \sqrt[n]{a}$, jos n on parillinen ja $a \geq 0$.
- $x = \sqrt[n]{a}$, jos n on pariton

Miksi eksponentin parillisuudella on merkitystä?

Esim. Ratkaise yhtälöt

a) $x^3 = -27$

b) $3x^4 - 48 = 0$

a)

$$x^3 = -27$$

$$x = \sqrt[3]{-27}$$

$$x = -3$$

b)

$$3x^4 - 48 = 0$$

$$3x^4 = 48 \quad || :3$$

$$x^4 = 16$$

$$x = \pm \sqrt[4]{16}$$

$$x = \pm 2$$