

MA8

Hyödyllisiä toimintoja Casio Classpadilla ja Geogebrailla

Lausekkeet, yhtälöt ja epäyhtälöt

Casio Classpad

Lauseketta ei tarvitse kirjoittaa aina uudelleen, kun sen määrittelee ensin funktioksi **Define**-komennolla:

Define	$f(x) = \frac{x}{2x-6} + \frac{3}{x+1}$	
		done
simplify	$(f(x))$	
		$\frac{(x+9) \cdot (x-2)}{2 \cdot (x+1) \cdot (x-3)}$
jne.		

Tällöin myös funktion arvojen laskeminen onnistuu helposti:

f(4)	
	$\frac{13}{5}$

Yhtälöiden ja epäyhtälöiden ratkaiseminen menee kuten ennenkin, eli **solve**-toiminnolla:

solve	$(\frac{x}{2x-6} + \frac{3}{x+1} = 0, x)$	
		$\{x=-9, x=2\}$
solve	$(\frac{x}{2x-6} + \frac{3}{x+1} \geq 0, x)$	
		$\{x \leq -9, -1 < x \leq 2, 3 < x\}$

Tai jos funktio on jo määritelty:

solve	$(f(x)=3, x)$	
		$\left\{x=0, x=\frac{19}{5}\right\}$

Geogebra

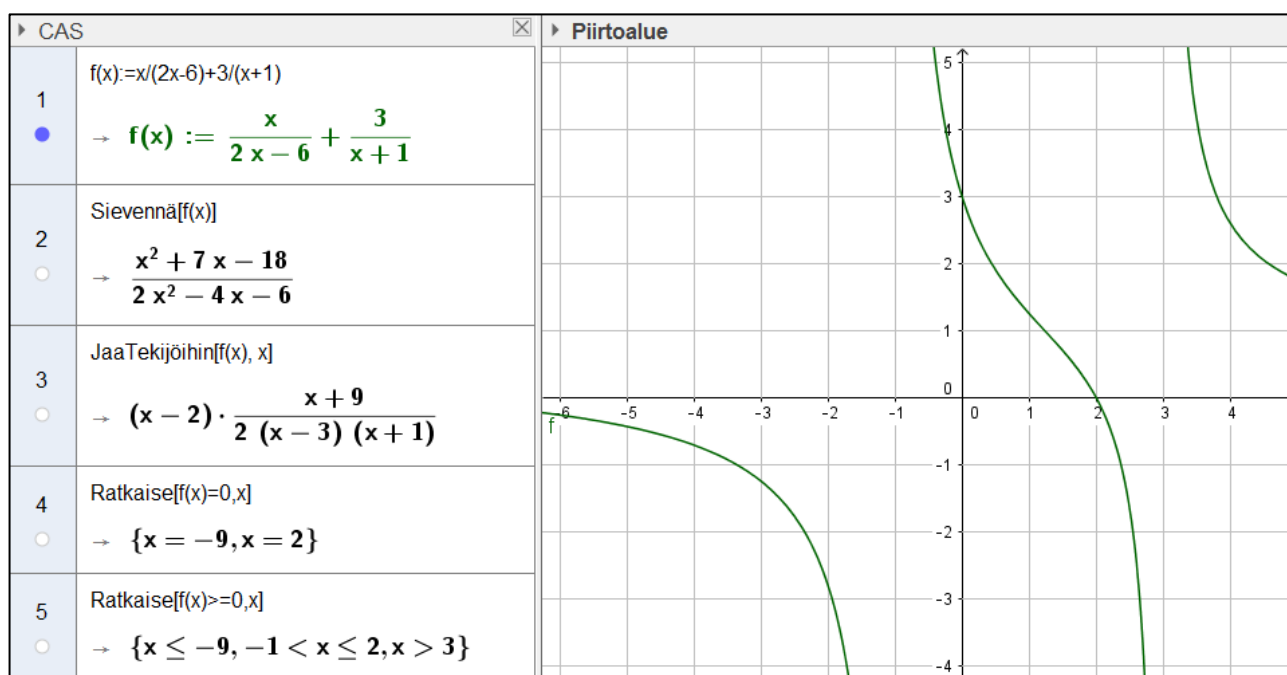
Geogebraalla funktion määritteleminen, sieventäminen ja yhtälönratkaisu onnistuu avaamalla CAS-tila (**Näytä/CAS**).

Funktion voi määritellä := -merkillä:

1 ●	$f(x) := x/(2x-6) + 3/(x+1)$ $\rightarrow f(x) := \frac{x}{2x-6} + \frac{3}{x+1}$
--------	--

Tällöin se piirretään automaattisesti piirtoalueeseen (mikäli se on näkyvissä). Tarvittaessa voit avata piirtoalueen kohdasta **Näytä/Piirtoalue**.

Yhtälön ratkaiseminen onnistuu **Ratkaise**-komennolla:



Derivaatta

Casio Classpad

Classpadilla derivointi onnistuu **Mat. 2** -välilehden painikkeilla.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2x^2}{x-1} \right)$$

$$\frac{2 \cdot x^2 - 4 \cdot x}{(x-1)^2}$$

Mat.1	Line	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	π	$\Rightarrow$
Mat.2	$\square^\square$	$e^\square$	ln	i	∞
Mat.3	$ \square $	$\frac{d}{d\square}\square$	$\frac{d^\square}{d\square}\square$	$\int_\square^\square$	lim $\frac{\square}{\square}$
Trig	$[\square\square]$	$[\frac{\square}{\square}]$	$[\frac{\square^\square}{\square}]$	$\sum_\square^\square$	$\prod_\square^\square$
Var	sin	cos	tan	θ	t
abc					

Viivan alle syötetään muuttuja, jonka suhteen derivoidaan. Sulkeisiin syötetään derivoitava lauseke.

Korkeamman kertaluvun derivaatat saadaan myös helposti:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{2x^2}{x-1} \right)$$

$$\frac{4}{(x-1)^3}$$

Mat.1	Line	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	π	$\Rightarrow$
Mat.2	$\square^\square$	$e^\square$	ln	i	∞
Mat.3	$ \square $	$\frac{d}{d\square}\square$	$\frac{d^\square}{d\square}\square$	$\int_\square^\square$	lim $\frac{\square}{\square}$
Trig	$[\square\square]$	$[\frac{\square}{\square}]$	$[\frac{\square^\square}{\square}]$	$\sum_\square^\square$	$\prod_\square^\square$
Var	sin	cos	tan	θ	t
abc					

Yläindeksiin syötetään tieto siitä, minkä kertaluvun derivaatta halutaan laskea.

Myös **Define**-komento toimii derivaatan laskemisen kanssa:

Define f(x) = 2x³-2x

done

$$\frac{d}{dx} (f(x))$$

$$6 \cdot x^2 - 2$$

Usein on kätevää määritellä myös derivaatafunktiio **Define**-komennolla. Tällöin derivaatan arvojen laskeminen on helppoa:

Define f(x) = 2x³-2x

done

Define g(x) = $\frac{d}{dx} (f(x))$

done

g(2)

22

g(0)

-2

Derivointi onnistuu myös **diff**-komennolla (**Toiminto/Laskenta/diff** tai **Interakt/Laskenta/diff**):

Derivointi-valinnalla lasketaan derivaattafunktio

Deriv. pisteessä laskee derivaatan arvon halutussa kohdassa

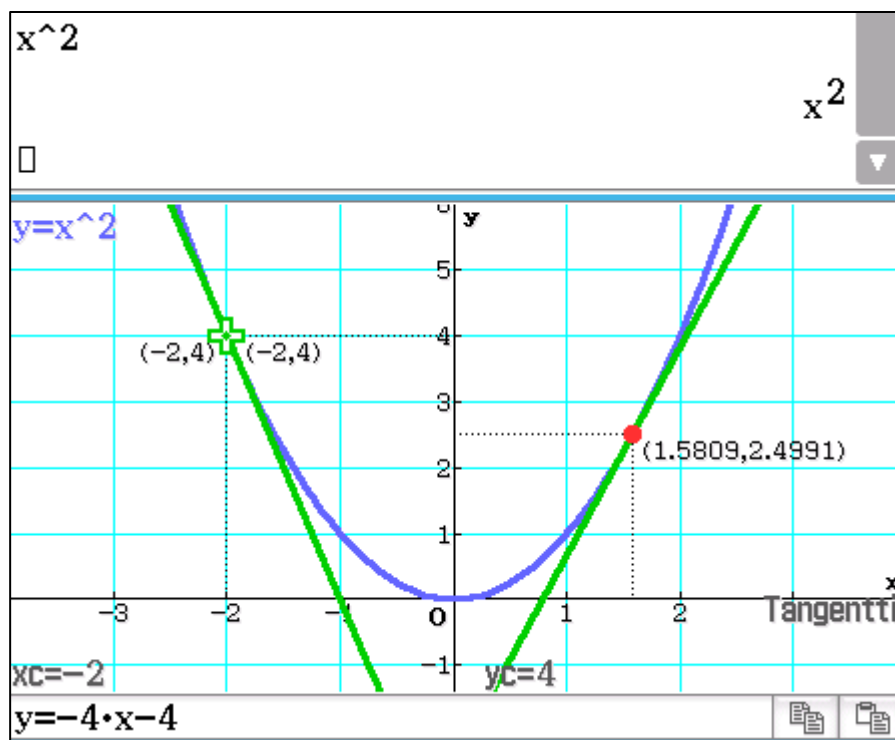
- **Lauseke** – Derivoitava lauseke
- **Muuttuja** – Muuttuja, jonka suhteen derivoidaan
- **Järjest** – Minkä kertaluvun derivaatta halutaan laskea (1 tarkoittaa normaalia derivaattaa)
- **Arvo** – Kohta, jossa derivaatan arvo halutaan laskea (vain, jos lasketaan Deriv. pisteessä)

Graafisesti derivaatan voi määrittää tietoenkin tangentin avulla. Kirjoitetaan haluttu funktio pääsovellukseen ja piirretään sen kuvaaja. Valitaan kuvaaja-alue aktiiviseksi ja etsitään valikosta kohta

Analyysi/Luonn./Tangentti.

Tangenttia voidaan kuljettaa kuvaajalla nuolinäppäimillä. Enter-painikkeella tangentti piirretään pysyvästi näkyviin ja tangentin yhtälö tulee näkyviin näytön alareunaan.

Mikäli tangentti halutaan piirtää tiettyyn x-akselin kohtaan, kirjoitetaan haluttu kohta näppäimistöltä (ei tarvitse klikata hiirellä mistään). Kun lukua aletaan kirjoittaamaan, aukeaa syöttöikkuna, johon luku syötetään. Esimerkiksi kirjoittamalla luku -2 tangentti hyppää kuvaajalle kohtaan $x = -2$. Painamalla Enter nähdään kohtaan $x = -2$ piirretyn tangentin yhtälö.



Geogebra

Geogebraalla derivointi onnistuu **Derivaatta**-komennolla:

1	Derivaatta((x^2-2)/(x+1))
•	$\rightarrow \frac{-x^2 + 2x(x+1) + 2}{(x+1)^2}$
2	f(x):=2x^3-3x^2
•	$\rightarrow f(x) := 2x^3 - 3x^2$
3	Derivaatta(f(x))
•	$\rightarrow 6x^2 - 6x$
4	Derivaatta(f(x), x)
•	$\rightarrow 6x^2 - 6x$
5	Derivaatta(f(x), x, 2)
•	$\rightarrow 12x - 6$

Derivaatta voidaan laskea antamalla suoraan derivoitava lauseke

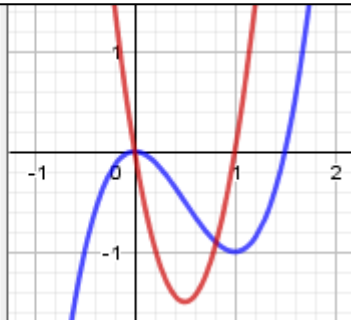
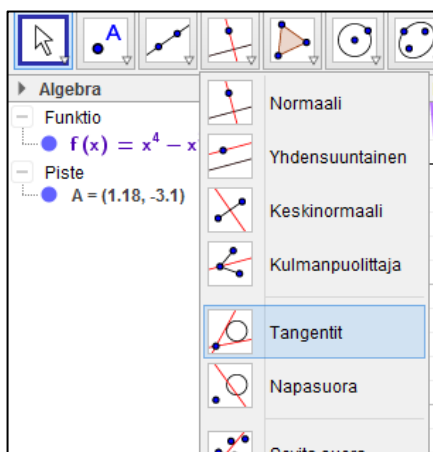
tai määrittelemällä ensin derivoitava funktio

Komennolle voidaan antaa muuttuja, jonka suhteen derivoidaan (tämä on tarpeen, jos lauseke sisältää parametreja)

Muiden kertalukujen derivaatat voidaan laskea syöttämällä kertaluvun numero

Geogebraakin voidaan nimetä derivaattafunktio erikseen:

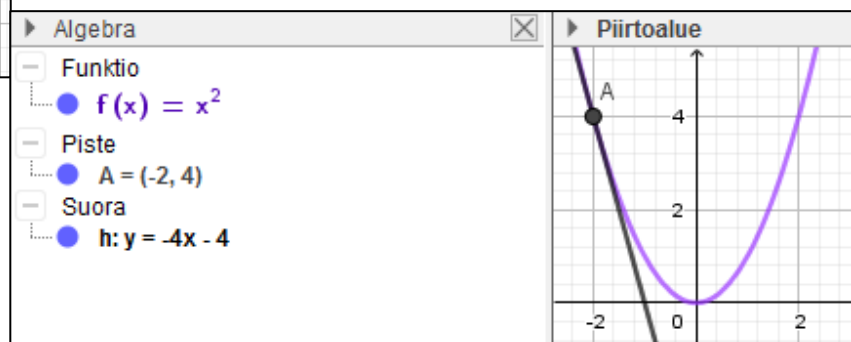
2	f(x):=2x^3-3x^2
•	$\rightarrow f(x) := 2x^3 - 3x^2$
3	Df(x):=Derivaatta(f(x), x)
•	$\rightarrow Df(x) := 6x^2 - 6x$

Graafisesti derivaatan voi selvittää **Tangentit**-työkalulla.

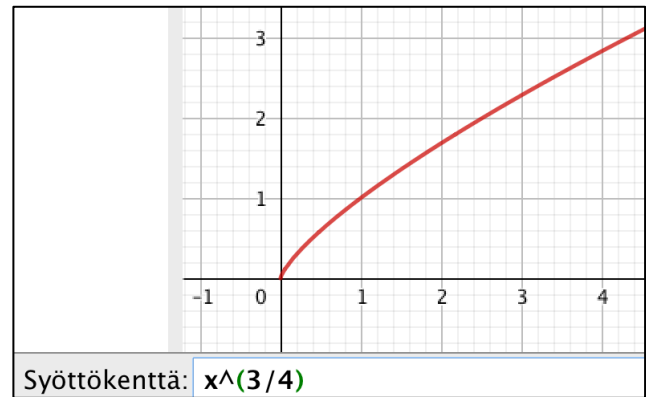
Piirretään funktion kuvaaja ja lisätään kuvaajalle piste haluttuun kohtaan (hiirellä klikkaamalla tai syöttökentän avulla). Valitaan tangenttityökalu ja klikataan funktion kuvaajaa ja tämän jälkeen kuvaajalla olevaa pistettä. Tangentti ilmestyy näkyviin ja sen yhtälön voi lukea Algebra-ikkunasta.

Mikäli tangentin yhtälö ei ole ratkaistussa muodossa, voi yhtälön esitystapaa muuttaa klikkaamalla yhtälöä hiiren oikealla painikkeella.

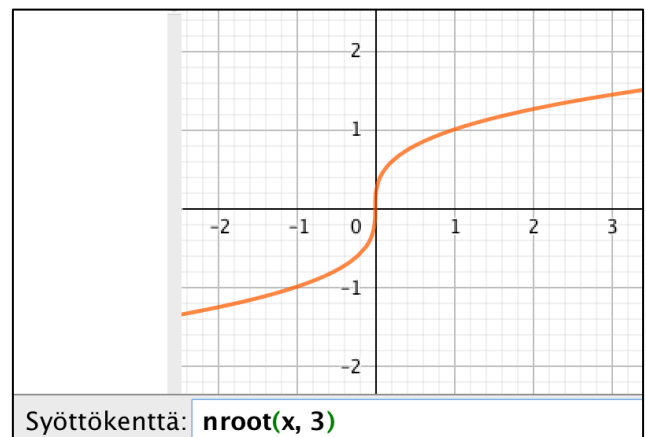


MA8-kurssin funktioita (ja muitakin) Geogebraalla

Murtopotenssi syötetään normaalisti ^ -merkin avulla. **Muista merkitä sulkeet potenssin ympärille!**

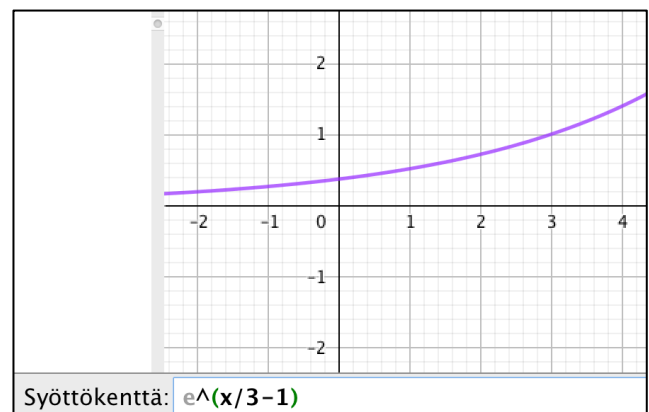


Juurifunktio syötetään nroot-komennolla.
Esimerkiksi lauseke $\sqrt[4]{2x-1}$ syötetään komennolla
nroot(2x-1, 4)



Eksponenttifunktio syötetään ^ -merkin avulla.
Geogebra tunnistaa e-kirjaimen aina Neperin luvuksi
(Toisin kuin Classpad, jossa Neperin luku on
syötettävä laskimen omasta painikkeesta).

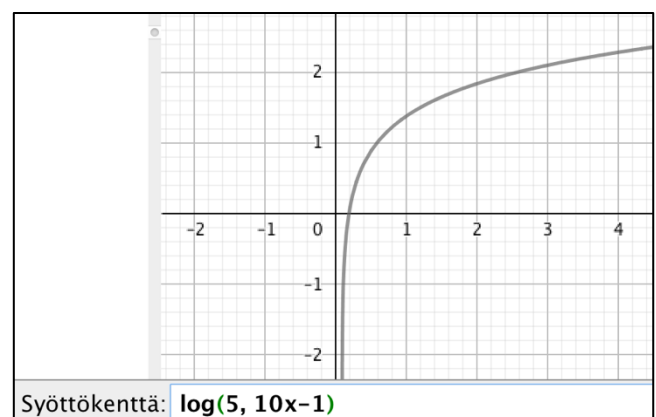
Muista käyttää sulkeita eksponentissa!



Logaritmifunktio syötetään log-komennolla.
Esimerkiksi lauseke $\log_5 10x - 1$ syötetään
komennolla log(5, 10x-1). Komennossa
annetaan siis ensin kantaluku ja pilkun jälkeen
logaritmin sisälle tuleva lauseke.

e-kantainen logaritmi voidaan syöttää pelkällä
log-komennolla (ilman kantalukua), esim. log(x)

Näiden lisäksi Geogebra on omat komentonsa
logaritmeille, joiden kantaluku on 10 tai 2
(log10(x) ja log2(x)).



Itseisarvofunktio syötetään abs-komennolla,
esimekiksi lauseke $|1 - x^2|$ syötetään komennolla
`abs (1-x^2)`

