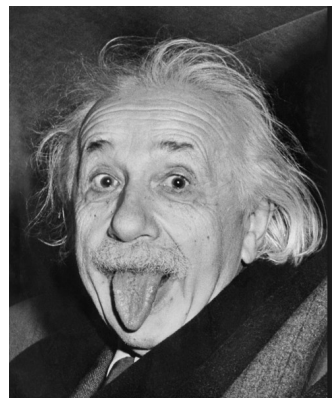
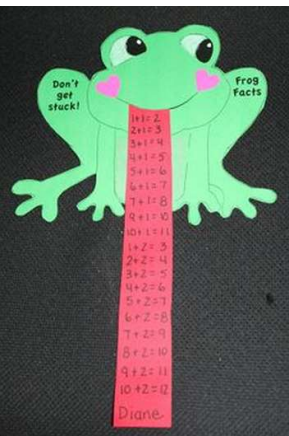


Oppilas selittää toiselle, mikä x on eräissä tehtävissä:
No kato, tässä se, x on se niinku kuinka monta kuka käyttää sitä, niin monta se tarvii siihen. Se on x on niinku se määrä mitä se tarvii siihen. ... Eka sillein seittemän palaa plus x kertaa kuus, koska aina lisätään kuus palaa yhteensä ja se x on niin paljon kuin niitä tarvitaan... kuinka monta tarvitaan kuvioita... Montaa kuvioo tarvitaan, niin se x kuvaa sitä.
(Hiltunen & Hähkiöniemi, 2015)

Kielitietoinen matematiikan opetus

POMM1002 Johdanto monialaisiin opintoihin
Syksy 2022

Markus Hähkiöniemi
Merja Kauppinen



Näkökulmia kielitietoiseen matematiikan oppimiseen

Kielitietoinen opettaja havainnoi kieltä ja kielenkäyttöä oppijoilla eri tilanteissa sekä tukee kielellisten ja sisältötaitojen kehittymistä limittäin.

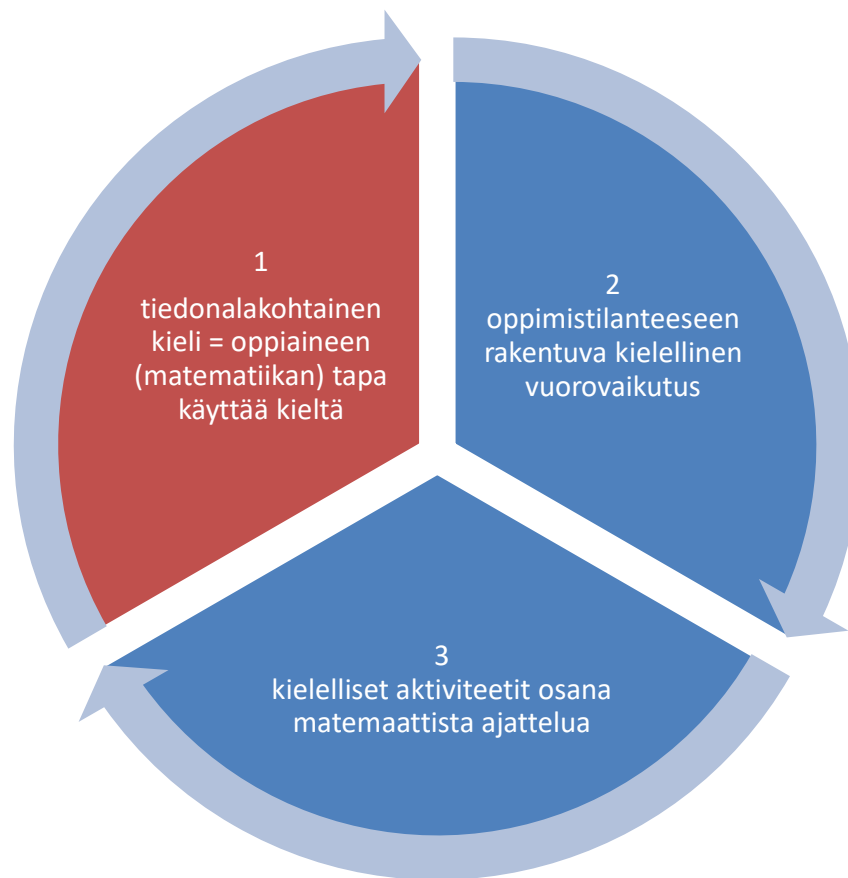
(<https://monikielisenoppijanmatkassa.fi/kielitietoinen-opetus/>)

→ **Opettajan pedagoginen osaaminen**, mm.

oppimisprosessien hallinta, vuorovaikutusosaaminen (tilanteinen oppiminen), oppimisen tuki.



1 Näkökulmia kielitietoiseen matematiikan oppimiseen

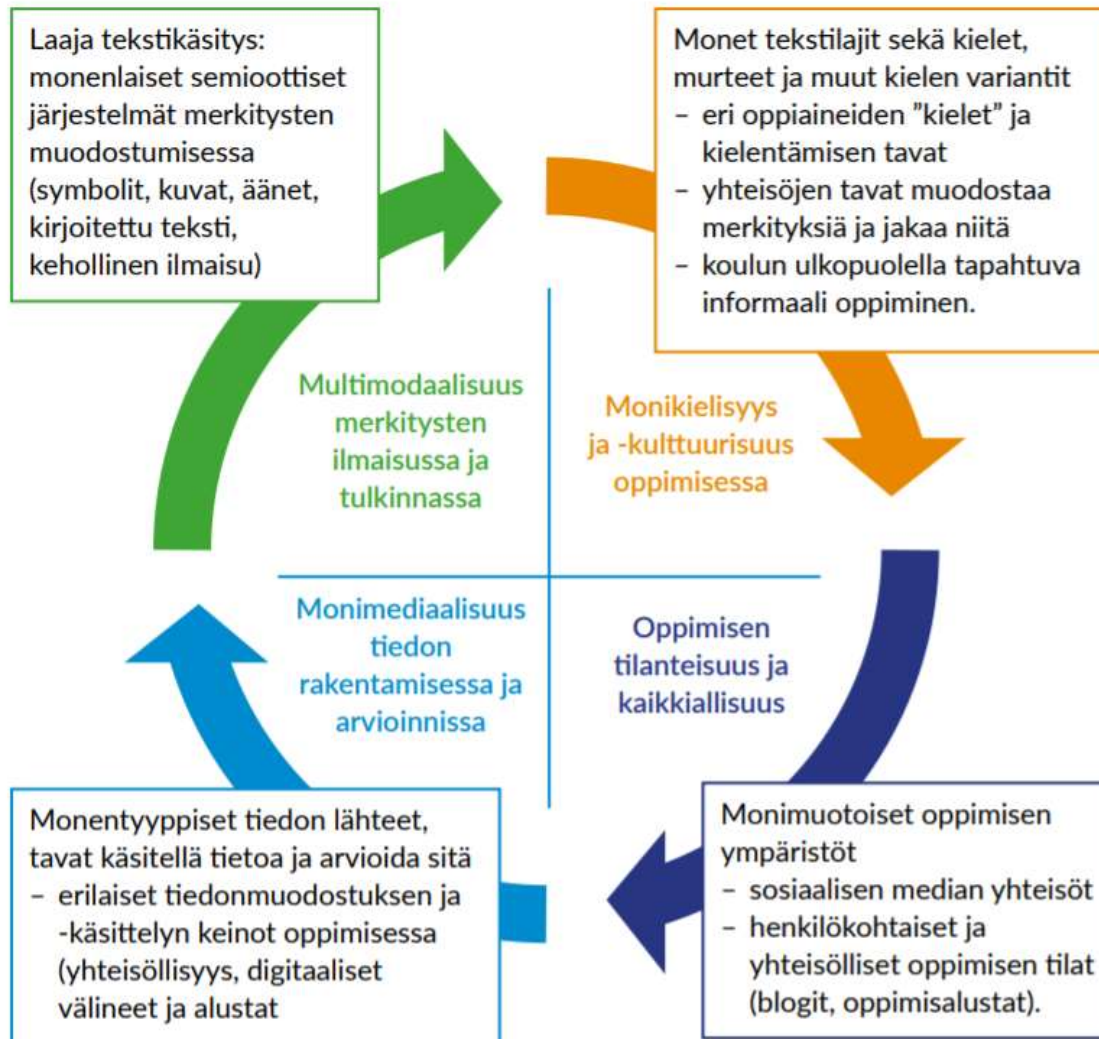


1 Tiedonalakohtainen kieli = matematiikan tapa käyttää kieltä

- Päättelyn kielentäminen (jos ... niin) ja perusteleminen
- Käsitteet ja niiden määrittely
- Symbolien, kuvien, taulukoiden jne. käyttäminen
- Tarkkuus
- Abstraktius

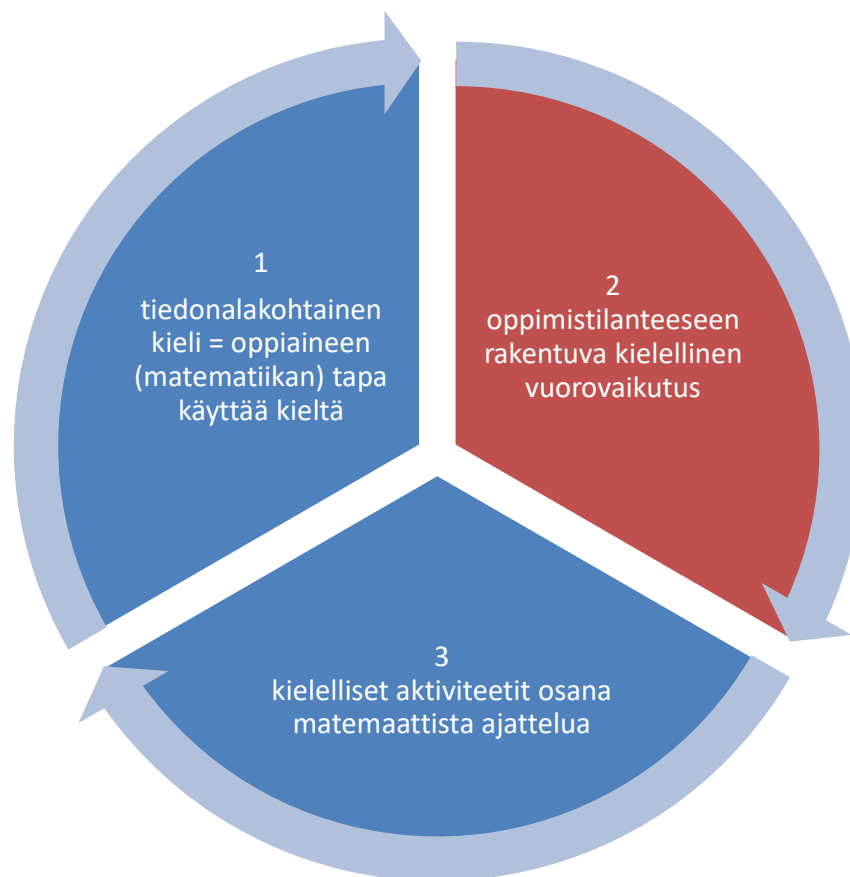
→ vrt. monilukutaito POPS 2014:ssä (seuraava dia)

KUVIO 2. Monilukutaito oppimisessa ja opiskelussa



https://kopiraittila.fi/wp-content/uploads/2017/02/Pedagoginen_opas_Kopios-to.pdf

2 Näkökulmia kielitietoiseen matematiikan oppimiseen



2 Oppimistilanteeseen rakentuva kielellinen vuorovaikutus

- tavoitteena matemaattisen ajattelun (päättelyn) näkyväksi tekeminen sekä sen tukeminen ja rikastaminen
- keinoina luokkahuonepuhe, oppijan selostaminen, vertaisvuorovaikutus,
- oppilaan oman ajattelun kulku vuorovaikutustilanteessa näkyväksi tekstityyppien tunnistamisella:
 - Kertova – kuvaileva – selostava – argumentoiva teksti = oppilaan vastaus, parin/ryhmän dialogi, stillkuva jne.:
 - Tekstityypit ovat kerrostuneita eli rakentuvat toistensa pohjalta (esim. selostava teksti sisältää kuvailevia osuuksia): Miten kuljetat oppijaa kohti kompleksisempaa tekstinmuodostusta eli vaativampaa ajattelun tasoa (ks. Bloomin taksonomia)?

Tekstityyppien jaottelua

(ks. esim. Werlich 1983; Cope & Kalantzis 1993; Luukka 2003; Rose 2008)

KERTOAVAT	KUVAAVAT	SELITTÄVÄT	PERUSTELEVAT	OHJAAVAT
Miten asia, ilmiö tai tapahtuma eteni? Tapahtumasarja esiin, toiminnan selostaminen Temporaaliset ja kausaaliset suhteet	Millainen jokin asia, ilmiö tai tapahtuma on? Tilanteiden, tapahtumien ja ilmiöiden kuvailua havainnollisesti	Miten ja miksi jotakin on ja tapahtuu? Syyt ja seuraukset esiin, kausaaliset suhteet Erittelyä: erot, yhtäläisyydet esiin	Miksi jokin on jollakin tavalla? Miltä se näyttäytyy eri kannoilta katsottuna? Tuoda esiin näkemys sekä perustella se tai tuoda esiin useita näkökantoja	Miten asia, ilmiö tai tapahtuma olisi suoritettava? Vaiheittaisuus, ohjailevat ja tähdentävät ilmaukset

3 Näkökulmia kielitietoiseen matematiikan oppimiseen



3 Kielelliset aktiviteetit osana matemaattista ajattelua

- Matematiikkapuhe (POMM-MA-demoilla)
 - Yhteistoiminnallinen ongelmanratkaisu, esim. Hähkiöniemi, Kauppinen & Tarnanen (2020)
<https://jyx.jyu.fi/handle/123456789/68034>
 - Toimintavälineiden käyttö
 - Sanalliset tehtävät
 - Matematiikkapelit (POMM-MA-demoilla)
 - Tarinallistaminen ajattelun inspiroijana ja ilmaisussa; eri keinoja:
 - Fantasiakirjallisuus: johdattaa pohtimaan mahdollisia maailmoja ja ongelmanratkaisua niissä, vallitsee oma logiikkansa (vaikuttavat tekijät, syy-seuraus-suhteet ym.)
 - Matematiikkatarinat, matematiikkalasisit; <https://matikkatarinat.fi/>
 - Draama, roolipelit; mukana – ulkopuolella, ehdollisuus ja ehtojen täytyminen
- Asioiden väliset suhteet & matemaattiseen ajatteluun kiinnittyvän toiminnan näkyväksi tekeminen
- Kaikki muutkin aktiviteetit.
 - Esim. kuvasta lukumäärien tai laskujen havaitseminen.
 - Myös yksilöllinen tehtävien tekeminen kirjasta.

Esimerkkejä matematiikkatarinoista:

Mari Mörö, *Ihan sopiva maailma*

- Kuvakirjassa Vähky-hahmo mittaa kaikkea: ”Vähky mittasi askeleensa postilaatikolle. Lehti ja kirje saivat Vähkyn pähkäilemään, mitä niistä piti mitata.”
- Vähky on tottunut mittailemaan maailmaa, sillä niin hän saa kaiken järjestykseen. Mutta mikä se sellainen maailma on, jota kaiken aikaa pitää mitailla? Vähky oppii, että puu on puu ja pilvet pilviä ilman, että hän tietää niiden määrän.

Brenda Williams, *Oikea prinsessa: matemaaginen tarina*

<https://www.finna.fi/Record/lukki.133160>

Jukka Laajarinne & Martti Ruokonen, *Madonluvut: matemaattisia (seikkailuja) sekoiluja* <https://www.goodreads.com/fi/book/show/23278167-madonluvut>

- Madonlukuissa ratkotaan matemaattisia pähkinöitä vauhdikkaiden ja humorististen kertomusten lomassa. Niissä seurataan muun muassa barbaari Rakelin, vuorten viisaan Tarha-Kustaan ja monen muun erikoisen hahmon seikkailuja - sekä ratkotaan kolmeen eri vaikeustasoon jaettuun laskutehtäviin.



Pedagogiset ideat matematiikkatarinoissa:

- Matemaattiset käsitteet elollistetaan, jolloin hahmojen kanssa on helppo ystävystyä ja samastua niihin.
- Tarinan kiinnostavuus ja oppimisilmapiiri; huumoria mukana.
- Tarinaan sisältyy matemaattista ongelmanratkaisua, kuvituksessa vihjeitä.
- Laskutoimitusten mallintaminen osana tarinaa.

Ks. lisää Aerila & Kauppinen 2021, *Kirjasta kaveri*

Esimerkkejä kielitietoisuudesta
matematiikan oppimisessa

Ennakkotehtävä:

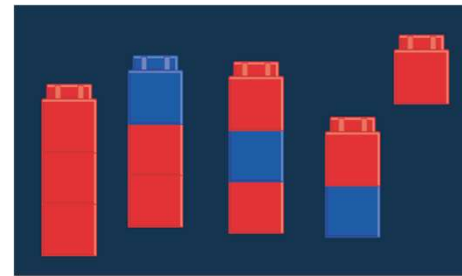
Palikkatornien rakentaminen

- Tee seuraava oppilastehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Kuinka monta erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
 - Halutessasi voit käyttää palikoita täällä:
<https://www.didax.com/apps/unifix/>
- Katso sitten video, jossa Stephanie selittää, mistä hän tietää huomioineensa kaikki vaihtoehdot (4. luokka)
 - Katso videolta 47:00–50:40, 51:10–52:03, (& 53:06-54:30)
<https://lweb.cfa.harvard.edu/smgdvl/pmt/videos/pmt2.mp4>

Multimodaalisuus matematiikassa

Esimerkki 1

- Ennakkotehtävä:
 - Konkreettiset palikat
 - Diagrammit
 - Luonnollinen kieli
- Monimediainen merkityksenanto



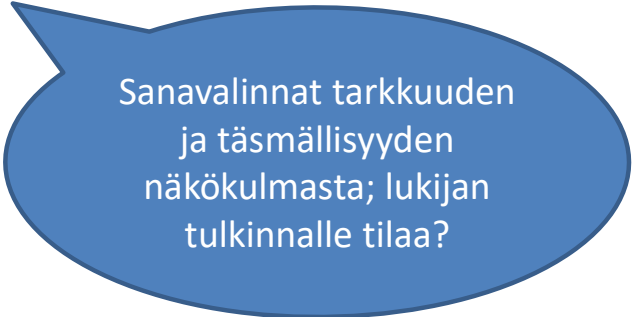
R	B	R	R	B	R	B	B	
R	R	B	R	B	B	B	R	
R	R	R	B	R	B	B	B	

Luetun ymmärtäminen, esimerkki 2a

- Ennakkotehtävä:
Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Kuinka monta erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
 - Pohdinta ryhmissä (5 min)
 - Miten luetun ymmärtäminen näyttäytyy ennakkotehtävässä?

Luetun ymmärtäminen, esimerkki 2a

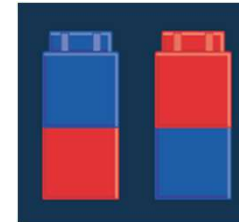
- Ennakkotehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
 - Tehtävässä on paljon yksinkertaistuksia
 - palikoita on paljon = teoreettisesti palikoita on rajattomasti
 - käytössä sinisiä ja punaisia = jokainen palikka on joko sininen tai punainen
 - tornien erilaisuus = värit ovat eri järjestyksessä
 - montako erilaista voit tehdä = montako erilaista on teoreettisesti olemassa



Sanavalinnat tarkkuuden ja täsmällisyyden näkökulmasta; lukijan tulkinnalle tilaa?

Luetun ymmärtäminen, esimerkki 2a

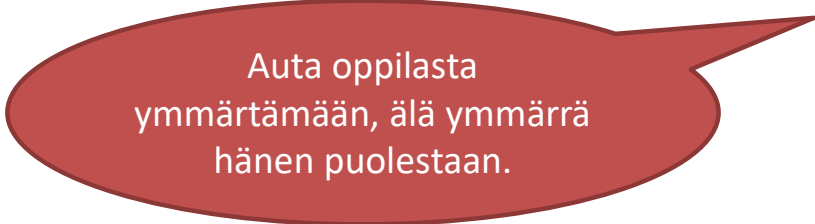
- Ennakkotehtävä: Sinulla on käytössä sinisiä ja punaisia palikoita. Montako erilaista kolmen palikan tornia voit tehdä?
 - Opettaja voi konkretisoida lisää
 - palikoita on paljon
 - iso laatikollinen, riittää varmasti, lainataan lisää, jos loppuu
 - käytössä sinisiä ja punaisia
 - ”onko pakko olla kumpaakin väriä”
 - tornien erilaisuus
 - näyttävät erilaisilta, ”nämä ovat erilaiset”
 - montako erilaista voit tehdä
 - rakentaminen



Luetun ymmärtäminen, esimerkki 2b

Ongelmanratkaisu luetun ymmärtämisenä → ongelman hahmottaminen:

- Tietojen poiminen.
- Mitä kysytään?
- Mitä tiedetään?
- Millaisia rajoitteita on annettu?



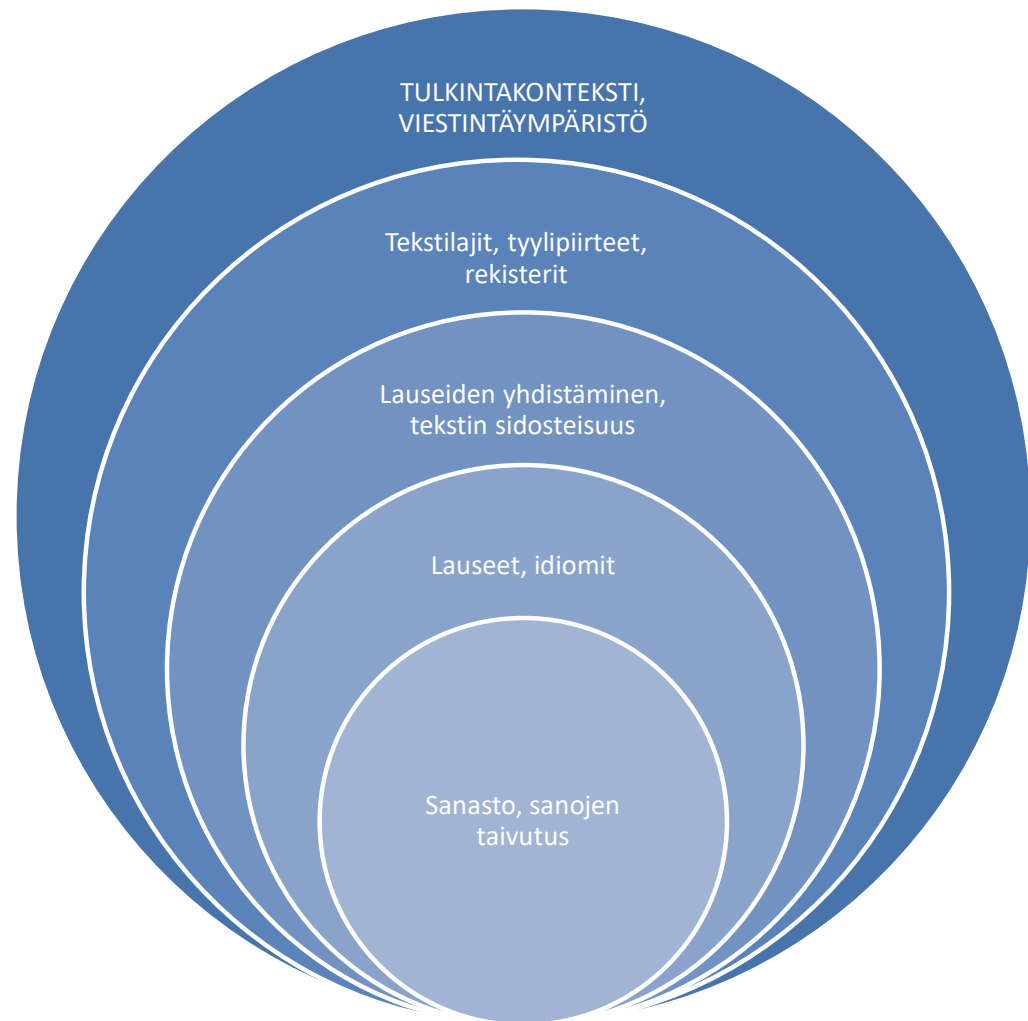
Auta oppilasta ymmärtämään, älä ymmärrä hänen puolestaan.

Vertaa kielen eri tasoihin:

1. tulkintakontekstin ymmärtäminen
2. sanaston tunnistaminen
3. suhteiden ilmaisu, vertailu; partikkelit ym.
4. tehtävään sisältyvät toimintaa ilmaisevat verbit.

Kielen tasot luetun ymmärtämisessä

Kettu ja susi jakoivat keskenään 60 cm pitkän meetvurstipalan. Viekas kettu otti itselleen kolme kertaa niin pitkän palan meetvurstia kuin susi sai. Paljonko kettu sai? Entä susi?



Sanalliset tehtävät

Millaista matemaattista osaamista? Pitäisikö tehtävänannon perusteella tietää jotain, soveltaa jotakin, vai jopa osata perustella jotakin?

Tarkkuuden ja suhteen ilmaisut.

Roope jakoi 12 karkkia Annan kanssa siten, että hän itse sai kolminkertaisen määrän Annaan verrattuna. Kuinka monta karkkia Roope sai?



Autenttisuutta lisääviä mutta olennaisen löytämistä vaikeuttavat seurojen, yritysten ja henkilöiden nimet.

Auta oppilasta ymmärtämään, älä ymmärrä hänen puolestaan.

Perusopetuksessa lukutaito on monien tutkimuksien mukaan suoraan yhteydessä kykyyn ratkaista matematiikan sanallisia tehtäviä (esim. Vilenius-Tuohimaa, Aunola & Nurmi 2007).

Tekstityypit, esimerkki 3a

Minkätyyppistä tekstiä Esko (2. lk) tuottaa?

35 Esko: =että niin siitä sais semmosen tuuletuskonneen
36 että o- että ku sais tuuletus- ku ottais ne renkaat ja
37 vaan ne ja ne jutut jotka siinä pyörii ja se auton
38 moottori niin sais ne renkaat pyörin ja ottais ja
39 laittais sen renkaan tilalle semmosen ropellin niin sais
40 tuuletuskonneen ja sitte jos niitä ovi- ovia laittais
41 niin ois hyvä tuulimylly siinä

”uusi käyttötarkoitus autolle”, Esko, 2. lk.
(Minna Säaskilahti 2012)



Kielelliset vihjeet, jotka kertovat siirtymästä oppilaan ajattelussa kerronnasta kausaaliseen?

Suhteet ja niiden ilmaiseminen kielellisesti:
Konjunktiot , konnektorit ja lausetajun kehittäminen:
aikaa, paikkaa, tapaa, syytä, seurausta, keinoa
ilmaisevat sanat ja rakenteet.

Tekstityypit – Esimerkki 3b

Minkä tyyppistä tekstiä Stefanie tuotti ennakkotehtävän videoilla?

First you have without any blues. Red, red, red.

R
R
R

Then you have one blue. Blue, red red . Red, blue, red or red, red, blue. There's no more of these because if you go down another one, you have to have another block on the bottom.

B	R	R
R	B	R
R	R	B

Then you have exactly two blue ... You can put blue, blue, red. You can but red, blue and blue. ... I'm doing it so that they are stuck together.

B	R
B	B
R	B

Then we have three blues which you can only make one of.
Then you want tow blues stuck apart. ... Blue, red, blue.

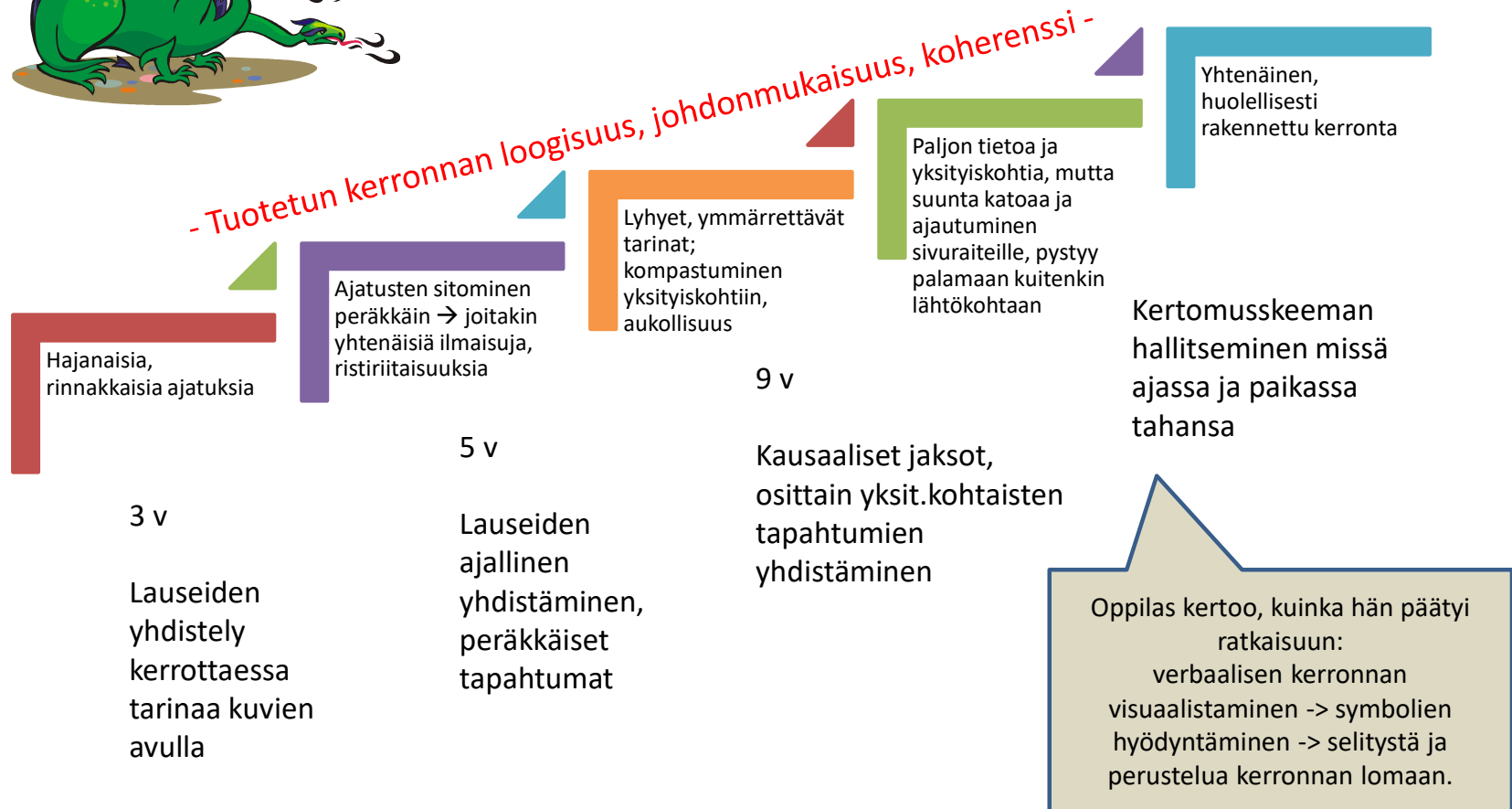
B	B
B	R
B	B

Tekstityypit ja -lajit, esimerkki 3b

- Stefanie suosii argumentoivaa ilmaisua
 - tarkentaen matematiikkaan: perustelu / todistus
- Matemaattinen perustelu = oma tekstilajinsa, jonka oppiminen ei ole yksinkertaista
 - Esim. tornien lukumäärä on $2 \cdot 3$ (värit \cdot korkeus)
 - Esim. ”ei löytynyt enempää”, ”muillakin on 8”, ”olin huolellinen”
- Vertaa muuhun tekstityyppiin kuin argumentoivaan (vrt. ajattelun tasot)
 - Kuvaileva: Tässä on viiva alaspäin ja tässä on sen vastakohta.
 - Selostava: Ensin rakensin nämä, sitten nämä ...
- Suhdeilmaukset kielessä ja lausetajun kehittäminen: aikaa, paikkaa, tapaa, syytä, seurausta, keinoa ilmaisevat sanat ja rakenteet

Lasten tarinat kognitiivisen kehityksen kannalta

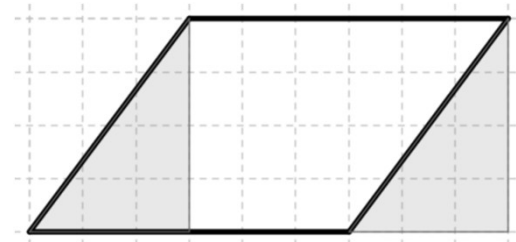
(Geist & Aldridge 2002)



Tarkkuus, esimerkki 4

- Pintataso: Huomio sanojen käytön täsmällisyydessä
- Syvätaaso: Huomio matemaattisessa täsmällisyydessä
 - Ennakkotehtävä?
 - Pinta-taso: Stuck apart → separated
 - Syvätaaso: Perustelu on aukoton. Strategiana jakaa tapaukset ryhmiin ja listata systemaattisesti kaikki tapaukset.
 - “Suunnikkaasta leikataan kolmio ja siirretään niin, että muodostuu neliö.”
 - Pinta-taso: Ei tule neliö vaan suorakulmio.
 - Syvätaaso: Miksi leikkasit niin, että muodostuu suorakulmio?

Pelisilmää huomion
kiinnittämiseen



Loppukoonti:

Ohjeita kielen huomioimiseen matematiikan opetuksessa

- Keskity matemaattiseen ajatteluun, ei vain kielen oikeellisuuteen
 - Oppilaiden ideoiden, ei vain termien kuunteleminen
 - Tämä voi olla vaikeaa opettajalle. Hyväksy se ja ole kärsivällinen.
- Keskity kielenkäyttöön matematiikan käytänteissä, ei vain yksittäisiin sanoihin
 - Luo oppilaille tilanteita mm. päättelyyn, argumentointiin, säännönmukaisuuksien etsintään, ongelmanratkaisuun, yleistämiseen, mielikuvituksen käyttöön.
 - Esim. toisten ideoiden rakentava tarkastelu, kysymysten esittäminen ja yhdessä eteenpäin kehittäminen
- Hyödynnä kielenkäytön monimuotoisuus
 - Esitysmuodot (toimintavälineet, kuvat, diagrammit, taulukot, sanat, symbolit, eleet)
 - Tuottamismuodot (puhe, kirjoitus, monimediainen tuottaminen)
 - Tekstilajit (oppikirjat, oppilaiden esitykset eri yleisöille, opettajan esitys, sanalliset tehtävät)
- Käytä arkikieltä resurssina, ei esteenä
 - Kielen käyttö kehittyy. Oppilaiden ideat eivät kuulosta oppikirjan tekstiltä.
 - Miten talutat oppijaa luonnollisen kielen käytöstä matematiikan tapaan kielentää ilmiöitä?

(lähde: Moschkovich: <https://ell.stanford.edu/publication/mathematics-common-core-and-language>)