

3. POLYNOMIEN LASKUTOIMITUKSET

TEORIA

Monomi on luku, kirjain, kirjaimien tulo tai luvun ja kirjaimen tulo

Vakiotermi on monomi, jossa ei ole kirjainosaa

Monomit ovat *samanmuotoisia*, jos niillä on sama kirjainosa

Samanmuotoiset termit voidaan yhdistää yhteen- ja vähennyslaskussa

Lauseke, joka muodostuu useammasta monomista, on *polynomi*

-kaksi termiä: *binomi*

-kolme termiä: *trinomi*

Polynomin *asteluku* on sen sisältämien termien suurin potenssi

Polynomin kertominen monomilla $x(y + z) = xy + xz$

Polynomin kertominen polynomilla $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

ESIMERKIT

Esim. 1

a) $4x^3 + 5x^3 = 9x^3$

b) $4x^3 \cdot 2x^3 = 4 \cdot 2 \cdot x^3 \cdot x^3 = 8x^6$

c) $5x^3 - 6x^2 =$ ei voi sieventää

e) $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

Esim. 2

a) $(4x^2 - 3x) + (-6x^2 + 3x - 8) = 4x^2 - 3x - 6x^2 + 3x - 8$
 $= -2x^2 - 8$

b) $(6x^2 - 5x) - (4x^2 - 2x) = 6x^2 - 5x - 4x^2 + 2x = 2x^2 - 3x$

Esim. 3

a) $2x(5x - 3) = 2x \cdot 5x - 2x \cdot 3 = 10x^2 - 6x$

b) $(x - 3)(x + 8) = x^2 + 8x - 3x - 24 = x^2 + 5x - 24$

c) $6a - (a + 1)(a - 3) = 6a - (a^2 - 3a + a - 3)$
 $= 6a - (a^2 - 2a - 3) = 6a - a^2 + 2a + 3 = -a^2 + 8a + 3$

TEHTÄVÄT

1. Ilmoita polynomin $-3x^4 + 2x^3 - x + 2$
a) asteluku b) termit c) vakiotermi d) vastapolynomi
2. Järjestä polynomin termit
a) $-2 + x^4 + 2x^3 - 5x + 11x^2$ b) $1 - x^2 + x^4 - 2x^6 + x - 3x^3$
3. Sievennä
a) $4x - 6x + 9x$ b) $5a^2 + 3a - 4a^2$ c) $9x^2 - x^2 - 9$ d) $a^2 - 6a - 2a - a^2$
4. Sievennä
a) $3x \cdot 6x$ b) $5x^3 \cdot 3x^2$ c) $4a \cdot (-8a^3)$ d) $-5a^4 \cdot (-a) \cdot 6a^2$
5. Sievennä
a) $9x^2 - x^2$ b) $9x^2 \cdot (-x^2)$ c) $5a^2 \cdot 5a$ d) $5a^2 + 5a$
6. Sievennä
a) $(6a - 3) + (-4a + 3)$ b) $(8a - 5) - (7a - 6)$ c) $(-3x + 8) - (5x - 2)$
7. Sievennä
a) $(2b - 3) + (4b + 8) - (3b - 5)$ b) $12c + (3c - 1) - (3 - 5c) - (c + 6)$
c) $6d - (3d + 1) - (5d + 1)$ d) $1 - (a - (a - 1))$
8. Sievennä
a) $6(3x - 4)$ b) $-5(2x^2 + 1)$ c) $7x(-3x + 2)$ d) $-6x^2(4x^2 - 2x + 3)$
9. Muodosta ja sievennä binomien $-6a + 8$ ja $-8a - 5$
a) summa b) erotus
10. Muodosta ja sievennä polynomien $4 - x + 3x^2$ ja $2x^2 - 3 + x$
a) summa b) erotus
11. Olkoot $P(x) = -x + 2$, $Q(x) = 4x^2 + x - 3$ ja $R(x) = 10 - 9x + 7x^2$. Muodosta ja sievennä
a) $P(x) + Q(x) + R(x)$ b) $Q(x) - R(x)$ c) $5 \cdot P(x) - R(x)$
12. Sievennä
a) $(x + 5)(x + 6)$ b) $(3x - 1)(x - 4)$ c) $(4x + 1)^2$
13. Sievennä
a) $(x^2 + 2x)(x - 3)$ b) $x^2 + 2x(x - 3)$ c) $-2b(-1 - 3b - 6b^3)$
14. Sievennä
a) $(2x^2 - 3x)(-x + 4)$ b) $(3y + 2)(5y - 2)$ c) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$

15. Sievennä

a) $(2a - 3)(a^2 - 2a + 3)$

b) $(3x - 4)(2x^2 + 8x - 1)$

c) $(t^2 - 2t + 3)(2 - t)$

16. Sievennä

a) $(a^2 - 2a + 1)(a^4 - a^2 + 5)$

b) $(a - 2b)(a + 2b)(a^2 + 4b^2)$

17. Sievennä

a) $5x^2 - 6x(8x^2 - 4x)$

b) $x(x - 1)(x + 2) - (x - 3)(x - 4)$

18. Osoita oikeiksi yhtälöt

a) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

b) $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$

19. Olkoon $P(x) = 2x^2 - 6x + 2$. Määritä

a) $P(0)$

b) $P(-1)$

c) $P\left(\frac{1}{2}\right)$

d) $P(3)$

20. Olkoot $P(x) = 5x - 2$, $Q(x) = -x^2 + x + 3$ ja $R(x) = 2 + 5x$. Muodosta ja sievennä lauseke

a) $P(x) \cdot R(x)$

b) $Q(x) - P(x) \cdot R(x)$

c) $R(x) - 2x \cdot P(x)$

VASTAUKSET

1. a) 4 b) $-3x^4, 2x^3, -x, 2$ c) 2 d) $3x^4 - 2x^3 + x - 2$
2. a) $x^4 + 2x^3 + 11x^2 - 5x - 2$ b) $-2x^6 + x^4 - 3x^3 - x^2 + x + 1$
3. a) $7x$ b) $a^2 + 3a$ b) $8x^2 - 9$ d) $-8a$
4. a) $18x^2$ b) $15x^5$ c) $-32a^4$ d) $30a^7$
5. a) $8x^2$ b) $-9x^4$ c) $25a^3$ d) $5a^2 + 5a$
6. a) $2a$ b) $a + 1$ c) $-8x + 10$
7. a) $3b + 10$ b) $19c - 10$ c) $-2d - 2$ d) 0
8. a) $18x - 24$ b) $-10x^2 - 5$ c) $-21x^2 + 14x$ d) $-24x^4 + 12x^3 - 18x^2$
9. a) $-14a + 3$ b) $2a + 13$
10. a) $5x^2 + 1$ b) $x^2 - 2x + 7$
11. a) $11x^2 - 9x + 9$ b) $-3x^2 + 10x - 13$ c) $-7x^2 + 4x$
12. a) $x^2 + 11x + 30$ b) $3x^2 - 13x + 4$ c) $16x^2 + 8x + 1$
13. a) $x^3 - x^2 - 6x$ b) $3x^2 - 6x$ c) $12b^4 + 6b^2 + 2b$
14. a) $-2x^3 + 11x^2 - 12x$ b) $15y^2 + 4y - 4$ c) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
15. a) $2a^3 - 7a^2 + 12a - 9$ b) $6x^3 + 16x^2 - 35x + 4$ c) $-t^3 + 4t^2 - 7t + 6$
16. a) $a^6 - 2a^5 + 4a^3 + 4a^2 - 10a + 5$ b) $a^4 - 16b^4$
17. a) $-48x^3 + 29x^2$ b) $x^3 + 5x - 12$
- 18.
19. a) 2 b) 10 c) $-\frac{1}{2}$ d) 2
20. a) $25x^2 - 4$ b) $-26x^2 + x + 7$ c) $-10x^2 + 9x + 2$