

Korkeamman asteen epäyhtälö

- **Lause.** Polynomifunktion merkki voi vaihtua vain nollakohdassa.

→Vaikka kuvaajan hahmottelu olisikin vaikeaa, voidaan funktion merkki päätellä testikohtien avulla tai tulon tekijöiden merkeistä.

Esimerkki 1. Ratkaise epäyhtälö $x^4 - 16 \geq 0$.

Ratkaisu. Ratkaistaan yhtälön $x^4 - 16 = 0$ nollakohdat.

$$x^4 - 16 = 0$$

$$x^4 = 16$$

$$x = \pm 2$$

Lasketaan funktion arvo testikohtissa.

$$f(-3) = (-3)^4 - 16 = 65 > 0$$

$$f(0) = 0^4 - 16 = -16 < 0$$

$$f(3) = 3^4 - 16 = 65 > 0$$

Laaditaan tuloksista merkkikaavio:

		-2		2	
$x^4 - 16$	+		-		+

V: $x^4 - 16 \geq 0$, kun $x < -2$ tai $x > 2$.

Esimerkki 2. Ratkaise epäyhtälö $6x^3 - 5x^2 - 6x < 0$.

Ratkaisu. Ratkaistaan yhtälön $6x^3 - 5x^2 - 6x = 0$ nollakohdat.

$$6x^3 - 5x^2 - 6x = 0$$

$$x(6x^2 - 5x - 6) = 0$$

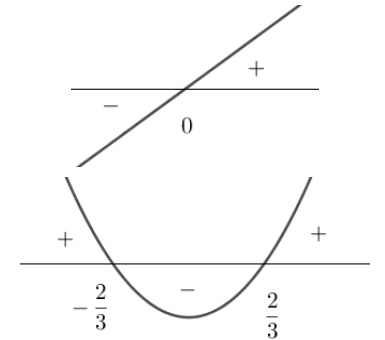
$$x = 0 \quad \text{tai} \quad 6x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{2 \cdot 6} = \frac{5 \pm 13}{12}$$

$$x = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \quad \text{tai} \quad x = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$$

Laaditaan merkkikaavio lausekkeiden x ja $6x^2 - 5x - 6$ avulla.

	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{3}{2}$	
x	-	-	+	+
$6x^2 - 5x - 6$	+	-	-	+
$x(6x^2 - 5x - 6)$	-	+	-	+



V: $6x^3 - 5x^2 - 6x < 0$, kun $x < -\frac{2}{3}$ tai $0 < x < \frac{3}{2}$.