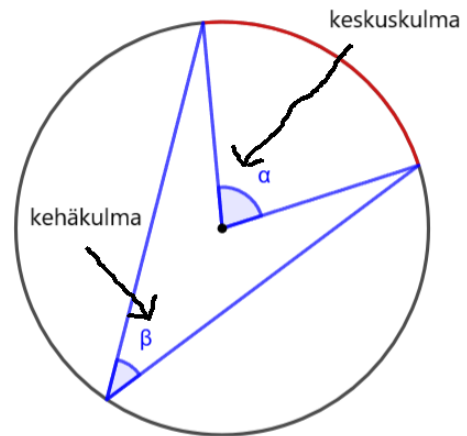


Kpl 11 Ympyrän kehäkulma ja keskuskulma

Keskuskulma = kulma, jonka kärki sijaitsee ympyrän keskipisteessä.
Kyljet ovat ympyrän **säteitä**.

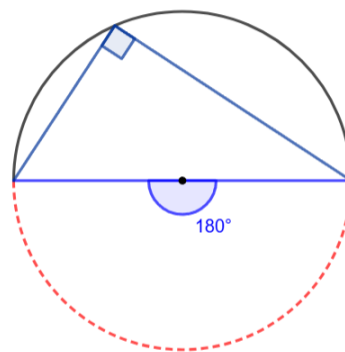
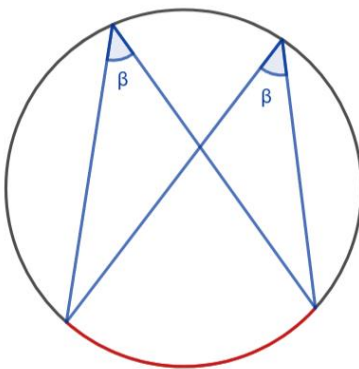
Kehäkulma = kulma, jonka kärki sijaitsee ympyrän kehällä.
Kyljet ovat ympyrän **jäniteitä**.



Kehäkulmalause

Kehäkulma on **puolet** samaa kaarta vastaavasta keskuskulmasta.

$$\beta = \frac{1}{2} \alpha$$



Samaa kaarta vastaavat kehäkulmat ovat yhtä suuria (kehäkulmia vastaa sama keskuskulma).

Puoliympyrän sisältämä kehäkulma on suora (vastaava keskuskulma 180°).

Esim. Määritä kulman α ja β suuruudet.

Kehäkulmaa 51° vastaa keskuskulma γ . Kehäkulma puolet samaa kaarta vastaavasta keskuskulmasta, joten keskuskulma on kaksi kertaa niin suuri kuin kehäkulma.

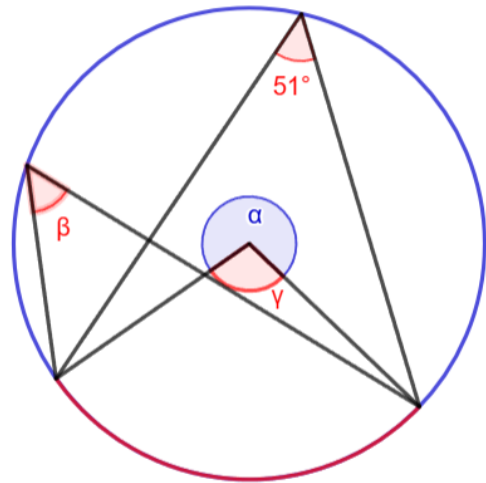
$$\gamma = 2 \cdot 51^\circ = 102^\circ$$

Täten

$$\alpha = 360^\circ - 102^\circ = 258^\circ$$

$\beta = 51^\circ$, koska samaa kaarta vastaavat kehäkulmat yhtä suuret.

V. $\alpha = 258^\circ$ ja $\beta = 51^\circ$.



Tehtävä 11.14 Kolmion sivujen pituudet ovat 4,0 cm, 5,0 cm ja 7,0 cm. Määritä kolmion ympäri piirretyn ympyrän halkaisija.

Kulma γ kosinilauseella kolmiosta ABC

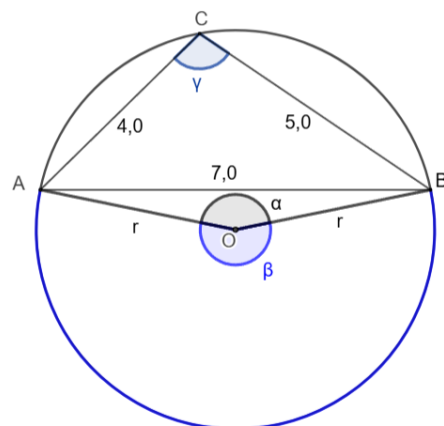
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \\ 7,0^2 &= 4,0^2 + 5,0^2 - 2 \cdot 4,0 \cdot 5,0 \cdot \cos \gamma \\ 49 &= 41 - 40 \cdot \cos \gamma \quad || -41 \\ -40 \cos \gamma &= 8 \quad || : (-40) \\ \cos \gamma &= -8/40 \\ \gamma &= \cos^{-1}(-8/40) \\ \gamma &= 101,536 \dots^\circ \end{aligned}$$

Kulma β kehäkulmalauseella

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1}{2} \beta \quad || \cdot 2 \\ \beta &= 2\gamma \\ &= 2 \cdot 101,536 \dots^\circ \\ &= 203,073 \dots^\circ \end{aligned}$$

Kulma α

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 360^\circ \\ \alpha &= 360^\circ - \beta \\ &= 360^\circ - 203,073 \dots^\circ \\ &= 156,926 \dots^\circ \end{aligned}$$



Säde r kosinilauseella kolmiosta AOB

$$\begin{aligned} 7,0^2 &= r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos 156,926^\circ \\ 49 &= 2r^2 - 2r^2 \cdot \cos 156,926^\circ \\ 49 &= r^2(2 - 2 \cos 156,926^\circ) \quad || : (2 - 2 \cos 156,926^\circ) \\ r^2 &= \frac{49}{2 - 2 \cos 156,926^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= \pm \sqrt{\frac{49}{2 - 2 \cos 156,926^\circ}} \\ r &= \pm 3,572 \dots \end{aligned}$$

Pituus on positiivinen, joten $r = 3,572 \dots$ (cm).
Ympyrän halkaisija

$$\begin{aligned} d = 2r &= 2 \cdot 3,572 \dots \text{ cm} \\ &= 7,144 \dots \text{ cm} \approx 7,1 \text{ cm}. \end{aligned}$$

V. Ympyrän halkaisija on 7,1 cm.

