

Neliöjuuren laskusääntöjä

- Tulon neliöjuuri

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0 \text{ ja } b \geq 0)$$

- Osamäärän neliöjuuri

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (a \geq 0 \text{ ja } b > 0)$$

Huomaa, että summaa ei voi laskea vastaavalla säännöllä!

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad \text{Esimerkiksi } \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5, \\ \text{mutta } \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7.$$

Vertaa juurten laskusääntöjä potenssin laskusääntöihin:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

ja

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},$$

mutta

$$(a + b)^n \neq a^n + b^n.$$

Yhtäläisyys johtuu siitä, että itse asiassa neliöjuurikin on potenssi:

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

(Murtoluku eksponenttina määritellään tarkemmin vasta MAA5-opintojaksolla.)

t. 173, s. 30.

a) $\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

b) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}} = \frac{2}{9}$

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{9} = 3$

d) $\sqrt{5 + 20} = \sqrt{25} = 5$

e) $\sqrt{5} + \sqrt{20} = \sqrt{5} + \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{5} + \sqrt{4}\sqrt{5}$
 $= \sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

f) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 10$

Sieventäminen tarkoittaa tässä neliöjuuren esittämistä mahdollisimman pienen neliöjuuren avulla.

Esitetään luku 28 tulona niin, että toinen tulon tekijä on neliö (eli jonkun kokonaisluvun toinen potenssi).

Tulos saadaan myös suoraan neliöjuuren määritelmästä: $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$. (Neliöjuuri on se epänegatiivinen luku, joka itsellään kerrottuna antaa tulokseksi juuren sisällä olevan luvun.)

Voidaanko $\sqrt{20}$ esittää $\sqrt{5}$ avulla?

(vrt. $x + 2x = 3x$, tai $1 \text{ €} + 2 \text{ €} = 3 \text{ €}$)

Tarkista sievennykset laskimella (SpeedCrunch): (esimerkkinä kohdat a, b ja e)

$\text{sqrt}(28)$
= 5,291 502 622 129 181 181

$2 * \text{sqrt}(7)$
= 5,291 502 622 129 181 181

$\text{sqrt}(4/81)$
= 0,222 222 222 222 222 222 22

$2/9$
= 0,222 222 222 222 222 222 22

$\text{sqrt}(5) + \text{sqrt}(20)$
= 6,708 203 932 499 369 089 23

$3\text{sqrt}(5)$
= 6,708 203 932 499 369 089 23

a) $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

b) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$

e) $\sqrt{5} + \sqrt{20} = 3\sqrt{5}$