

Toisen asteen yhtälön ratkaisukaava

- Toisen asteen yhtälön yleinen muoto on $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$.
- Johdetaan toisen asteen yhtälön ratkaisukaava.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = -c \quad | \cdot 4a$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac \quad | + b^2$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

Ja lopulta: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Pyritään täydentämään vasen puoli neliöksi.

Esimerkki

Ratkaise yhtälöt a) $2x^2 + 3x + 1 = 0$ b) $4x^2 - 3x = -1$

a) $2x^2 + 3x + 1 = 0$, $a = 2, b = 3, c = 1$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}$$

$$x = \frac{-3+1}{4} \quad \text{tai} \quad x = \frac{-3-1}{4}$$

$$x = -\frac{2}{4} \quad x = -\frac{4}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad x = -1$$

$$V: x = -\frac{1}{2} \text{ tai } x = -1$$

$$\text{b) } 4x^2 - 3x = -1$$

Siirretään ensin kaikki termit vasemmalle puolelle.

$$4x^2 - 3x + 1 = 0, \quad a = 4, b = -3, c = 1$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{3 \pm \sqrt{-7}}{8}$$

Koska negatiivisella juurella ei ole neliöjuurta, yhtälöllä ei ole ratkaisua.