

Logaritmi

Ratkaise

a) $3^x = 9$

$$3^x = 3^2$$

$$\rightarrow x = 2$$

b) $4^x \cdot 4^{2x} = 16$

$$4^{x+2x} = 16$$

$$4^{3x} = 4^2$$

$$\rightarrow 3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

c) $5^x = 24$

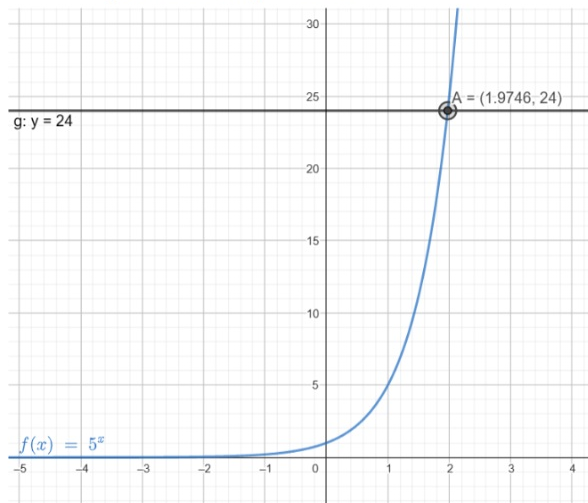
Nyt tie det ään, että $5^2 = 25$

$\rightarrow x$ on vähän alle 2

Parempi keino:

Piirretään funktio $f(x) = 5^x$ ja suora $y=24$.

Niiden lp on ratkaisu.



Paras vaihtoehto:

Otetaan käyttöön uusi laskutoiminto, joka on nimeltään logaritmi ja se kertoo eksponenttiyhtälön ratkaisun.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Tällöin $5^x = 24$

$x = \log_5 24$ Geogebraa löytyy

$$\log_5(24)$$

$$\approx \mathbf{1.9746}$$

Abicus-laskimesta ei löydy logaritmia mille tahansa kanta-luvulle.

On sovittu, että

$$\log_{10} x = \lg x$$

$$\log_2 x = \lg x \quad b=\text{binary}$$

$$\log_e x = \ln x \quad e=\text{neperin luku} \approx 2,71...$$

Abicus-laskimesta löytyy $\lg=\log$ ja $\ln$ -näppäimet

$$\log_5 24 = \frac{\ln 24}{\ln 5}$$

$$\ln(24) \div \ln(5)$$

$$\mathbf{1,97463586870616444714}$$

11.1 Merkitse ja määritä ilman laskinta luvun kaksikantainen logaritmi. Perustele päätelmäsi.



E1

a) 16

b) 8

c) 4

d) 2

$$\begin{aligned}\log_2 16 &= x \\ \Rightarrow 2^x &= 16 \\ 2^x &= 2^4 \\ \Rightarrow x &= 4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log_2 8 &= d \\ \Rightarrow 2^d &= 8 \\ 2^d &= 2^3 \\ \Rightarrow d &= 3\end{aligned}$$

11.2 Määritä logaritmin arvo ilman laskinta.



a) $\log_4 16$ b) $\log_4 \frac{1}{16}$

c) $\log_4 4$ d) $\log_4 \sqrt[3]{4}$

$$a^x = b$$

$$x = \log_a b$$

$$a) \log_4 16 = x$$

$$\Rightarrow 4^x = 16$$

$$4^x = 4^2$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$d) \log_4 \sqrt[3]{4} = x$$

$$\Rightarrow 4^x = \sqrt[3]{4}$$

$$4^x = 4^{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

11.3

E2

Kaijan laskin ei osaa laskea potenssin 9^{2021} arvoa. Selvitä logaritmin avulla, kuinka monta numeroa luvussa 9^{2021} on. Mitkä ovat luvun kolme ensimmäistä numeroa?

$$2021 \times \log(9)$$

1928,52411157687557155

$$\begin{aligned}
 X &= 9^{2021} \quad || \lg \\
 \lg X &= \lg 9^{2021} \\
 \lg X &= 2021 \cdot \lg 9 \\
 \lg X &= 1928,52\dots
 \end{aligned}$$

$$X = 10^{1928,52\dots}$$

$$X = 10^{0,52\dots} \cdot 10^{1928}$$

$$X = 10^{0,52\dots} \cdot 10^{1928}$$

$$= 3,3428\dots \cdot 10^{1928}$$

ENSIMMÄISET
NUMEROT

NOLLIEN
LKM

11.4 Selvitä logaritmin avulla, kumpi luvuista 1111^{2222} ja 2222^{1111} on suurempi.

$$x = 1111^{2222} \quad || \lg$$

$$\lg x = \lg 1111^{2222}$$

$$\lg x = 2222 \cdot \lg 1111$$

$$2222 \times \log(1111)$$

6767,57663896660784059

$$y = 2222^{1111} \quad || \lg$$

$$\lg y = \lg 2222^{1111}$$

$$\lg y = 1111 \cdot \lg 2222$$

$$1111 \times \log(2222)$$

3718,23264466598702818