

13.18 Suora  $y = kx$  sivuaa ympyrää

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 1.$$

a) Määritä kulmakertoimen  $k$  kaikki mahdolliset arvot.

b) Määritä suurempaa kulmakerrointa vastaavan sivuamispuoleen koordinaatit.

[yo pitkä s2018]

Suorat  $y = kx$  kulkevat origon  $(0,0)$  kautta

Tangentti:

ympyrän keskipiste on  $(5,5)$  ja säde  $r = \sqrt{1} = 1$

Tangentin etäisyys keskipisteestä on  $\frac{1}{d}$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$1 = \frac{|-k \cdot 5 + 1 \cdot 5 + 0|}{\sqrt{(-k)^2 + 1^2}}$$

$$1 = \frac{|-5k + 5|}{\sqrt{k^2 + 1}} \quad || \cdot \sqrt{k^2 + 1}$$

$$\sqrt{k^2 + 1} = |-5k + 5| \quad || (\ )^2$$

$$k^2 + 1 = 25k^2 - 50k + 25$$

$$0 = 24k^2 - 50k + 24 \Leftrightarrow k = \frac{3}{4} \vee k = \frac{4}{3}$$

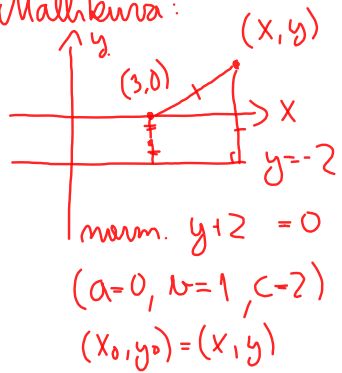
Tangentti normaaliympyrään  
 $-kx + y = 0$   
( $a = -k, b = 1, c = 0$ )

## Paraabeli

- muodostuu pisteistä  $(x, y)$  mitkä ovat yhtä etäällä  
polttopisteestä  $(x_0, y_0)$  ja johtosuorasta  $ax+by+c=0$ .

Esim. Muodosta paraabelin yhtälö kun polttopiste  
on  $(3, 0)$  ja johtosuora on  $y = -2$ .

Mallikuva:



pisteiden et. = pisteen ja suoran et.

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2} = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

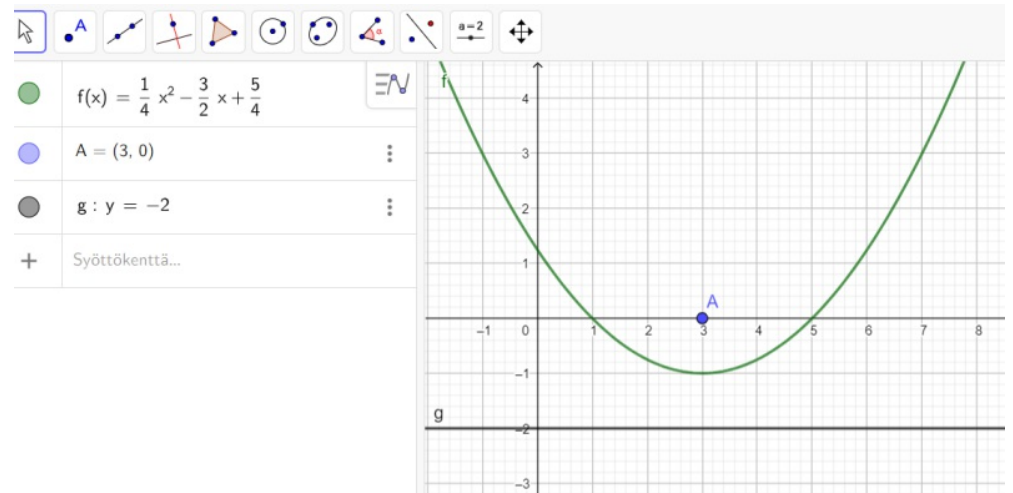
$$\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2} = \frac{|0 \cdot x + 1 \cdot y + 2|}{\sqrt{0^2+1^2}}$$

$$\sqrt{(x-3)^2+y^2} = |y+2| \quad \parallel (\quad)^2$$


$$x^2-6x+9+y^2 = y^2+4y+4$$

$$x^2-6x+5 = 4y \quad \parallel :4$$

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} = y \quad (\text{merkkilomuoto})$$
$$y = ax^2 + bx + c$$



- 14.4 Paraabeli aukeaa vasemmalle ja kulkee pisteiden  $(-6, -2)$ ,  $(-2, 2)$  ja  $(3, 1)$  kautta. Määritä laskemalla paraabelin yhtälö.

\*  normaalimuoto  
 $x = ay^2 + by + c \quad (a < 0)$

Tehdään  
yhtälöryhmä

$$(-6, -2): -6 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c$$

$$(-2, 2): -2 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c$$

$$(3, 1): 3 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$$

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = -6 \\ 4a + 2b + c = -2 \\ a + b + c = 3 \end{cases}$$