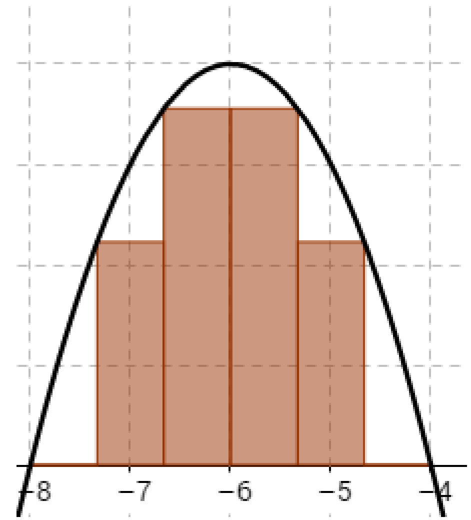
Pinta-alan numeerinen määrittäminen

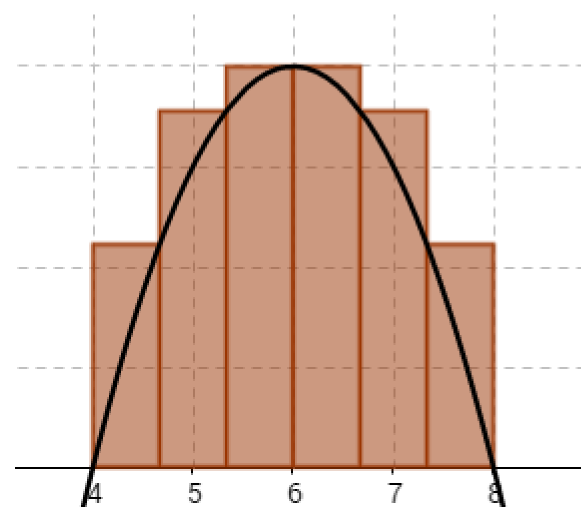
- Jonkin funktion ja x-akselin välisen pinta-alan voi määrittää numeerisesti usealla eri tavalla:
  - Alasumma
  - Yläsumma
  - Keskipistesääntö
  - Puolisuunnikassääntö
  - Simpsonin sääntö

Ala- ja yläsumma

- Ideana on piirtää suorakulmioita, joiden pinta-alojen summa antaa arvion todellisesta pinta-alasta.
- Mitä useampi osaväli, sitä tarkempi arvio.
- Kokeile itse [geogebralla]



alasumma



yläsumma

Kuvat linkitetystä Lea Linnan materiaalista

Keskipistesääntö

- Tässäkin piirretään suorakulmioita, mutta suorakulmion korkeus on funktion arvo osavälin **keskipisteessä**.
- Merkitään $f(x_1) = y_1$ jne.

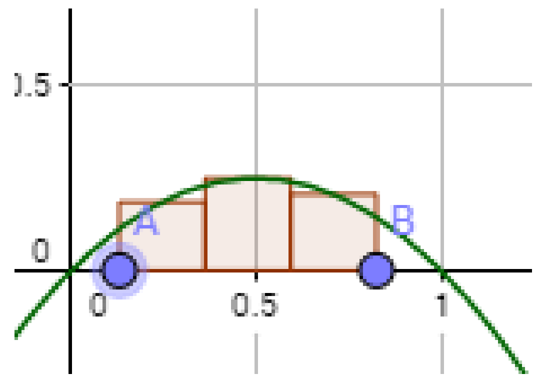
$$A_K = d \cdot (y_1 + y_2 + \cdots + y_n)$$

- d on osavälin pituus, saadaan kaavalla

$$d = \frac{b-a}{n}$$

Väli $[a, b]$ jaettuna n:ään yhtä pitkään osaväliin.

- Kokeile itse geogebralla.



Kuva Matti Heikkisen linkitetystä materiaalista.

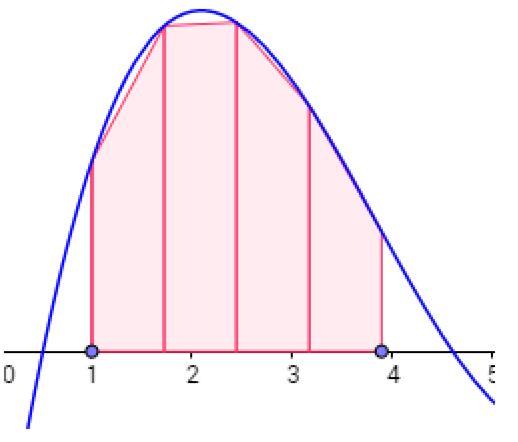
Puolisuunnikassääntö

- Nyt käytetään suorakulmioiden sijaan puolisuunnikkaita.
- Voidaan johtaa kaava

$$A_P = d \cdot (\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \cdots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2})$$

n on jakovälien lkm, d jakovälin pituus ja $y_0, y_1, \ldots, y_n$ funktion arvot jakovälien päätepisteissä.

- Kokeile itse geogebralla.



Kuva linkitetystä Paula Anttilan materiaalista.

Puolisuunnikassääntö

- Kaavaa johdettaessa on siistitty summia. Esim. puolisuunnikkaan korkeuksien summa kolmen välin tapauksessa:

$$\frac{y_0 + y_1}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2}$$
$$= \frac{y_0}{2} + \frac{y_1}{2} + \frac{y_1}{2} + \frac{y_2}{2} + \frac{y_2}{2} + \frac{y_3}{2}$$
$$= \frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \frac{y_3}{2}$$

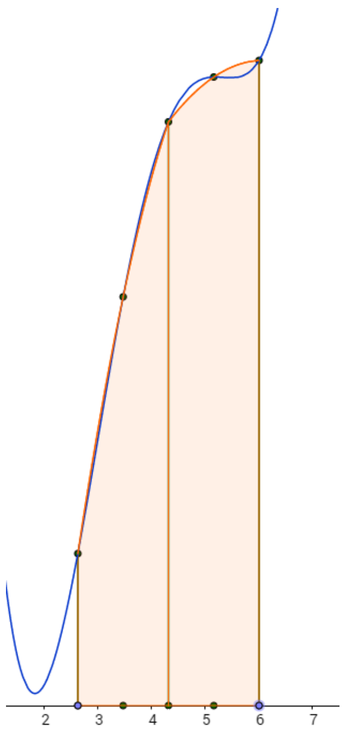
Simpsonin sääntö

- Simpsonin säännössä yhdistetään (painokertoimilla) keskipistesäännön ja puolisuunnikassäännön hyvät puolet.

$$A_S = \frac{d}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \cdots + 4y_{n-1} + y_n)$$

n **parillinen**, d = osavälin pituus

- Kokeile itse geogebralla.



Kuva linkitetystä Paula Anttilan materiaalista