

Raja-arvo (Limes)

Joskus on hyödyllisempää tutkia mitä jonkin kohdan läheisyydessä tapahtuu, koska kohta voi olla kielletty esim. määrittelyjoukossa. Raja-arvo tarkoittaa, että jotakin kohtaa lähestytään aivan viereen, mutta ei itse kohtaan asti. Usein puhutaan lähestyttävän vasemmalta ja oikealta.

Tutki funktiota $f(x) = \frac{3x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4}$ määrittejoukon kieltämien kohtien läheisyydessä. Piirrä lopuksi kuvaaja.

Murtofunktio -> nollalla ei saa jakaa.

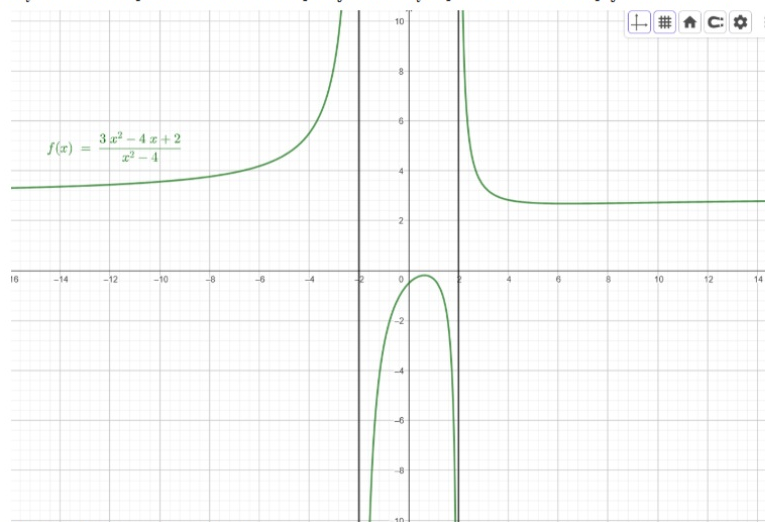
$$Mj: x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2$$

Nyt ollaan kiinnostuneita mitä funktiolle tapahtuu kohdissa $x = \pm 2$. Näitä ei voida suoraan sijoittaa

-> Lähestytään näitä kohtia molemmilta puolilta taulukoimalla arvoja.

1	$f(x) := \frac{3x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4}$	1	$f(x) := \frac{3x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4}$
	$\approx f(x) := \frac{3x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4}$		$\approx f(x) := \frac{3x^2 - 4x + 2}{x^2 - 4}$
2	$f(-1.9)$	2	$f(1.9)$
	≈ -52.38461538462		≈ -13.41025641026
3	$f(-1.99)$	3	$f(1.99)$
	≈ -547.3759398496		≈ -148.3784461153
4	$f(-1.999)$	4	$f(1.999)$
	≈ -5497.375093773		≈ -1498.375343836
5	$f(-1.99999)$	5	$f(1.99999)$
	≈ -549997.3750009		≈ -149998.3750034
6	$f(-1.99999)$	6	$f(1.99999)$
	≈ -549997.3750009		≈ -149998.375
7	$f(-2.1)$	7	$f(2.1)$
	≈ 57.63414634146		≈ 16.65853658537
8	$f(-2.01)$	8	$f(2.01)$
	≈ 552.6259351621		≈ 151.6284289277

Näyttäisi toiselta puolelta menevän alaspäin ja toiselta ylöspäin -> taitaa olla epäjatkuvuuskohta

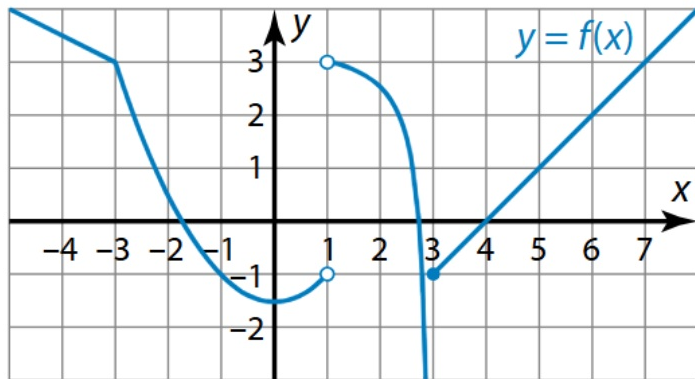


Tämä merkitään matemaattisesti

$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \infty$ ja $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ Koska nämä erit, niin raja-arvoja ei ole olemassa kohdassa $x = -2$

1.5

Kuvassa on funktion f kuvaaja.



Onko väittämä oikein vai väärin?

- a) Funktiolla on raja-arvo kohdassa $x = -3$.
- b) Funktion arvo $f(1)$ on positiivinen.
- c) Funktiota ei ole määritelty kohdassa $x = 3$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3$
- e) On täsmälleen yksi kohta, jossa funktiota ei ole määritelty.
- f) Funktion raja-arvo kohdassa 5 on 1.

a) Vasemmalta lähestytään kohtaa 3, kuten myös oikealta $\rightarrow$ raja-arvo kohdassa $x=3$ on 3.

b) Vasemmalta lähestytään arvoa -1 ja oikealta arvoa 3 $\rightarrow$ ei voida sanoa.

c) Kohdassa $x=3$ on väritetty pallo, eli $f(3)=-1$

Sinulle sopivia kpl 1