

Vastaa viiteen tehtävään. Laita laskujen välivaiheita näkyviin. Ilmoita vastaukset tarkkoina arvoina ja radiaaneina, ellei tehtävässä muuta pyydetä.

1. a) Muunna asteiksi 8 rad.

b) Ratkaise yhtälö $\sin x = \frac{1}{2}$.

c) Ratkaise yhtälö $\sqrt{3} \sin x = \cos x$

2. Derivoi:

a) $f(x) = \sin 1x + \cos 2x + \tan 3x + 4x + 5$

b) $g(x) = \sin(\cos x)$

c) $h(x) = \frac{x-1}{\tan^2 x}$

3. Osoita, että summa $\sum_{n=3}^{19} (7n-1)$ on aritmeettinen, ja laske sen arvo.

4. Vinosti ylöspäin kulmassa α ($0..90^\circ$) heitetyn kappaleen alkunopeus v_0 voidaan jakaa x- ja y-akselien suuntaisiin komponentteihin

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

kun vastusvoimia ei oteta huomioon.

a) Sievennä edellisten yhtälöiden avulla kantaman $R = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}$ lauseke, missä $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

(vakioputoamiskiihtyvyyys). (1 p.)

b) Laske kantama metreinä, kun $\alpha = 24,5^\circ$ ja $v_0 = 13 \text{ m/s}$. (1 p.)

c) Millä α :n arvolla kappale lentää pisimmälle? Perustele derivoimalla. (4 p.)
(Vinkki: $2\cos x \sin x = \sin 2x$)

5. Lenkkeilijän 6 kuukauden (eli 26 viikon) juoksuohjelma oli seuraavanlainen: 3 samanpituista lenkkiä viikossa, lenkin pituus kasvaa viikoittain 200 metrillä ja kokonaismatkaksi pitää tulla 390 km. Jos lenkkeilijä noudattaa ohjelmaa tarkasti, kuinka pitkä on ensimmäinen lenkki ja kuinka pitkän matkan hän juoksee viimeisellä viikolla?

6. a) Jonot (x_n) ja (y_n) olkoot geometrisia lukujonoja. Näytä, että myös tulojono $(z_n) = (x_n y_n)$ on geometrinen jono. **s06:12**

b) Esitä rekursiivisen jonon 1, 2, 2, 4, 8, 32, ... n:n termin lauseke ja laske a_{10} .

7. Määritä funktion $f : f(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin^2 x$ pienin ja suurin arvo.

8. Henkilö tekee säästösuunnitelman, jonka mukaan hän tallettaa kymmenen vuoden ajan joka kuukauden 1. päivä tilille 10 euroa, aloittaen 1.1.2012. Kuinka paljon tilillä on rahaa 21.12.2022, kun tilin vuotuisen koron oletetaan pysyvän vakiona koko säästöajan? Tilin vuosikorko on 2,25 %.

(Vinkki: laske ensin ensimmäisen vuoden jälkeen tilillä oleva rahamäärä, ota niidenkin kk-talletusten erisuuruiset korot huomioon ja kasvata näitä vuotuisia talletuksia ns. korkoa korolle).