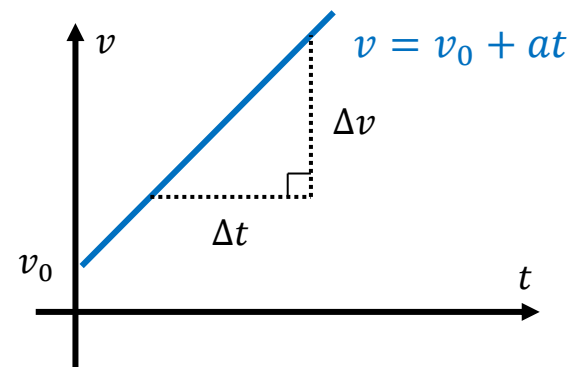


Tasaisesti kiihtyvä liike

- Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kappaleen nopeus muuttuu tietyn suuruudessa aikavälissä (Δt) aina yhtä paljon (Δv).
- Toisin sanoen, tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kiihtyvyys a on vakio.
- Koska kappaleen nopeus v muuttuu lineaarisesti (eli tasaiseen tahtiin), on tasaisesti kiihtyvän liikkeen kuvaaja (t, v) – koordinaatistossa suora $v = v_0 + at$.
- Suoran fysikaalinen kulmakerroin on kappaleen kiihtyvyys:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Kaava $v = v_0 + at$ saadaan kiihtyvyyden kaavasta $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v-v_0}{t-t_0}$ merkitsemällä $t_0 = 0$.

- Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kappaleen paikka x ajanhetkellä t on

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

- Yhtälöllä voidaan kuvata myös kuljettua matkaa s ja se kirjoitetaankin usein muodossa

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Muista, että näitä kaavoja ei voi käyttää, jos liike ei ole tasaisesti kiihtyvää!

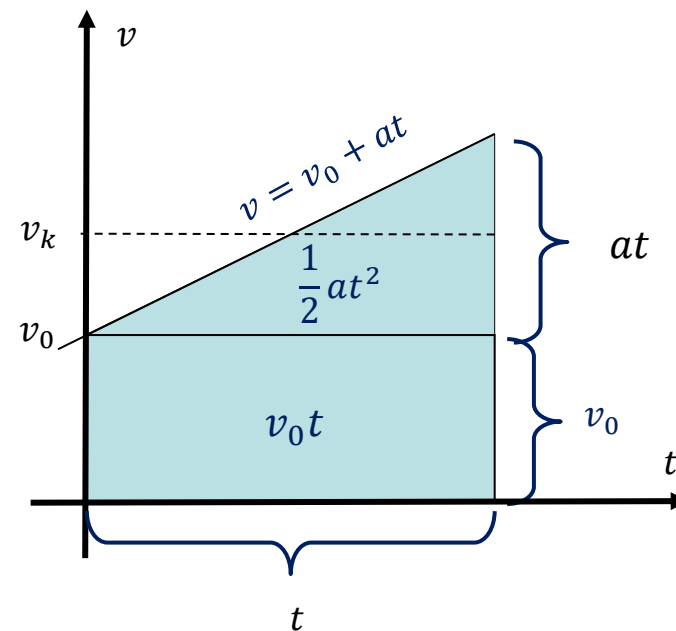
- v_0 = alkunopeus
- t = matkaan kulunut aika
- a = kappaleen kiihtyvyys (= vakio)
- Yleensä alkupaikka (paikka ajanhetkellä $t = 0$) on $x_0 = 0$ tai vastaavasti alkutilanteeseen mennessä kuljettu matka $s_0 = 0$.

- Perustellaan kaava $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ graafisesti integroimalla.

- Voitaisiin myös integroida algebrallisesti nopeuden funktiota $v(t) = v_0 + at$.
- Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä kuljettu matka saadaan puolisuunnikkaan (tai suorakulmion ja kolmion) pinta-alana.

$$s = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

"kantojen keskiarvo kertaa korkeus"



- Kuljetun matkan voi myös määrittää keskinopeuden avulla. Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä keskinopeus on alku- ja loppunopeuden keskiarvo:

$$v_k = \frac{v_0 + v}{2}$$

Tämäkään kaava ei ole yleispätevä.
Keskinopeuden voi laskea tällä tavalla
vain jos liike on tasaisesti kiihtyvää!

- Jos keskinopeus v_k on saatu selvitettyä, ajassa t kuljettu matka s voidaan aina määrittää kaavalla $s = v_k t$.

t. 3.6, s. 47

a) Keskikihtiivvyys on

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{78 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 39 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{6,4 \text{ s}} \approx 1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a := \frac{78 \cdot \text{_kph} - 39 \cdot \text{_kph}}{6.4 \cdot \text{_s}} \quad 1.69271 \cdot \frac{\text{_m}}{\text{_s}^2}$$

Huom! Nopeus pitäisi muuttaa ensin metreiksi sekunnissa, jos et käytä yksiköt muuntavaa laskinohjelmaa (TI-Nspire).

(Koska kiihdytys on tasainen, voitaisiin puhua keskikihtiivvyden a_k sijaan pelkästään kiihtiivvydestä a .)

b) Auto kulkee kiihdytyksen aikana matkan

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Tässä alkunopeus on $v_0 = 39 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $t = 6,4 \text{ s}$ ja a edellä laskettu kiihtiivvyys.

Laskinohjelmalla saadaan $s = 104 \text{ m} \approx 100 \text{ m}$.

$$v_0 := 39 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad 10.8333 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 6.4 \cdot \text{s} \quad 6.4 \cdot \text{s}$$

$$v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad 104. \cdot \text{m}$$

Tehtävän voisi laskea myös keskinopeuden v_k avulla. Keskinopeus saadaan alku- ja loppunopeuden keskiarvona, koska kiihdytys oli tasainen.

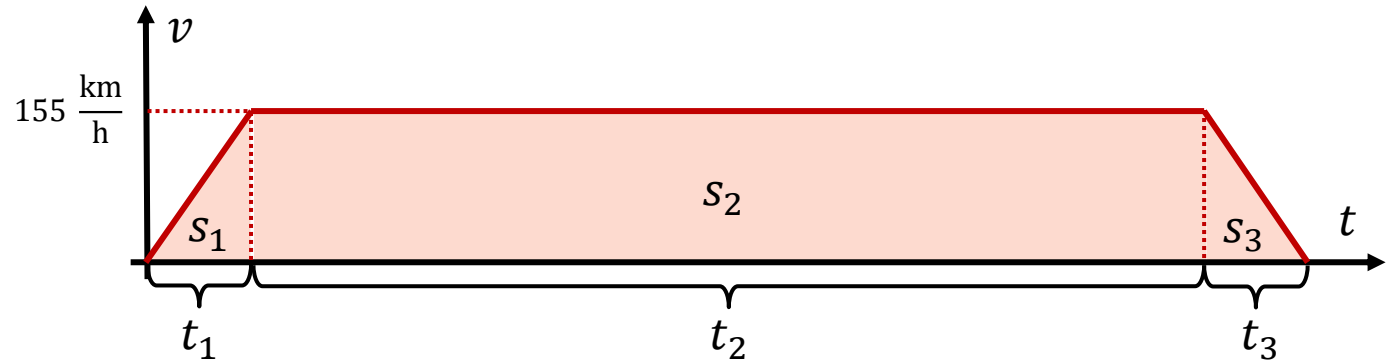
$$v_k = \frac{39 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} + 78 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \quad 16.25 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s := v_k \cdot t \quad 104. \cdot \text{m}$$

Esimerkkitehtävä:

Uutta junatyyppiä testattaessa junan kiihtyvyys ja hidastuvuus ei saa ylittää arvoa $1,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Junan nopeus ei saa olla suurempi kuin 155 km/h. Laske lyhin aika, jossa juna voi kulkea 145 kilometrin matkan lähtöasemalta pääteasemalle.

Hahmotellaan tilanne (t, v) – koordinaatistoon:



Lasketaan aika t_1 , joka junalla kuluu huippunopeuteen $v = 155 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ kiihdyttämiseen maksimikiihtyvyydellä $a = 1,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Koska liike on tasaisesti kiihtyvää, voidaan käyttää kaavaa

$$v = at_1.$$

$$v = v_0 + at$$

0

t_1

Tästä saadaan

$$t_1 = \frac{v}{a} \approx 39,14 \text{ s}$$

TI-Nspire:

$$v := 155 \cdot \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

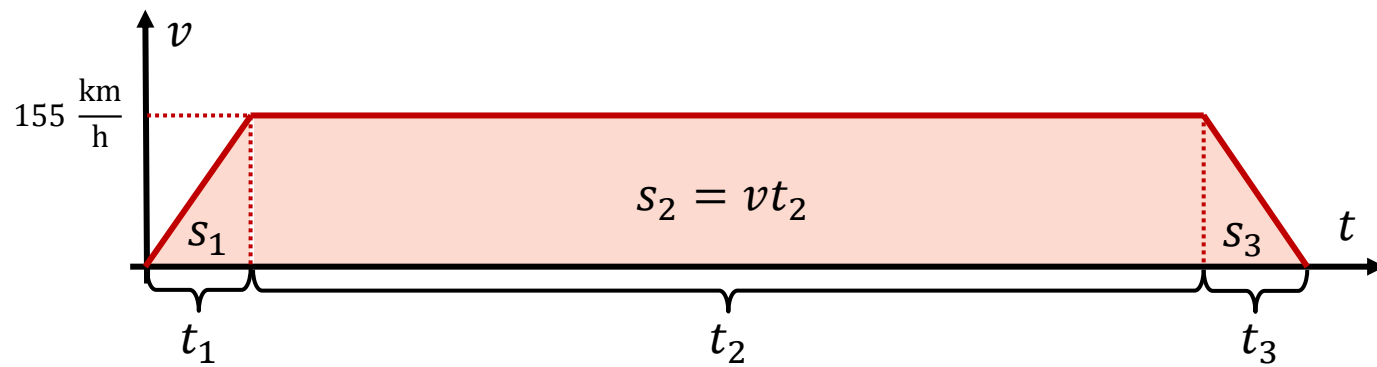
$$43.0556 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a := 1.1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$1.1 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t1 := \frac{v}{a}$$

$$39.1414 \cdot \text{s}$$



Lasketaan tasaisessa kiihdytyksessä (paikaltaan lähdettäessä) kuljettu matka:

$$s_1 = \frac{1}{2} a t_1^2.$$

$$s_1 \approx 842,6 \text{ m}$$

$$s = \underset{\substack{\uparrow \\ 0}}{v_0} t + \frac{1}{2} a \underset{\substack{\uparrow \\ t_1}}{t^2}$$

TI-Nspire:

$$s1 := \frac{1}{2} \cdot a \cdot t1^2$$

$$842.628 \cdot \text{m}$$

Kuljetun matkan voisi laskea myös keskinopeuden avulla. Tasaisesti kiihtyvässä liikkeessä keskinopeus v_k on alku- ja loppunopeuden keskiarvo:

$$v_k := \frac{0 + v}{2}$$

$$21.5278 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_k \cdot t1$$

$$842.628 \cdot \text{m}$$

Symmetrian perusteella tasaiseen jarrutukseen kuluu sama aika kuin kiihdytykseenkin. Siis $t_3 = t_1$, ja sen aikana kuljetaan sama matka $s_3 = s_1$.

Tasaisella nopeudella kuljetaan siis matka

$$s_2 = 145 \text{ km} - 2s_1 \approx 143,3 \text{ km}.$$

Huippunopeudella $v = 155 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ tähän kuluu aika

$$t_2 = \frac{s_2}{v} \approx 3329 \text{ s}.$$

Voidaan soveltaa kaavaa $s = vt$, koska tässä nopeus pysyy vakiona.

Lyhimmillään matka kestää siis ajan

$$t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2 \approx 57 \text{ min}.$$

$s_2 := 145 \cdot \text{km} - 2 \cdot s_1$	143315. · _m
--	--------------

$t_2 := \frac{s_2}{v}$	3328.6 · _s
------------------------	-------------

$2 \cdot t_1 + t_2$	3406.88 · _s
---------------------	--------------

$3406.8833496252 \cdot \text{s} \blacktriangleright \text{min}$	56.7814 · _min
---	----------------