

a) 
$$\begin{cases} s + t + r = 15 \\ s - t + r = 5 \\ s - t - r = -7 \end{cases}$$

Lasketaan ylimmäinen ja  
alimmainen yhtälö allekkain  
yhteen:

$$\begin{array}{rcl} & \begin{cases} s + t + r = 15 \\ + \quad s - t - r = -7 \end{cases} & \\ \hline & 2s & = 8 \quad | :2 \\ & s = 4 & \end{array}$$

Sijoitetaan  $s = 4$  kahteen  
ylimpään yhtälöön ja  
lasketaan ne allekkain yhteen:

$$\begin{array}{rcl} & \begin{cases} 4 + t + r = 15 \\ + \quad 4 - t + r = 5 \end{cases} & \\ \hline & 8 & + 2r = 20 \\ & 2r = 12 & | :2 \\ & r = 6 & \end{array}$$

Sijoitetaan  $s = 4$  ja  $r = 6$  vielä johonkin yhtälöistä; vaikkapa ylimpään.

$$\begin{aligned} 4 + t + 6 &= 15 \\ t &= 5 \end{aligned}$$

Vastaus: 
$$\begin{cases} s = 4 \\ t = 5 \\ r = 6 \end{cases}$$

$$\text{b)} \quad \begin{cases} 2a - 2b + 4 = 3c - 5 \\ -a + 6b = -c + 6 \\ 3a + 4b + 2 = 2c - 3 \end{cases}$$

Pyritään eliminoimaan jokin tuntemattomista; esim.  $c$ .  
Kerrotaan keskimäinen yhtälö puolittain kolmella ja lasketaan yhteen ylimmän kanssa.

$$+ \begin{cases} 2a - 2b + 4 = 3c - 5 \\ -3a + 18b = -3c + 18 \end{cases}$$


---


$$-a + 16b + 4 = 13$$

$$-a + 16b = 9$$

Tarvitaan toinenkin yhtälö, jossa ei ole  $c$ :tä.

Kerrotaan (alkuperäinen) keskimäinen yhtälö nyt puolittain kahdella ja lasketaan yhteen alimman kanssa.

$$+ \begin{cases} -2a + 12b = -2c + 12 \\ 3a + 4b + 2 = 2c - 3 \end{cases}$$


---


$$a + 16b + 2 = 9$$

$$a + 16b = 7$$

Saadaan uusi yhtälöpari:

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} -a + 16b = 9 \\ a + 16b = 7 \end{array} \right. \\ \hline 32b = 16 \quad |:32 \end{array}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Sijoitetaan  $b$  alempaan yhtälöön:

$$a + 16 \cdot \frac{1}{2} = 7$$

$$a = -1$$

Sijoitetaan  $a$  ja  $b$  vaikkapa keskimmäiseen yhtälöön alkuperäisessä yhtälöryhmässä:

$$\begin{cases} 2a - 2b + 4 = 3c - 5 \\ -a + 6b = -c + 6 \\ 3a + 4b + 2 = 2c - 3 \end{cases}$$

$$-(-1) + 6 \cdot \frac{1}{2} = -c + 6$$

$$1 + 3 = -c + 6$$

$$c = 6 - 3 - 1 = 2$$

Vastaus: 
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 2 \end{cases}$$

## GeoGebralla:

a)

1  $s + t + r = 15$   
 $\rightarrow r + s + t = 15$

2  $s - t + r = 5$   
 $\rightarrow r + s - t = 5$

3  $s - t - r = -7$   
 $\rightarrow -r + s - t = -7$

4  $\{ \$1, \$2, \$3 \}$

☐ Ratkaise:  $\{ \{ r = 6, s = 4, t = 5 \} \}$

b)

1  $2a - 2b + 4 = 3c - 5$   
 $\rightarrow 2a - 2b + 4 = 3c - 5$

2  $-a + 6b = -c + 6$   
 $\rightarrow -a + 6b = -c + 6$

3  $3a + 4b + 2 = 2c - 3$   
 $\rightarrow 3a + 4b + 2 = 2c - 3$

4  $\{ \$1, \$2, \$3 \}$

☐ Ratkaise:  $\left\{ \left\{ a = -1, b = \frac{1}{2}, c = 2 \right\} \right\}$

Kirjoita yhtälöt CAS-tilassa (rivit 1-3).

Valitse kaikki ratkaistavat yhtälöt.  
Klikkaa Ctrl-näppäin pohjassa rivit 1-3  
valituiksi.

Klikkaa vielä yhtälön  
ratkaisutoimintoa (tarkka arvo).